Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 01.10.2026 10:07:32
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Согласовано
деканом физико-математического факультета
« 29 » 06 2023 г.
_____
/Кулешова Ю.Д./

Рабочая программа дисциплины

Алгебра и теория чисел

Направление подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль:
Математика и информатика

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Согласовано учебно-методической комиссией физико-математического факультета
Протокол « 29 » 06 2023 г. № 10
Председатель УМКом_____
/Кулешова Ю.Д./

Рекомендовано кафедрой высшей алгебры, математического анализа и геометрии
Протокол от « 24 » 05 2023 г. № 11
Зав. кафедрой_____
/Кондратьева Г.В./

Мытищи
2023

Автор-составитель:
Пинчук И.А., кандидат физико-математических наук, доцент

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и теория чисел» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ России от 22.02.2018 г. № 125.

Дисциплина входит в обязательную часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения ……..... 4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы …..... 5
3. Объем и содержание дисциплины ……..……...……. 5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся ……. 6
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине ……..……..….... 8
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины …..... 17
7. Методические указания по освоению дисциплины …….…. 19
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине ……... 19
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины …..…… 20

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины:

формирование у студентов общей математической культуры, овладение ими основными математическими понятиями, методами решения задач сформулированными в рамках данной предметной области, и умения применять их в профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

- знакомство студентов с основными алгебраическими понятиями и закономерностями высшей алгебры;
- формирование у студентов представлений о числах, многочленах от одной и нескольких неизвестных, основных алгебраических структурах;
- освоение основных педагогических методов, вычислительных схем и приемов;
- привитие навыков применения алгебраического аппарата при изучении других разделов математики;
-знакомство студентов с основными математическими понятиями и закономерностями;
-формирование у студентов представлений об основных понятиях теории чисел;
-освоение основных вычислительных схем и приемов.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

УК – 1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в обязательную часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Для освоения дисциплины «Алгебра и теория чисел» студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплин: «Математический анализ», «Элементарная математика».

Изучение дисциплины «Алгебра и теория чисел» является базой для дальнейшего освоения студентами дисциплины «Теория функций действительного переменного», «Теория функций комплексного переменного», «Теория графов».

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	14
Объем дисциплины в часах	504
Контактная работа:	259,1
Лекции	126
Практические занятия	126
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	7,1
Экзамен	0,9
Предэкзаменационная консультация	6
Зачет	0,2
Самостоятельная работа	208
Контроль	36,9

Форма промежуточной аттестации: экзамен в 1, 2, 4 семестрах, зачет в 3 семестре.

3.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) дисциплины	Лекции	Практические занятия
Тема 1. Элементы теории множеств. Множества. Операции над множествами. Отношения на паре множеств. Бинарные отношения. Отношения эквивалентности и порядка. Фактор-множество. Отображение. Виды отображений. Произведение отображений. Подстановки.	7	9
Тема 2. Матрицы. Матрицы. Операции над ними: сложение матриц, умножение матриц на числа, умножение матриц. Свойства операций над матрицами. Квадратные матрицы. Единичная матрица. Обратные и обратимые матрицы. Транспонирование матриц, транспонирование произведения матриц.	7	10
Тема 3. Определители Определители 2 и 3 порядков. Определитель квадратной матрицы. Алгебраические дополнения и миноры элементов матрицы. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца). Свойства определителя. Вычисление обратной матрицы при помощи алгебраических дополнений. Решение матричных уравнений. Вычисление определителей.	7	9
Тема 4. Системы линейных уравнений . Системы линейных уравнений. Решения систем линейных уравнений. Эквивалентные (равносильные) системы уравнений. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений, свойства их решений. Матрицы, связанные с системами линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений (матриц). Теорема об эквивалентности систем линейных уравнений, связанных элементарными преобразованиями. Ступенчатые системы линейных уравнений (ступенчатые матрицы). Теорема о числе решений систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений, главные и свободные неизвестные. Вектора-строки и вектора-столбцы системы линейных уравнений. Ранг системы линейных уравнений. Строчечный и столбцовый ранги матрицы. Ранг матрицы. Матричная запись и матричное решение системы линейных уравнений. Критерий Кронекера – Капелли. Правило Крамера решения системы линейных уравнений.	12	8
Тема 5. Конечные системы арифметических векторов. Линейная зависимость и независимость систем векторов, их свойства. Линейные оболочки конечных систем векторов. Эквивалентные системы векторов. Элементарные преобразования систем векторов. Ступенчатые системы векторов. Базис и ранг конечной системы векторов, их свойства.	7	8

