

6b5279da4e034bf972172803ba5b7b5591a69e2

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Зав. кафедрой  /Кондратьева Г.В./

по дисциплине (модулю)

Теория функций действительного и комплексного переменного

Профиль (программа подготовки, специализация) Математика

Москва
2025

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....
- ...

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
УК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: •современные теории и методы в области теории функции действительного и комплексного переменного; •значение и место дисциплины в общей картине мира.	Домашнее задание Текущий контроль (контрольная работа) Коллоквиум	Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания текущего контроля Шкала оценивания коллоквиума

			Уметь: •ясно и логично излагать полученные базовые знания; •демонстрировать понимание общей структуры дисциплины и взаимосвязи с другими дисциплинами • решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; •применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.		
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: •современные теории и методы в области теории функции действительного и комплексного переменного; •значение и место дисциплины в общей картине мира. Уметь:	Домашнее задание Текущий контроль (контрольная работа) Коллоквиум	Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания текущего контроля Шкала оценивания коллоквиума

			•ясно и логично излагать полученные базовые знания; •демонстрировать понимание общей структуры дисциплины и взаимосвязи с другими дисциплинами • решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; •применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; • основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.		
ПК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях.	Знать: •современные теории и методы в области	Домашнее задание Текущий контроль	Шкала оценивания домашнего

		2. Самостоятельная работа.	теории функции действительного и комплексного переменного; • значение и место дисциплины в общей картине мира. Уметь: • ясно и логично излагать полученные базовые знания; • демонстрировать понимание общей структуры дисциплины и взаимосвязи с другими дисциплинами • решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; • применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.	(контрольная работа) Коллоквиум	задания Шкала оценивания текущего контроля Шкала оценивания коллоквиума
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная	Знать: • современные теории и методы в области теории функции действительного и	Домашнее задание Текущий контроль (контрольная	Шкала оценивания домашнего задания Шкала

		работа.	комплексного переменного; • значение и место дисциплины в общей картине мира. Уметь: • ясно и логично излагать полученные базовые знания; • демонстрировать понимание общей структуры дисциплины и взаимосвязи с другими дисциплинами • решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; • применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: • способностью к логическому рассуждению; • основными методами решения задач,	я работа) Коллоквиум	оценивания текущего контроля Шкала оценивания коллоквиума
--	--	----------------	--	---------------------------------	---

			сформулированными в рамках предметных областей.		
--	--	--	---	--	--

Шкала оценивания домашнего задания

Оценка	Критерии оценки
Оценка "отлично" (8-10 баллов)	решение всех трех примеров из приведенных заданий или решение двух примеров из приведенных заданий, но при условии предоставления черновиков не получившегося задания
Оценка "хорошо" (5-7 баллов)	решение двух примеров из приведенных заданий
Оценка "удовлетворительно" (до 4 баллов)	решение одного примера из приведенных заданий

Шкала оценивания коллоквиума

Оценка	Критерии оценки
Оценка "отлично" (16-20 баллов)	четкий и логичный ответ на поставленный вопрос по лекционному материалу. Студент безошибочно, самостоятельно решает задачи или доказывает теоремы
Оценка "хорошо" (6-15 баллов)	ответ на вопрос по лекционному материалу, в котором студент допускает «не грубые» ошибки. Студент решает задачи или доказывает теоремы и небольшими подсказками
Оценка "удовлетворительно" (до 6 баллов)	ответ на вопрос по лекционному материалу, в котором студент допускает «грубые» ошибки. Студент решает задачи или доказывает теоремы, но с значительными подсказками

Шкала оценивания контрольной работы

Оценка	Критерии оценки
Оценка "отлично" (31-40 баллов)	решение всех примеров из приведенных заданий
Оценка "хорошо" (21-30 баллов)	решение четырех примеров из приведенных заданий
Оценка "удовлетворительно" (до 20 баллов)	решение двух примеров из приведенных заданий

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
Знать:

- современные теории и методы в области теории функции действительного и комплексного переменного;
- значение и место дисциплины в общей картине мира.

Примерные теоретические вопросы к текущему контролю

1. Счетные множества. Несчетные множества.
2. Эквивалентные множества. Мощность множества. Множества мощности континуума.
3. Множество всех подмножеств данного множества.
4. Метрические пространства.
5. Нормированные пространства.
6. Евклидовы пространства.
7. Банаховы пространства. Полные метрические пространства.
8. Окрестность точки. Внутренняя точка. Внутренность. Предельная точка. Изолированная точка. Граничная точка. Граница.
9. Открытое множество. Замкнутое множество. Замыкание множества.
10. Совершенное множество. Канторovo совершенное множество.
11. Всюду плотное множество. Нигде не плотное множество.

