

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 15.08.2025 12:08:40
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bffa679172803da5b7b559fca962

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Согласовано

деканом физико-математического факультета

«19» марта 2025 г.

/Кулешова Ю.Д./

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

Направление подготовки

44.03.01 Педагогическое образование

Профиль:

Информатика

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Согласовано учебно-методической комиссией
физико-математического факультета

Протокол от «19» марта 2025 г. № 7

Председатель УМКом

/Кулешова Ю.Д./

Рекомендовано кафедрой высшей
алгебры, математического анализа и
геометрии

Протокол от «18» января 2025 г. № 5

Зав. кафедрой

/Кондратьева Г.В./

Москва

2025

Автор-составитель:

Муханова Анна Александровна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ России от 22.02.2018 г. № 121.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2025

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Объем и содержание дисциплины	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся	6
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	7
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины	20
7. Методические указания по освоению дисциплины	22
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине	22
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	23

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Линейная алгебра» являются формирование у студентов общей алгебраической культуры, привитие навыков современных видов математического мышления, подготовка студентов к осознанному восприятию дисциплин профессионального цикла, формирование навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.

Задачи дисциплины:

-изучение основных понятий линейной алгебры, их свойств и связей (теоремы и следствия);
-освоение главных умений и навыков при преобразованиях матриц, определителей, решении простейших матричных уравнений и систем линейных уравнений с n неизвестными.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Дисциплина основывается на ранее изученных дисциплинах: «Аналитическая геометрия».

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Линейная алгебра», «Математический анализ», «Дискретная математика».

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов
Объем дисциплины в зачетных единицах	3
Объем дисциплины в часах	108
Контактная работа:	30,3
Лекции	14
Практические занятия	14
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2,3
Предэкзаменационная консультация	2
Экзамен	0,3
Самостоятельная работа	68
Контроль	9,7

Форма промежуточной аттестации: экзамен во 2 семестре.

3.2. Содержание дисциплины

Наименование тем дисциплины с кратким содержанием	Кол-во часов	
	Лекции	Практические занятия
Тема I. Матрицы		
Матрицы. Операции над ними: сложение матриц, умножение матриц на числа, умножение матриц. Свойства операций над матрицами. Квадратные матрицы. Единичная матрица. Обратные и обратимые матрицы. Транспонирование матриц, транспонирование произведения матриц.	4	4
Тема II. Определители		
Определители 2 и 3 порядков. Определитель квадратной матрицы. Алгебраические дополнения и миноры элементов матрицы. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца). Свойства определителя. Вычисление обратной матрицы при помощи алгебраических дополнений. Решение матричных уравнений. Вычисление определителей.	4	4
Тема III. Системы линейных уравнений		
Системы линейных уравнений. Решения систем линейных уравнений. Эквивалентные (равносильные) системы уравнений. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений, способы их решений. Матрицы, связанные с системами линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений (матриц). Теорема об эквивалентности систем линейных уравнений, связанных элементарными преобразованиями. Ступенчатые системы линейных уравнений (ступенчатые матрицы). Решения систем методом Крамера и методом Гаусса.	6	6
Итого	14	14

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

ОБЕСПЕЧЕНИЕ

САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
------------------------------------	-------------------	--------------	------------------------------	--------------------------	------------------

ТЕМА 1. Матрицы	1. Свойства операций над матрицами. 2. Транспонирование произведения матриц.	20	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашние задания, расчетные работы
ТЕМА 2. Определители	1. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца). 2. Свойства определителя. 3. Вычисление определителей высших порядков.	20	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашние задания, расчетные работы
ТЕМА 3. Системы линейных уравнений.	1. Свойства решений однородных и неоднородных систем линейных уравнений. 2. Ступенчатые матрицы. 3. Строчечный и столбцовый ранги матрицы. 4. Вектора-строки и вектора-столбцы системы линейных уравнений. 5. Ранг системы линейных уравнений.	28	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашние задания, расчетные работы
Итого		68			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
УК-1	Пороговый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход	Контрольные работы, домашние задания, расчетные работы	Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания расчетной работы
	Продвинутой	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход Владеть способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Контрольные работы, домашние задания, расчетные работы	Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания расчетной работы
ПК-3	Пороговый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать основы формирования развивающей образовательной среды Уметь формировать развивающую образовательную среду для достижения нужных результатов	Контрольные работы, домашние задания, расчетные работы	Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания расчетной работы
	Продвинутой	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать основы формирования развивающей образовательной среды Уметь формировать развивающую	Контрольные работы, домашние задания, расчетные работы	Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания

			образовательную среду для достижения нужных результатов Владеть способностью формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов		домашнего задания Шкала оценивания расчетной работы
--	--	--	--	--	--

Описание шкал оценивания
Шкала оценивания расчетной работы

Критерий оценивания	Баллы
Все задания выполнены правильно, обоснованы полученные результаты, оформлено по образцу, соответствует предъявляемым требованиям	10
Все задания выполнены правильно, но нет обоснования полученных результатов	7-9
Правильно выполнено 60%-70% всех заданий, но не обоснованы полученные результаты	6
Правильно выполнено 50% всех заданий, обоснованы полученные результаты	5
Правильно выполнено 50% всех заданий, обоснованы не все полученные результаты	2-4
Правильно выполнено менее 50% всех заданий, обоснованы полученные результаты	1
Правильно выполнено менее 50% всех заданий, не обоснованы полученные результаты	0
Максимальное количество баллов за одно задание	10

Шкала оценивания домашнего задания.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% всех домашних заданий	0
Студент правильно выполнил 5 – 10% всех домашних заданий	1
Студент правильно выполнил 11 – 20% всех домашних заданий	2
Студент правильно выполнил 21 – 30% всех домашних заданий	3
Студент правильно выполнил 31 – 40% всех домашних заданий	4
Студент правильно выполнил 41 – 50% всех домашних заданий	5
Студент правильно выполнил 51 – 60% всех домашних заданий	6
Студент правильно выполнил 61 – 70% всех домашних заданий	7
Студент правильно выполнил 71 – 80% всех домашних заданий	8
Студент правильно выполнил 81 – 90% всех домашних заданий	9
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех домашних заданий	10
Всего (максимум)	10

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	Баллы
Студент решил задачу и показал полное и уверенное знание темы задания	5
Студент решил задачу, однако в решении имеются незначительные ошибки, недостатки и недочёты	4
Студент в целом решил задачу, но в решении имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	3
Студент не решил задачу, но имеются более двух правильных идей или подходов к решению задачи	2
Студент не решил задачу, но имеются только одна-две идеи или подходы к решению задачи	1
Студент не решил задачу и показал полное незнание темы задания	0
Всего (максимум)	40

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Задания для контрольных работ.

ТЕМА 1. Матрицы.

ЗАДАЧА №1. Найти возможную сумму матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

ЗАДАЧА №2. Найти возможные произведения матриц

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{ЗАДАЧА №3. Перемножить матрицы } \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{ЗАДАЧА №4. Решить уравнение } A \bullet X = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, A^{-1} = \begin{pmatrix} -0,4 & 0,3 \\ 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}.$$

Сделать проверку.

ТЕМА 2. Определители.

ЗАДАЧА № 1. Вычислить определители:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & 0 & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

ЗАДАЧА № 2. Решите уравнение. Выберите верный ответ.

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ x & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 2x \end{vmatrix} = 10. \quad \text{ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1). } \{-4; 2\}. \quad 2). \{-5; 3\}. \quad 3). \{-2; 0\}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & x & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & x & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

ЗАДАЧА № 3. Найти коэффициент при x в разложении определителя

ЗАДАЧА № 4. При помощи алгебраических дополнений найдите обратную матрицу для матрицы

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$. Выберите верный ответ. **ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:**

$$1). \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}. \quad 2). \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}. \quad 3). \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

ЗАДАЧА № 5. Для данных матриц найти обратные матрицы. Сделать проверку.

$$a) \begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad б) \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

ТЕМА 3. Системы линейных уравнений.

ЗАДАЧА № 1. Решить систему линейных уравнений

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &= -5. \end{aligned}$$

Если $x_1 = c_1, x_2 = c_2, x_3 = c_3, x_4 = c_4$ – решение системы, то сумма $c_1 + c_2 + c_3 + c_4$ равна:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 0; 2) 1; 3) -2; 4) -1.

ЗАДАЧА № 2. Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 2x + 5y = -3. \end{cases}$ методом Крамера:

Если $x_1 = c_1, x_2 = c_2$, – решение системы, то сумма $c_1 + c_2$ равна:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) 2.

ЗАДАЧА №3. Решить системы линейных уравнений при помощи обратных матрица (матричный способ решения уравнений):

$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 7x_3 &= 10, \\ -2x_1 - 5x_3 &= -7, \\ x_1 + x_3 + 2x_4 &= -1. \end{aligned}$$

ЗАДАЧА №4. Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$,

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Сделать проверку.}$$

Пример домашнего задания по теме 1. Матрицы.