Тема 6. Основные алгебраические структуры. Множества и операции над множествами. Бинарные отношения, отношение эквивалентности и разбиение множества. Отображения множеств. Алгебраическая операция и ее свойства. Понятие алгебраической структуры. Понятие группы. Аддитивная и мультипликативная терминологии. Примеры групп. Простейшие свойства группы. Подгруппа. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое непустое подмножество группы являлось ее подгруппой. Понятие кольца. Примеры колец. Свойства колец. Подкольцо. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое непустое подмножество кольца являлось его подкольцом. Понятие поля. Примеры полей. Свойства полей. Подполе. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество поля, содержащее не менее двух элементов, являлось его подполем.	12	7
Тема 7. Делимость в кольце целых чисел. Кольцо целых чисел. Делимость в кольце целых чисел. Деление с остатком в кольце целых чисел. Наибольший общий делитель целых чисел. Алгоритм Евклида. Наименьшее общее кратное целых чисел. Простые и составные числа. Каноническое разложение натурального числа.	7	7
Тема 8. Числовые поля, поле комплексных чисел. Система действительных чисел, простейшие свойства действительных чисел. Поле комплексных чисел как расширение поля действительных чисел. Алгебраическая форма комплексных чисел, операции с ними. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними. Тригонометрическая форма комплексного числа, операции с ними. Корни из комплексных чисел и двучленные уравнения. Корни n-й степени из единицы.	7	8
Тема 9. Теория многочленов от одной переменной. Построение кольца многочленов от одной переменной над полем. Степень многочлена. Теория делимости в кольце многочленов от одной переменной над полем. Теорема о делении с остатком. Деление многочлена на двучлен x-a и корни многочлена. Теорема Безу. Кратные корни. Наибольшее возможное число корней многочлена. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Наибольший общий делитель многочленов над полем. Алгоритм Евклида. Наименьшее общее кратное многочленов. Неприводимые и приводимые над полем многочлены, их свойства. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность. Каноническая форма записи многочленов.	11	8
Тема 10. Расширения полей. Простое и составное расширение поля. Алгебраические и трансцендентные элементы над полем. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента. Строение простого алгебраического расширения поля. Существование корня многочлена.	7	7
Тема 11. Теория многочленов от нескольких переменных. Построение кольца многочленов от n переменных. Степень многочлена от n переменных. Однородные многочлены. Лексикографическое упорядочение членов многочлена. Высший член произведения двух многочленов. Симметрические многочлены. Элементарные симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических	7	8

многочленах и следствие из нее.		
Тема 12. Многочлены над числовыми полями. Основная теорема алгебры. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Мнимые корни многочленов с действительными коэффициентами. Рациональные корни целочисленных многочленов. Неприводимые над полем рациональных чисел многочлены. Критерий Эйзенштейна.	7	7
Тема 13. Теоретико-числовые функции Целая и дробная части действительного числа. Число делителей и сумма делителей натурального числа.	7	7
Тема 14. Теория сравнений в кольце целых чисел Сравнения. Свойства сравнений. Кольцо и поле классов вычетов. Полная система вычетов. Признак полной системы вычетов. Приведенная система вычетов. Признак приведенной системы вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения по степени простого числа.	7	8
Тема 15. Решение сравнений Сравнения первой степени с одним неизвестным. Решение в целых числах уравнения ax + by = c. Системы сравнения первой степени.	7	7
Тема 16. Приложения теории сравнений Системы счисления, арифметические операции над числами в заданной системе счисления. Признаки делимости. Признак Паскаля. Десятичные дроби. Конечные, чистые периодические и смешанные периодические десятичные дроби.	7	8
Итого	126	126

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
Тема 1. Матрицы	1. Свойства операций над матрицами. 2. Транспонирование произведения матриц.	8	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 2. Определители	1. Свойства определителей. 2. Теорема об алгебраическом дополнении элемента.	12	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 3. Системы линейных уравнений	Свойства решений однородных и неоднородных систем линейных уравнений.	12	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады

Тема 4. Основные алгебраические структуры	1. Доказательство свойств группы. 2. Доказательство свойств кольца. 3. Доказательство свойств поля.	8	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 5. Делимость в кольце целых чисел.	1. Связь НОД и НОК целых чисел. 2. Взаимно-простые числа	12	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 6. Поле комплексных чисел.	Доказательство свойств операций над комплексными числами в тригонометрической форме.	8	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 7. Теория многочленов от одной переменной	1. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. 2. Свойства НОД. 3. Свойства НОК.	12	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 8. Расширения полей.	1. Строение простого расширения поля. 2. Существование корня многочлена.	8	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 9. Векторное пространство, его линейные преобразования.	Характеристическое уравнение линейного оператора.	10	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады

Тема 10. Теория многочленов от нескольких переменных.	1. Высший член произведения двух многочленов. 2.Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее.	10	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 11. Многочлены над числовыми полями.	1.Исследование уравнений третьей й степени над полем комплексных чисел. 2. Производная 3.многочлена. Кратные неприводимые множители многочленов, их отделение. 4Критерий неприводимости Эйзенштейна. 5. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах.	11	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 12. Алгоритм Евклида	Описание алгоритма, его приложения в криптологии, решении диофантовых уравнений, методе Штурма	10	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады

Тема 13. Теоретико-числовые функции	Определение, целая часть и дробная часть числа, мультипликативные функции	15	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 14. Кольцо классов вычетов	Построение кольца классов вычетов, поле вычетов, характеристика поля. Решение уравнений в поле.	20	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 15. Непрерывные дроби	Определение, подходящие дроби, свойства непрерывных дробей, применение непрерывных дробей	10	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады

Тема 16. Системы счисления.	Определение, перевод из одной системы в другую, выполнение арифметических действий в различных системах счисления	11	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 17. Китайская теорема об остатках	Формулировка теоремы, эквивалентные утверждения, применение	16	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 18. Первообразные корни и индексы	Показатель числа по заданному модулю, свойства показателя, первообразные корни, индексы, их свойства	15	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Итого		208			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
УК – 1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа
ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
УК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций Уметь осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	Практические задания, вопросы для разбора (опрос), доклады	Шкала оценивания практического задания Шкала оценивания опроса Шкала оценивания доклада

	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций Уметь осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий Владеть методами критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода, способами разработки стратегии действий	Практические задания, вопросы для разбора (опрос), доклады	Шкала оценивания практического задания Шкала оценивания опроса Шкала оценивания доклада

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ПК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	*Знать:* содержание профессиональных задач, знать как осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач *Уметь:* пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий, логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения	Практические задания, вопросы для разбора, (опрос), доклады	Шкала оценивания практического задания Шкала оценивания опроса Шкала оценивания доклада
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	*Знать:* содержание профессиональных задач, знать как осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач *Уметь:* пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий, логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения, адаптировать результаты изучения понятий и фактов алгебры и теории чисел к школьному образовательному процессу *Владеть:* научным стилем изложения содержания, навыками поиска, сбора, систематизации и использования информации, методами и приемами устного и письменного изложения	Практические задания, вопросы для разбора, (опрос), доклады	Шкала оценивания практического задания Шкала оценивания опроса Шкала оценивания доклада

			предметного материала		

Шкала оценивания доклада.