Уметь:

- ясно и логично излагать полученные базовые знания;
- демонстрировать понимание общей структуры дисциплины и взаимосвязи с другими дисциплинами
- решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;
- применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.

Примерные вопросы коллоквиума (письменный коллоквиум на 5 - 10 минут)

- 1) Дать определение $A \cup B$.

2) Дать определение окрестности точки $x_0 \in \mathbf{R}^1$.

3) Дать определение $\bigcup_{\alpha \in J} A_\alpha$. 4) Дать определение счетного множества, примеры.

5) Дать определение $\bigcap_{\alpha \in J} A_\alpha$.

6) Дать определение совершенного множества, примеры.

7) Дать определение $A \setminus B$.

8) Дать определение границы множества, примеры.

9) Дать определение замкнутого множества, примеры.

10) Дать определение $\text{int } E$, примеры множеств E с указанием $\text{int } E$.

11) Дать определение несчетного множества, примеры.

12) Дать определение открытого множества, примеры

13) Дать определение $M \sim N$ (эквивалентность), примеры.

14) Дать определение граничной точки множества E , примеры.

15) Дать определение $\overline{M} = \overline{N}$ (что это значит?), примеры.

16) Дать определение изолированной точки множества E , примеры.

17) Дать определение $\overline{M} > \overline{N}$ (что это значит?), примеры.

18) Дать определение предельной точки множества E , примеры.

19) Каким множеством должно быть объединение конечного числа замкнутых множеств? Дайте определение замкнутого множества.

20) Дать определение внутренней точки множества E , примеры.

21) Дать определение замыкания множества, примеры.

22) Открытое множество на прямой (его структура?).

23) Дать определение метрического пространства, примеры.

24) Множество мощности $\aleph_1$ (что это значит?), примеры

25) Множество мощности $\aleph_0$ (что это значит?).

26) Каким должно быть множество (открытым или замкнутым), являющееся объединением любой совокупности открытых множеств? Дайте определение открытого множества.

27) Сформулируйте теорему Кантора-Бернштейна.

28) Как определяется пространство $C([a, b])$?

29) Что такое полное метрическое пространство? Примеры.

30) Дайте определение окрестности точки $x_0 \in \mathbf{R}^4$.

31) Дайте определение окрестности точки $x_0 \in C([a, b])$.

32) Какое множество $E \subset \mathbf{R}^2$ называется всюду плотным (в $\mathbf{R}^2$)?

33) Множество $E \subset \mathbf{R}^1$ называется нигде не плотным, если ... (продолжите фразу).

34) Какой вид сходимости порождает метрика в пространстве $C([a, b])$? Дайте определение этой сходимости (в терминах ε и N).

35) FrE (дайте определение), примеры множеств E с указанием FrE .

36) Что такое сходящаяся последовательность в метрическом пространстве?

37) Счетное объединение открытых множеств - каким должно быть это множество? Дайте определение открытого множества.

Владеть:

- способностью к логическому рассуждению;
- основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.

Примеры домашнего задания

1. Доказать равенство: $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.
2. Существует ли функция $f \in C([a, b]): [a, b] \xrightarrow[\text{в.о.с.}]{f} [0, 11] \cup [20, 21]$?
3. Установить в.о.с. между замкнутым единичным кругом с 10 выколотыми точками и открытым единичным кругом с 5 выколотыми точками.

Примерные задания к текущему контролю (контрольная работа)

1. Пусть $E = \{(x, y) \in (J \cap [-1, 2]) \times (J \cap [-1, 2])\} \subset \mathbf{R}^1$, J - иррациональные числа, $J \subset \mathbf{R}^1$.

Найти FrE , $\bar{E}$, E' , $\text{int } E$, $FrCE$, $\overline{CE}$, $\text{int } CE$, $(CE)'$, если $CE = S \setminus E$, $S = [-1, 2] \times [-1, 2]$.

2. Найти сумму, разность, произведение и частное двух комплексных чисел. Изобразить результаты на комплексной плоскости. Найти их модули и аргументы.
3. Найти в канторовом множестве какую-либо точку второго рода, заключенную между десятичными дробями: 0.001 и 0.025.
4. Доказать, что объединение конечного числа попарно не пересекающихся множеств мощности $\aleph_1$ имеет мощность $\aleph_1$.