1. Выполните действия

$$3 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 1 \\ -\frac{3}{2} & 0 & 2 \\ 0 & -1 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 6 & -9 \\ -12 & 3 & 18 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -1 & 0 \\ -\frac{4}{3} & 2 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

2. Преобразуйте данную матрицу так, чтобы все элементы новой матрицы были целыми числами:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & 1 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{5}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & -5 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

3. Выполните умножение

4. Найдите, если это возможно, произведения матриц $A \cdot B$ и $B \cdot A$:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -4 \\ -1 & -2 & -4 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}.$$

5. Проверьте, что матрица $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ удовлетворяет равенству:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -7 & -3 \\ 0 & 11 & 12 \end{pmatrix}.$$

Пример домашнего задания по теме 2. Определители.

1. Вычислите определители 2-го порядка:

$$\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \sin a & -\cos a \\ \cos a & \sin a \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}.$$

2. Решите уравнение

$$\begin{vmatrix} 8 & 9 \\ -3 & -3 \end{vmatrix} \cdot x^2 - \begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \cdot x - \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Составьте миноры M_{ik} и алгебраические дополнения A_{ik} указанных элементов определителей и вычислите их:

$$1) \begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} \cdot M_{32} - ? \quad A_{32} - ? \quad 2) \begin{vmatrix} -4 & -1 & 2 \\ -6 & 0 & 1 \\ 3 & -5 & 7 \end{vmatrix} \cdot M_{23} - ? \quad A_{23} - ?$$

4. Вычислите определитель 3-го порядка, разложив его по элементам какой-либо строки

(столбца): $\begin{vmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$.

5. Решите уравнение: $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot x^2 - \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} \cdot x + \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$.

6. Вычислите определитель, разложив его по элементам строки (столбца):

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 3 \\ 4 & -2 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

7. Решите уравнение $\begin{vmatrix} x+1 & -4 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ x+2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 5$.

Пример домашнего задания по теме 3. Системы линейных уравнений.

1. Используя элементарные преобразования матриц (кроме исключения нулевых строк или столбцов), приведите следующие матрицы к ступенчатому виду:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -1 & 8 \\ 3 & 8 & -9 & -5 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$;

2. Используя элементарные преобразования строк матриц (в том числе и исключение нулевых строк), приведите следующие матрицы к такому ступенчатому виду, когда элементы, стоящие в начале каждой ступеньки, окружены в своем столбце нулями сверху и снизу:

а) $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -5 & 0 \\ 3 & 1 & -13 & -6 \\ -1 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 8 & 1 & -3 & 5 & 0 \\ -5 & 9 & 8 & 3 & 0 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & 23 \\ 5 & 4 & 3 & 3 & -1 & 12 \end{pmatrix}$;

3. Вычислите ранг матриц:

а) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ -2 & 1 & +2 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 8 & 1 & -3 & 5 & 0 \\ -5 & 9 & 8 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Расчетная работа 1. Матрицы

1. Найдите возможную сумму матриц.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 3 \\ 4 & 6 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -9 \\ -7 & 3 & -11 \end{pmatrix}$$

2. Найдите возможное произведение матриц

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Вычислите $(A \cdot C + 3B)^T$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$

4. Даны матрицы и число $\alpha = 2$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Найти $A^T B + \alpha C$.

5. Найдите обратную матрицу для матрицы $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

6. Определить ранги матриц:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Решить матричное уравнение $AX=B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Расчетная работа 2. Определители

1. Вычислить определитель матрицы по правилу треугольников:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x \\ 2 & x & 1 \\ 0 & -1 & x \end{vmatrix}.$$

2. Вычислить определитель матрицы по правилу треугольников:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислить определители матриц по правилу Саррюса:

$$\begin{vmatrix} a & 1 & -a \\ 1 & a & 1 \\ -a & 1 & -a \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Проверить справедливость равенства. $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$, если

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -11 \\ -11 & 15 & -50 \\ 8 & -13 & 24 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 11 \\ -10 & -5 & -5 \\ -15 & -12 & -6 \end{pmatrix}$$

5. Вычислить определители матриц:

1. $\begin{vmatrix} \sqrt{a} & a \\ -1 & \sqrt{a} \end{vmatrix}$	2. $\begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}$	3. $\begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta \end{vmatrix}$	4. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$
5. $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix}$	6. $\begin{vmatrix} 2 & 7 & -8 & 1 \\ 3 & 15 & 18 & 91 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 27 & 13 & 39 & 1 \end{vmatrix}$	7. $\begin{vmatrix} 8 & 28 & 38 & 48 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 4 & 14 & 19 & 24 \\ 7 & 5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$	8. $\begin{vmatrix} 378 & 253 & 127 \\ 377 & 252 & 126 \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix}$
9. $\begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix}$	10. $\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix}$	11. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 1 \\ 7 & 0 & 9 & 9 \\ 13 & -1 & 17 & 4 \end{vmatrix}$	12. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

Примерные вопросы к экзамену.