	Критерии
4 балла	Реферат по теме составлен самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы, презентация адекватно отражает содержание реферата
3 балла	реферат по теме составлен самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы, но нет презентации
2 балла	реферат по теме удовлетворяет требованиям на оценку в 3 баллов, но при этом допущены один–два недочета при освещении основного содержания темы, исправленные по замечанию преподавателя, или допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя, или в реферате может быть недостаточно полно развернута аргументация
1 балл	неполно, непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, или студент не может применить теорию в новой ситуации
0 баллов	не раскрыто основное содержание учебного материала, обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких замечаний преподавателя

Шкала оценивания практического задания.

Показатель	Баллы
Выполнено до 40% заданий	1-3
Выполнено 41-60% заданий	4-5
Выполнено 61-80% заданий	6-7
Выполнено более 81% заданий	8-10

Шкала оценивания устного опроса.

Критерий оценивания	Баллы
Материал изложен последовательно и грамотно, сделаны необходимые обобщения и выводы	5
Материал изложен последовательно и грамотно, сделаны необходимые обобщения и выводы, но допущены несущественные неточности, исправленные самим студентом.	4
Материал изложен неполно, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, при этом студент делает необходимые обобщения и выводы	3
Не раскрыто основное содержание учебного материала, студент демонстрирует незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допускает ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые им не исправляются после нескольких замечаний	2

преподавателя	

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примеры аудиторных и домашних практических заданий для текущего контроля.

1 курс, 1 семестр.

Задания:

1. Найти возможную сумму матриц

A = $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$, C = $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Найти возможные произведения матриц

F= $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$, G= $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

3. Перемножить матрицы , , если это возможно.

4. Показать, что (A □ B)^T = B^T □ A^T для A = и B = .

5. Решить уравнение A □ X = B, если A = $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, A^{-1} = $\begin{pmatrix} -0{,}4 & 0{,}3 \\ 0{,}2 & 0{,}1 \end{pmatrix}$.

Сделать проверку.

6.Вычислить определители:

а) б) в)

7. Решите уравнение. Выберите верный ответ.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: **1).** {–4; 2}. **2).** {–5; 3}. **3).** {–2; 0}

8. Найти коэффициент при x в разложении определителей

а) б) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & x & 3 \\ 3 & 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & x & 2 \\ 4 & -1 & 5 & x & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

9. При помощи алгебраических дополнений найдите обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$.

Выберите верный ответ. ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ**:**

1).$\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.2)$\frac{1}{4}\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.3)$\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Для данных матриц найти обратные матрицы. Сделать проверку.

а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & -5 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ б) .

1 курс, 2 семестр.

Задания:

1. Является ли следующее правило алгебраической операцией? (∀a, в ∈ Z) a*в = ав. Если да, то какими из свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов) эта операция обладает?

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) ассоциативность; 2); коммутативность; 3); наличие нейтрального элемента; 4) наличие симметрических элементов; 5) операция не является алгебраической.

2. Выбрать группы среди предложенных алгебр:

A) < T, ∗ >, где T = {f(x) = a1 x2 + a2 x + a3 | ai ∈ Z, 1 ≤ i ≤ 3 }, операция ∗ - обычное сложение многочленов;

B) < M, ⊕ >, где M = { (a,в) | a, в ∈ N }, а операция ⊕ определена так:
(∀ (a1,в1), (a2,в2) ∈ M) (a1,в1) ⊕ (a2,в2) = (a1a2, в1в2);
C) < Z, # >, где (∀a, в ∈ Z) a#в = ав;
D) < S, ♣ >, где S = { a + в$\sqrt{3}$ | a, в ∈ N }, а операция ♣ определена так:
(∀α, β ∈ S) α ♣ β - обычное умножение.
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) B; 2) C; 3) A; 4) D.

3. Найдите наибольший общий делитель d целых чисел a = 1224, b = 1610.
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) 3; 2) 2; 3) 1; 4) 12.

4. Указать действительную часть комплексного числа $\frac{(1+2i)^3-(3-2i)^2}{2-i}+\frac{1}{(5-i)^2}$.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) $\frac{-38}{5}$; 2) $\frac{38}{5}$; 3) $\frac{7}{5}$; 4) $\frac{13}{5}$.

5. Аргумент комплексного числа $\left(\frac{3-\sqrt{27}i}{-5i}\right)^{55}$. равен
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) $\frac{-5\pi}{6}$; 2) $\frac{7\pi}{6}$; 3) $\frac{\pi}{6}$; 4) $\frac{5\pi}{6}$.

6. Вычислить: $\frac{(1+i)}{(3-i)}+\frac{(3+i)}{(5-i)}$.

7. Решить квадратное уравнение $2z^2 - z + 5 = 0$ в поле R, в поле C. Сделать проверку.