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

Знать:

- современные теории и методы в области теории функции действительного и комплексного переменного;
- значение и место дисциплины в общей картине мира.

Примерные теоретические вопросы к текущему контролю

12. Счетные множества. Несчетные множества.

13. Эквивалентные множества. Мощность множества. Множества мощности континуума.
14. Множество всех подмножеств данного множества.
15. Метрические пространства.
16. Нормированные пространства.
17. Евклидовы пространства.
18. Банаховы пространства. Полные метрические пространства.
19. Окрестность точки. Внутренняя точка. Внутренность. Предельная точка. Изолированная точка. Граничная точка. Граница.
20. Открытое множество. Замкнутое множество. Замыкание множества.
21. Совершенное множество. Канторово совершенное множество.
22. Всюду плотное множество. Нигде не плотное множество.

Уметь:

- ясно и логично излагать полученные базовые знания;
- демонстрировать понимание общей структуры дисциплины и взаимосвязи с другими дисциплинами
- решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;
- применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.

Примерные вопросы коллоквиума (письменный коллоквиум на 5 - 10 минут)

- 1) Дать определение $A \cup B$.
- 2) Дать определение окрестности точки $x_0 \in \mathbf{R}^1$.
- 3) Дать определение $\bigcup_{\alpha \in J} A_\alpha$. 4) Дать определение счетного множества, примеры.
- 5) Дать определение $\bigcap_{\alpha \in J} A_\alpha$.
- 6) Дать определение совершенного множества, примеры.
- 7) Дать определение $A \setminus B$.
- 8) Дать определение границы множества, примеры.

- 9) Дать определение замкнутого множества, примеры.
- 10) Дать определение $\text{int } E$, примеры множеств E с указанием $\text{int } E$.
- 11) Дать определение несчетного множества, примеры.
- 12) Дать определение открытого множества, примеры
- 13) Дать определение $M \sim N$ (эквивалентность), примеры.
- 14) Дать определение граничной точки множества E , примеры.
- 15) Дать определение $\overline{\overline{M}} = \overline{\overline{N}}$ (что это значит?), примеры.
- 16) Дать определение изолированной точки множества E , примеры.
- 17) Дать определение $\overline{\overline{M}} > \overline{\overline{N}}$ (что это значит?), примеры.
- 18) Дать определение предельной точки множества E , примеры.
- 19) Каким множеством должно быть объединение конечного числа замкнутых множеств? Дайте определение замкнутого множества.
- 20) Дать определение внутренней точки множества E , примеры.
- 21) Дать определение замыкания множества, примеры.
- 22) Открытое множество на прямой (его структура?).
- 23) Дать определение метрического пространства, примеры.
- 24) Множество мощности $\aleph_1$ (что это значит?), примеры
- 25) Множество мощности $\aleph_0$ (что это значит?).
- 26) Каким должно быть множество (открытым или замкнутым), являющееся объединением любой совокупности открытых множеств? Дайте определение открытого множества.
- 27) Сформулируйте теорему Кантора-Бернштейна.
- 28) Как определяется пространство $C([a, b])$?
- 29) Что такое полное метрическое пространство? Примеры.

30) Дайте определение окрестности точки $x_0 \in \mathbf{R}^4$.

31) Дайте определение окрестности точки $x_0 \in \mathbf{C}([a, b])$.

32) Какое множество $E \subset \mathbf{R}^2$ называется всюду плотным (в $\mathbf{R}^2$)?

33) Множество $E \subset \mathbf{R}^1$ называется нигде не плотным, если ... (продолжите фразу).

34) Какой вид сходимости порождает метрика в пространстве $\mathbf{C}([a, b])$? Дайте определение этой сходимости (в терминах ε и N).

35) FrE (дайте определение), примеры множеств E с указанием FrE .

36) Что такое сходящаяся последовательность в метрическом пространстве?

37) Счетное объединение открытых множеств - каким должно быть это множество? Дайте определение открытого множества.

Владеть:

- способностью к логическому рассуждению;
- основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.

Примеры домашнего задания

1. Доказать равенство: $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

2. Существует ли функция $f \in \mathbf{C}([a, b]): [a, b] \xrightarrow[\text{в.о.с.}]{f} [0, 11] \cup [20, 21]$?