8. Определена ли следующая операция на множество? Если да, то какими из свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов) эта операция обладает? (∀ m, n ∈ N) m ® n = m^2n^2. Является ли группой данное множество с данной операцией?

2курс, 3 семестр.

Задания:

1. Разделить многочлен f(x) на многочлен g(x) разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно) $f(x)= x^5 + x^4 + x^3 - 2x^2 + 2x + 3$, $g(x)= x - 2$. Сделать проверку.

2. При каких a и b многочлен $f(x) = x^6 - 4x^5 + 3x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx - 4$ имеет число 2 корнем не ниже второй кратности?

3. При помощи алгоритма Евклида найти НОД многочленов $f(x)= x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 3x - 12$, $g(x)= x^3 - 4x^2 + 2x - 8$ и выразить его линейно через эти многочлены. Сделать проверку.

4. Выразить НОД многочленов $f(x)= x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 3x - 12$, $g(x)= x^3 - 4x^2 + 2x - 8$ линейно через эти многочлены. Сделать проверку.

5. Найти НОК многочленов $f(x)= x^3- 4x^2 + 2x – 8$, $g(x)= x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 3x - 12$ зная их НОД (задание 1). .. Сделать проверку.

6. Представить многочлены $f(x)= (x^2+x)(x^2-2x-3)(x+1)$, $g(x) = (x^3-27)(x^2-4x+3)$ над R. в канонической форме и найти их НОД d(x) и НОК m(x).

7. Показать, что $<\{ \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & b \end{pmatrix} \mid a, b\in Z, c\in 2Z \},+, \bullet>$ - кольцо. Имеются ли в нем делители 0?

8. Является ли подкольцом кольца многочленов n-й степени с действительными коэффициентами множество многочленов n-й степени с целыми коэффициентами?

9. Является ли полем кольцо $<\{(a, b)|a,b\in R\},+,\bullet>$, где операции определены следующим образом: $(\forall a,b),(c,d)$ $(a,b)+(c,d) = (a+c, b+d)$, $(a,b)\bullet(c,d) = (ac, bd)$?

2 курс, 4 семестр.

Задания:

1. При каких натуральных значениях n число $\frac{4n+3}{5n+2}$ является целым?
2. Указать наибольшее целое число k, при котором дробь $\frac{12k^2+5k+6}{4k+3}$ является целым числом.
3. Доказать, что $2010^{2010}-1$ делится на 2009.
4. Доказать, что число $222^{333}+333^{222}$ является составным.
5. Пусть p - простое число, большее 3. Доказать, что p^2-1 делится нацело на 24.
6. Найдите все натуральные числа n, при которых n^2+3n+5 делится без остатка на 121.
7. Найдется ли десятизначное число, делящееся на 11, в записи которого использованы все цифры от 0 до 9?
8. Произведение двух натуральных чисел равно 10800, а их наибольший общий делитель равен 60. Найти наименьшее общее кратное этих чисел.
9. Найти все пары натуральных чисел, наибольший общий делитель которых равен 5, а наименьшее общее кратное равно 105.
10. Найти два натуральных числа, сумма которых равна 85, а наименьшее общее кратное равно 102.

Примерные вопросы к зачёту

1. Построение кольца многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
2. Теория делимости в кольце многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
3. Теорема о делении с остатком.
4. Деление многочлена на двучлен *x-a* и корни многочлена.
5. Теорема Безу. Кратные корни. Наибольшее возможное число корней многочлена.
6. Наибольший общий делитель многочленов над полем. Алгоритм Евклида.
7. Наименьшее общее кратное многочленов.
8. Неприводимые и приводимые над полем действительных чисел многочлены, их свойства.
9. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность.

10. Каноническая форма записи многочлена. Нахождение НОД и НОК многочленов.

---

11. Простое и составное расширение поля.
12. Алгебраические и трансцендентные элементы над полем.
13. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента.
14. Строение простого алгебраического расширения поля. Избавление от иррациональности.

Вопросы к экзаменам (контроль по дисциплине за семестр).

1 курс, 1 семестр.

1. Матрицы над полем. Операция сложения матриц. Свойства операции сложения.
2. Умножение матриц на действительное число. Свойства этой операции.
3. Умножение матриц. Свойства этой операции (ассоциативность, некоммутативность, нейтральный элемент). Обратные матрицы.
4. Транспонирование матриц, транспонирование произведения матриц.
5. Квадратные матрицы. Единичная матрица. Обратные и обратимые матрицы.
6. Определитель квадратной матрицы. Определитель 2,3 порядков. Определитель n-го порядка.
7. Алгебраические дополнения и миноры элемента определителя.
8. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).
9. Свойства определителя. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Определитель треугольного вида.
10. Вычисление обратной матрицы при помощи алгебраических дополнений.
11. Простейшие матричные уравнения, их решение.
12. Системы линейных уравнений (СЛУ). Решения СЛУ. Равносильные СЛУ.
13. Однородные и неоднородные СЛУ, свойства их решений.
14. Элементарные преобразования СЛУ. Равносильность СЛУ при элементарных преобразованиях.
15. Элементарные преобразования матриц.
16. Ступенчатые системы линейных уравнений. Приведение СЛУ к ступенчатому виду.
17. Матрицы, соответствующие СЛУ. Элементарные преобразования матриц. Ступенчатые матрицы. Ранг матрицы. Ранг СЛУ.
18. Теорема о числе решений систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Общие и частные решения систем линейных уравнений.
19. Запись и решение системы n линейных уравнений с n неизвестными в матричной форме.
20. Правило Крамера решения системы n линейных уравнений с n неизвестными.
21.

1 курс, 2 семестр.

1. Алгебраическая операция на множестве, примеры. Свойства бинарной алгебраической операции.
2. Группа. Примеры групп. Простейшие свойства группы.
3. Кольцо. Примеры колец. Простейшие свойства кольца.
4. Поле. Примеры полей. Его простейшие свойства.
5. Подгруппа. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество группы являлось ее подгруппой.
6. Подкольцо. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество кольца являлось его подкольцом.
7. Подполе. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество поля являлось его подполем.

8. Кольцо целых чисел. Делимость в кольце целых чисел.
9. Деление с остатком в кольце целых чисел.
10. Наибольший общий делитель целых чисел. Алгоритм Евклида.
11. Линейное выражение НОД,
12. Наименьшее общее кратное целых чисел.
13. Простые и составные числа.
14. Разложение целого числа в произведение простых чисел.
15. Поле комплексных чисел как расширение поля действительных чисел.
16. Алгебраическая форма комплексных чисел, операции с ними.
17. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними.
18. Тригонометрическая форма комплексного числа.
19. Корни из комплексных чисел.
20. Корни ***n***-й степени из единицы.
21. Решение двучленных уравнений.

2 курс, 4 семестр.

1. Кольцо многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
2. Делимость в кольце многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
3. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
4. Деление многочлена на двучлен $x-a$ и корни многочлена.
5. Теорема Безу. Кратные корни. Наибольшее возможное число корней многочлена.
6. Наибольший общий делитель многочленов над полем. Алгоритм Евклида.
7. Линейное выражение наибольшего общего делителя многочленов над полем
8. Наименьшее общее кратное многочленов. Связь НОД и НОК.
9. Неприводимые и приводимые над полем действительных чисел многочлены, их свойства.
10. Разложение многочлена в произведение многочленов, неприводимых над данным полем
11. Каноническая форма записи многочленов. НОД и НОК в канонической форме.
12. Расширения полей. Строение простого расширения поля. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента.
13. Строение простого алгебраического расширения поля.
14. Многочлены от n переменных и действия над ними. Степень многочлена от n переменных.
15. Кольцо многочленов от n переменных над областью целостности. Лексикографическое упорядочение членов многочлена от n переменных. Высший член произведения двух многочленов.
16. Симметрические многочлены. Свойства высшего члена симметрического многочлена
17. Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее.
18. Многочлены от одной переменной над полем комплексных чисел. Основная теорема алгебры.
19. Алгебраическая замкнутость полей. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
20. Разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей
21. Решение уравнений третьей степени над полем комплексных чисел .
22. Решение уравнений четвертой степени над полем комплексных чисел
23. Корни многочлена над полем действительных чисел. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.

24. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей.
25. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
26. Необходимый признак рационального корня многочлена с целыми коэффициентами.
27. Критерий неприводимости многочленов над полем рациональных чисел (Эйзенштейна).
28. Понятие разрешимости уравнения в радикалах. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах.
29. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.

Примеры практических заданий для контроля знаний на семестровом зачете.

2 курс, 3 семестр.
Задания:

1. Какое из чисел 5,6,7 и 31 является делителем числа 93?
1) 5
2) 6
3) 7
4) 31

2. Какое из чисел 2, 6,24 и 50 является кратным числа 12?
1) 2
2) 6
3) 24
4) 50

3. Верно ли высказывание: сумма двух натуральных чисел кратна каждому из слагаемых?
1) да;
2) нет.

4. Вставить пропущенные слова, числа, фразы.
1) Делителем натурального числа *а* называют натуральное число, _____ .
2) Любое натуральное число имеет _____ кратных.
3) Наименьшим из кратных любого натурального числа является _____.
4) Число называется четным, если оно _____.
5) Цифры _____ называются нечетными.
6) Четное число, кратное 5, оканчивается цифрой _____ .
7) Если в записи число ***252 вместо звездочек поставить цифру _____, то полученное число будет кратно 9.
8) Натуральное число называют простым, если _____.
9) Натуральное число,_____ называют наибольшим общим делителем этих чисел.
10) Числа 2, 5 и _____ взаимно простые.
11) Если $a = 2 \cdot 3 \cdot 5$ и $в = 3 \cdot 5 \cdot 7$, то наименьшее общее кратное этих чисел равно _____ .
12) Наименьшее общее кратное двух чисел не может быть меньше _____.
13) Наибольший общий делитель чисел 120 и 240 равен _____.
14) Сумма нескольких натуральных чисел _____ среднему арифметическому этих чисел, если оно является натуральным числом.
15) Сумма двух простых чисел, каждое из которых больше двух, всегда _____.

5. Если a делится на c, b не делится на c, то:
1) a+b делится на c;
2) a+b не делится на c;
3) a+b может делится на c, а может не делится на c;
4) a-b делится на c.

6. Если a делится на d, то ab делится на d:
1) при любом целом b;
2) при положительном действительном b;
3) при отрицательном рациональном b;

4) только при b=3.

7. В цепочке равенств алгоритма Евклида последний отличный от нуля остаток равен:

1) наименьшему общему кратному данных чисел;
2) единице;
3) -1;
4) наибольшему общему делителю данных чисел.

8. Если числа a и b взаимно простые, то:

1) [a, b]=a;
2) [a, b]=a·b;
3) [a, b]=b;
4)[a, b]=1.

9. Найти все простые числа между числами 1300 и 1350.

Примеры практических заданий для контроля знаний на семестровом экзамене.

1 курс, 1 семестр.

Задания:

1. Вычислить сумму (A+B)C , где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить произведение матриц $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, и наоборот.

3. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, и наоборот.

4. Вычислить произведение матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ на транспонированную ей, и наоборот.

5. Показать, что $(A \bullet B)^T = B^T \bullet A^T$, если $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Для матрицы $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & - \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ найти обратную матрицу. Сделать проверку.

7. Решить уравнение X·A = B, где $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

8. Решить матричное уравнение A·X = B, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

9. Найти двумя разными способами коэффициент при x в разложении определителя .10. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

11. Решить методом Гаусса систему линейных уравнений. Сделать проверку.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 1,\\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 &= 2,\\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 3x_5 &= 3,\\ x_1 + 15x_2 + 6x_3 - 19x_4 + 9x_5 &= 9. \end{aligned}$$

1 курс, 2 семестр. .

Задания:
1 При помощи Алгоритма Евклида найдите наибольший общий делитель d целых чисел a = 1015, b = 638 и его линейное выражение через эти числа8.

2. Найдите каноническое представление целых чисел a = 1015 и b = 638 и их наибольший общий делитель d и наименьшее общее кратное m.

3. Является ли следующее правило алгебраической операцией? Если да, то какими из свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов) эта операция обладает? ($\forall$a, в $\in$ Z) a*в = $a^{в}$. Является ли группой данное множество с данной операцией?

4. Вычислить: $\dfrac{(1+2i)\ -(3-2i)^2}{2-i}+\dfrac{1}{(5-i)}$.

5. Решить квадратное уравнение $z^2 - z + 5 = 0$ в поле R, в поле C. Сделать проверку.

6. Вычислить , используя тригонометрическую форму комплексных чисел. Ответ дать в алгебраической форме.

7. Уравнение $x^4 = -81$ решить в поле комплексных чисел. Сделать проверку (для двух значений).

8. Является ли следующее правило алгебраической операцией? ($\forall$a, в $\in$ Z) a*в = $a^{в}$. Если да, то какими из свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов) эта операция обладает?
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) ассоциативность; 2); коммутативность; 3); наличие нейтрального элемента; 4) наличие симметрических элементов; 5) операция не является алгебраической.

9. Решить квадратное уравнение $\mathbf{2z^2 - z + 5 = 0}$ в поле R, в поле C. Сделать проверку.

10. Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексных чисел:
$\left(\dfrac{-\sqrt{3}+i}{-2-2i}\right)^{12}$. Ответ дать в алгебраической форме.

11. Уравнение $x^4 = 225$ решить в поле комплексных чисел. Сделать проверку (для двух значений).

21 При помощи Алгоритма Евклида найдите наибольший общий делитель d целых чисел a = 1015, b = 638 и его линейное выражение через эти числа8.

13. Найдите каноническое представление целых чисел a = 1015 и b = 638 и их наибольший общий делитель d и наименьшее общее кратное m.

2 курс, 4 семестр.
Задания:

1. Вычислить $\varphi(a)$.

2. Найти линейное представление НОД чисел *a* и *b*.

3. Представить a в виде систематической дроби в системе с основанием *b*.

4. Решить систему сравнений $\begin{cases}(a+b)x \equiv a(\bmod c)\\(\tilde{n}+10)x \equiv -(\tilde{n}-2)(\bmod(\tilde{n}-3))\\(a-3)x \equiv (a+c)(\bmod(b-6))\end{cases}$.

5. Найти две последние цифры в десятичном представлении числа a^b.

6. Вывести и сформулировать признак делимости на *a* в системе счисления с основанием *b*.

7. Представить a в виде цепной дроби, найти подходящие дроби.

8. Найдите остаток от деления a^b на *c*.

9. Решить уравнение в целых числах $ax - by = c$.

10. Найдите сумму и число всех натуральных делителей числа *a*.

Варианты заданий для контрольной работы

задание / вариант	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
параметр	***a***	***a*, *b***	***a*, *b***	***a*, *b*, *c***	***a*, *b***	***a*, *b***	***a***	***a*, *b*, *c***	***a*, *b*, *c***	***a***
1	720	–38, 20	$\frac{1}{15}_{6}$,	15, 14, 11	243, 402	3, 5	$\frac{212}{613}$	4, 115, 25	71, 47, 23	375
2	840	64, –50	$\frac{1}{18}_{6}$,	18, 16, 13	635, 182	4, 5	$\frac{112}{523}$	3, 215, 24	71, 38, 31	275
3	630	–46, 18	$\frac{1}{15}_{7}$,	13, 12, 11	962, 271	3, 6	$\frac{207}{536}$	5, 178, 23	61, 47, 34	325
4	810	–93, 18	$\frac{1}{18}_{7}$,	9, 8, 7	298, 943	5, 6	$\frac{117}{211}$	6, 123, 26	41, 45, 31	350
5	710	–28, 49	$\frac{1}{15}_{9}$,	10, 9, 8	523, 187	4, 7	$\frac{187}{537}$	7, 99, 27	21, 58, 73	400

6	630	36, –72	$\frac{1}{18}_{9}$,	13, 10, 8	392, 451	6, 7	$\frac{261}{401}$	4, 153, 28	89, 42, 53	425
7	465	54, –45	$\frac{1}{15}_{11}$,	15, 14, 5	182, 371	2, 9	$\frac{193}{491}$	5, 211, 22	61, 24, 75	475
8	760	84, –24	$\frac{1}{18}_{11}$,	19, 10, 12	328, 251	4, 9	$\frac{301}{509}$	7, 173, 29	53, 86, 24	250
9	820	–60, 27	$\frac{1}{15}_{12}$,	11, 12, 13	521, 371	6, 9	$\frac{267}{567}$	9, 203, 21	74, 98, 31	335
10	790	63, –39	$\frac{1}{18}_{12}$,	12, 14, 15	394, 296	8, 9	$\frac{191}{431}$	6, 132, 19	69, 24, 64	285

Темы и вопросы для опроса на учебных занятиях.