3. Установить в.о.с. между замкнутым единичным кругом с 10 выколотыми точками и открытым единичным кругом с 5 выколотыми точками.

Примерные задания к текущему контролю (контрольная работа)

1. Пусть $E = \{(x, y) \in (J \cap [-1, 2]) \times (J \cap [-1, 2])\} \subset \mathbf{R}^1$, J - иррациональные числа, $J \subset \mathbf{R}^1$.

Найти FrE , $\overline{E}$, E' , $\text{int } E$, $FrCE$, $\overline{CE}$, $\text{int } CE$, $(CE)'$, если $CE = S \setminus E$, $S = [-1, 2] \times [-1, 2]$.

2. Найти сумму, разность, произведение и частное двух комплексных чисел. Изобразить результаты на комплексной плоскости. Найти их модули и аргументы.

3. Найти в канторовом множестве какую-либо точку второго рода, заключенную между десятичными дробями: 0.001 и 0.025.

4. Доказать, что объединение конечного числа попарно не пересекающихся множеств мощности $\aleph_1$ имеет мощность $\aleph_1$.

Промежуточная аттестация:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Знать:

- современные теории и методы в области теории функции действительного переменного;
- значение и место дисциплины в общей картине мира.

Уметь:

- ясно и логично излагать полученные базовые знания;
- демонстрировать понимание общей структуры дисциплины и взаимосвязи с другими дисциплинами
- решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;
- применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.

Владеть:

- способностью к логическому рассуждению;
- основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

Знать:

- современные теории и методы в области теории функции действительного переменного;
- значение и место дисциплины в общей картине мира.

Уметь:

- ясно и логично излагать полученные базовые знания;
- демонстрировать понимание общей структуры дисциплины и взаимосвязи с другими дисциплинами
- решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;
- применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.

Владеть:

- способностью к логическому рассуждению;
- основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.

Примерные вопросы к зачету с оценкой.

1. Понятие множества. Операции над множествами.
2. Эквивалентные множества. Определение. Примеры эквивалентных множеств. Теорема о том, что всякое бесконечное множество эквивалентно своему истинному подмножеству.
3. Счетные множества. Определение. Примеры. Счетность множества рациональных чисел. Свойства счетных множеств.
4. Счетные множества. Определение. Доказательство счетности множества всех многочленов с целыми коэффициентами и множества алгебраических чисел.
5. Несчетные множества. Определение. Теорема о несчетности множества точек сегмента $[0,1]$. Существование иррациональных и трансцендентных чисел.
6. Понятие мощности множества. Сравнение мощностей. Аксиома выбора.
7. Понятие мощности множества. Теорема о мощности множества всех подмножеств данного множества.
8. Понятие мощности множества. Теорема о мощности множества всех подмножеств натурального ряда. Теорема Кантора - Бернштейна (б/д) и ее следствие (с доказательством).
9. Определение метрических, евклидовых и нормированных пространств. Примеры указанных пространств. Полные и неполные метрические пространства. Примеры указанных пространств.
10. Внутренние точки и открытые множества. Определения. Примеры. Свойства открытых множеств.
11. Предельные точки. Изолированные точки. Граничные точки. Замыкание множества. Замкнутые множества. Совершенные множества. Определения. Примеры.
12. Замыкание, замкнутые множества. Свойства замкнутых множеств.
13. Строение открытых и замкнутых множеств на прямой (б/д). Канторово совершенное множество.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За ответы на коллоквиуме обучающийся может набрать максимально 25 баллов.

За выполнение текущего контроля обучающийся может набрать максимально 25 баллов.

За выполнения контрольной работы обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета с оценкой, составляет 30 баллов.

Для сдачи зачета с оценкой необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На зачет с оценкой выносится материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания зачета с оценкой

Баллы	Критерии оценивания
0-5	С грубыми ошибками излагает теоретический материал, не владеет понятиями и терминологией, не отвечает на вопросы
6-11	Демонстрирует частичное воспроизведение изученного. Объясняет отдельные положения усвоенной теории. Не отвечает на большинство вопросов
12-21	Излагает теоретический материал, владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях.
22-27	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее. Отвечает на большинство вопросов
28-30	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее . Отвечает на все вопросы, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по пятибалльной системе	Оценка по столбальной системе
--------------------------------	-------------------------------

5	отлично	81-100
4	хорошо	61-80
3	удовлетворительно	41-60
2	неудовлетворительно	0-40