1. Перечислите основные свойства делимости целых чисел.
2. Дайте определения НОД и НОК.
3. Опишите алгоритм Евклида.
4. Какова связь между НОД и НОК двух чисел?
5. Дайте определение простых и составных чисел.
6. Сформулируйте основную теорему арифметики.
7. Что называется каноническим разложением натурального числа.
8. Какие числовые функции вы знаете?
9. Какова их роль в теории чисел?
10. Какие функции называются мультипликативными?
11. Дайте определение вычетов по модулю.
12. Как строится кольцо классов вычетов по модулю?
13. В каких случаях мы получаем поле?
14. Что такое характеристика поля?
15. Сформулируйте первую теорему о вычетах линейной формы.
16. Дайте определение функции Эйлера.
17. Что называется приведенной системой вычетов?
18. Сформулируйте вторую теорему о вычетах линейной формы.
19. Дайте определение числового сравнение по натуральному модулю.
20. Перечислите основные свойства числовых сравнений.
21. Дайте определение линейного сравнения с одним неизвестным.
22. Перечислите методы решения сравнения с одним неизвестным.
23. Как решаются сравнения по простому модулю p?
24. Как решаются сравнения по произвольному составному модулю.
25. Сформулируйте китайскую теорему об остатках.
26. Приведите примеры ее использования.
27. Сформулируйте теорему Эйлера.
28. Сформулируйте малую теорему Ферма.
29. Дайте определение подходящих дробей.
30. Перечислите нерешенные проблемы простых чисел.

Примерные темы докладов.

1. Кольцо классов вычетов по простому модулю.

2. Вариации на тему малой теоремы Ферма.
3. Квадратичные вычеты. Символ Лежандра.
4. Порядки вычетов и их свойства.
5. Первообразные корни и вычеты.
6. Символ Якоби.
7. Кольцо делимых чисел Гаусса.
8. Занимательные дроби.
9. Решение уравнений в целых числах.
10. Сложность вычислений в кольце вычетов.
11. Представление чисел квадратичными формами.
12. Сравнения второй степени.
13. Криптосистема RSA.
14. Теорема Эйлера.
15. Сложность арифметических операций с целыми числами.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Для экзамена:

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

За выполнение докладов обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За выполнение практических заданий обучающийся может набрать максимально - 20 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи зачета :

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 80 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

За выполнение докладов обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

За выполнение практических заданий обучающийся может набрать максимально - 20 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета, составляет 20 баллов

Шкала оценивания зачёта

Количество баллов	Критерии оценивания
16-20	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач
10-15	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

6-9	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
0-5	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Зачтено
61 - 80	Зачтено
41 - 60	Зачтено
0 - 40	Не зачтено

Шкала оценивания экзамена

Количество баллов	Критерии оценивания
26-30	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач
15-25	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
8-14	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
0-7	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе

81 – 100	отлично
61 - 80	хорошо
41 - 60	удовлет ворител ьно
0 - 40	неудовлетворительно

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. **Курош, А.Г.** Лекции по общей алгебре: учебник для вузов / А. Г. Курош. - 3-е изд.,стереотип. - СПб. : Лань, 2019. - 556с. – Текст: непосредственный.

2. **Курош, А.Г.** Курс высшей алгебры: учебник для вузов / А. Г. Курош. - 19-е изд.,стереотип. - СПб. : Лань, 2019. - 432с. – Текст: непосредственный.

3. **Пинчук, И.А.** Основные структуры алгебры: учеб.пособие для физ.-мат. фак. / И. А. Пинчук. - М. : МГОУ, 2016. - 64с. – Текст: непосредственный.

4. Смолин Ю.Н. Смолин Ю.Н., Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю.Н. Смолин - М. : ФЛИНТА, 2017. - 464 с. - ISBN 978-5-9765-0050-1 - Режим доступа: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976500501.html - (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для автоиз. Пользователей ЭБС Консультант студента. – Текст: электронный.

5. **Виноградов, И.М.** Основы теории чисел [Текст] : учеб.пособие / И. М. Виноградов. - 13-е изд.,стереотип. - СПб. : Лань, 2019. - 176с. – Текст: непосредственный.
6. Виноградов, И. М. Основы теории чисел / И. М. Виноградов. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 102 с. — (Антология мысли). — ISBN 978-5-534-09553-1. — URL: https://biblio-online.ru/bcode/441837 (дата обращения: 22.07.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Юрайт. — Текст : электронный.
7. Смолин Ю.Н. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю.Н. Смолин - М. : ФЛИНТА, 2017. - 464 с. - ISBN 978-5-9765-0050-1 - Режим доступа: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976500501.html - (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для автоиз. Пользователей ЭБС Консультант студента. – Текст: электронный.

8. Бухштаб, А.А. Теория чисел : учебное пособие / А.А. Бухштаб. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 384 с. — ISBN 978-5-8114-0847-4. — URL: https://e.lanbook.com/book/65053 (дата обращения: 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Лань». — Текст : электронный

6.2. Дополнительная литература

1. **Фаддеев, Д.К.** Лекции по алгебре: Учеб.пособие для вузов / Д. К. Фаддеев. - 5-е изд ; стереотип. - СПб : Лань, 2007. - 416с. – Текст: непосредственный.

2. **Кострикин А.И.** Введение в алгебру: учебник для вузов. ч.2. линейная алгебра / А. И. Кострикин. - 3-е изд. - М. : Физматлит, 2004. - 368с. – Текст: непосредственный.

3. **Кострикин А.И.** Введение в алгебру: учебник для вузов . ч.1. основы алгебры / А. И. Кострикин. - 2-е изд.,испр. - М. : Физматлит, 2004. - 272с. – Текст: непосредственный.

4. **Кострикин А.И.** Введение в алгебру: учебник для вузов. ч.3. основ.структуры алгебры / А. И. Кострикин. - М. : Физ-мат.лит., 2000. - 272с. – Текст: непосредственный.

5. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8. - URL:

http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140 (дата обращения 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» . — Текст : электронный.

6. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144 (дата обращения 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» . — Текст : электронный.

7. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951 (дата обращения 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» . — Текст : электронный.

8. **Шилин И.А.** Алгебра: алгебраические структуры : учеб.пособие для матем.спец.пед.вузов / И. А. Шилин. - 2-е изд.,доп. - М. : Альфа, 2002. - 91с. – Текст: непосредственный.

9. Баврин, И.И. Математика: учебник для вузов / И. И. Баврин. - 10е изд.,стереотип. - М. : Академия, 2013. - 624с. – Текст: непосредственный.

10. Глухов, М.М. Алгебра : учебник / М.М. Глухов, В.П. Елизаров, А.А. Нечаев. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-1961-6. — URL: https://e.lanbook.com/book/67458 (дата обращения: 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Лань» . — Текст : электронный.

11. Ларин, С. В.Алгебра: многочлены : учебное пособие для академического бакалавриата / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 136 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-07825-1. — URL: https://biblio-online.ru/bcode/441297(дата обращения: 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Юрайт» . — Текст : электронный.

12. Варпаховский Ф.И., Солодовников А.С. Задачник-практикум по алгебре, ч.1. – М.: Просвещение, 1982. – 135 с.

13. Винберг Э.Е. Алгебра многочленов [Текст] : учеб. пособие для студентов-заочников III- IV курсов физ.- мат. факультетов педагогических институтов. – М.: Просвещение, 1980. – 176с. – Текст: непосредственный.

14. Винберг, Э.Б. Курс алгебры : учебник / Э.Б. Винберг. - Москва : МЦНМО, 2011. - 591 с. - ISBN 978-5-94057-685-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299 (дата обращения 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» . — Текст : электронный.

15. Дураков Б.К. Краткий курс высшей алгебры. – М., Физматлит, 2006. – 232с.

16. Куликов, Л.Я. Алгебра и теория чисел [Текст] : учеб. пособие для педвузов. - М. : Высшая школа, 1979. - 558с. – Текст: непосредственный.

17. Куликов Л.Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел: учеб.пособие для вузов / Л. Я. Куликов, А. И. Москаленко, А. А. Фомин. - М. : Просвещение, 1993. - 288с. – Текст: непосредственный.

18. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : учеб.пособие / И. В. Проскуряков. - 11-е изд.,стереотип. - СПб. : Лань, 2008. - 480с. – Текст: непосредственный.

19. Солодовников А. С, Родина М. А. Задачник-практикум по алгебре. Ч. IV. Учеб. пособие для студентов-заочников физ.-мат. фак. пед. ин-тов. —М.: Просвещение, 1985. — 127с. — Моск. гос. заоч. пед. ин-т.

20. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7/ - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/438021 (дата обращения 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «znanium.com» . — Текст : электронный.

21. Александров, В.А. Задачник-практикум по теории чисел / В.А. Александров, С.М. Горшенин ; Главное управление высших и средних педагогических учебных заведений Министерства просвещения РСФСР, Московский государственный заочный педагогический институт. - 3-е изд. перераб. - Москва : Издательство «Просвещение», 1972. - 80 с. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454825 (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Текст: электронный.

22. Сизый, С.В. Лекции по теории чисел : учебное пособие / С.В. Сизый. - 2-е изд., испр. - Москва : Физматлит, 2008. - 191 с. - ISBN 978-5-9221-0741-9. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68386и (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Текст: электронный.

23. Манин, Ю.И. Введение в современную теорию чисел / Ю.И. Манин, А.А. Панчишкин. - Москва : МЦНМО, 2009. - 552 с. - ISBN 978-5-94057-511-5. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62989 (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Текст: электронный.

24. Вейль, А. Основы теории чисел / А. Вейль. - Москва : Мир, 1972. - 411 с. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454858 (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Текст: электронный.

25. Оре О. Приглашение в теорию чисел / О. Оре. - 2-е изд. - М. : УРСС, 2003. – 128.

26. Рибенбойм П. Последняя теорема Ферма для любителей [Текст] / П. Рибенбойм. - М. : Мир, 2003. – 429.

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. http://www.alleng.ru
2. *http://www.twirpx.com*
3. Научная электронная библиотека.
4. http://elibrary.ru
5. http://www.znanium.com
6. http://www.pedlib.ru
7. http://www.gnpbu.ru
8. http://www.rsl.ru/ru/s2/s101
9. http://lib.walla.ru
10. http://www.iqlib.ru

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.
2. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы по дисциплинам.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:
Microsoft Windows
Microsoft Office
Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:
Система ГАРАНТ
Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных
fgosvo.ru – Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования
pravo.gov.ru - Официальный интернет-портал правовой информации
www.edu.ru – Федеральный портал Российское образование

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства
ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)
7-zip
Google Chrome

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;

- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.