1. Матрицы, сложение матриц. Аддитивная группа матриц.
2. Умножение матрицы на скаляр. Векторное пространство матриц над полем R .
3. Умножение матриц, ассоциативность и некоммутативность умножения матриц. Транспонирование матриц.
4. Квадратные матрицы. Кольцо квадратных матриц. Делители нуля. Единичная матрица. Обратные и обратимые матрицы.
5. Элементарные преобразования матриц. Вырожденные и невырожденные матрицы. Теорема о превращении матрицы в единичную.
6. Элементарные матрицы. Теорема об умножении матрицы на элементарную матрицу.
7. Необходимое и достаточное условие обратимости матрицы.
8. Определители n -го порядка. Алгебраическое дополнение элемента.
9. Разложение определителя по элементам строки (столбца) определителя.
10. Свойства определителей n -го порядка. Определитель произведения матриц.
11. Миноры элементов определителя. Теорема об алгебраическом дополнении элемента определителя.
12. Вычисление обратной матрицы при помощи алгебраических дополнений.
13. Матричная запись и матричное решение системы линейных уравнений.
14. Правило Крамера решения системы линейных уравнений.
15. Системы линейных уравнений. Решения систем линейных уравнений. Равносильные системы уравнений.

16. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений, свойства их решений.
17. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
18. Ступенчатые системы линейных уравнений.
19. Теорема о числе решений систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Общие и частные решения систем линейных уравнений.
20. Необходимое и достаточное условие существования ненулевых решений однородных системы линейных уравнений

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Общая оценка (100 баллов) складывается из оценки за текущий контроль (70 баллов), и оценки за промежуточную аттестацию (30 баллов).

За выполнение контрольных работ можно набрать 40 баллов.

За выполнение домашних заданий обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

За выполнение расчетных работ можно набрать 20 баллов.

Формой промежуточной аттестации является экзамен.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания экзамена

Критерии оценивания	Баллы
Ставится, если студент обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание программного материала по дисциплине; обстоятельно анализирует структурную взаимосвязь рассматриваемых тем и разделов дисциплины; усвоил основную и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой, а также усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии; проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебного материала.	24-30
Ставится, если студент, обнаруживает полное знание программного материала, успешно выполняет предусмотренные в программе задания; усвоил основную литературу, рекомендованную в программе; показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей образовательной деятельности.	15-23
Ставится, если студент обнаруживает знание основного программного материала в объеме, необходимом для дальнейшего обучения и профессиональной деятельности; справляется с выполнением заданий, предусмотренных программой; знаком с основной литературой, рекомендованной программой; допускает погрешности не принципиального характера в ответе на экзамене.	6-14
Ставится в том случае, если студент обнаруживает пробелы в знаниях основного программного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.	0-5

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине выставляется по приведенной ниже шкале. При выставлении итоговой оценки преподавателем учитывается работа обучающегося в течение освоения дисциплины, а также оценка по промежуточной аттестации.

Количество баллов	Оценка по традиционной шкале
81-100	Отлично
61-80	Хорошо
41-60	Удовлетворительно
0-40	Неудовлетворительно

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва : Юрайт, 2023. — 421 с. — Текст : электронный . — URL: <https://urait.ru/bcode/509853>
2. Мальцев, И. А. Линейная алгебра : учебное пособие. — 2-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 384 с. — Текст : электронный. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210503>
3. Постников, М. М. Линейная алгебра : учебное пособие. — 3-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 400 с. — Текст : электронный. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210350>

6.2. Дополнительная литература

1. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд. — Москва : Юрайт, 2023. — 281 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/510767>
2. Горлач, Б. А. Линейная алгебра : учебное пособие. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 480 с. — Текст : электронный. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210983>
3. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / под ред. Е. Г. Плотниковой. — Москва : Юрайт, 2023. — 340 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/511488>
4. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Юрайт, 2023. — 150 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/517596>
5. Пахомова, Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. — Москва : Юрайт, 2022. — 110 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/490366>
6. Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов — Москва : Юрайт, 2023. — 309 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/511926>
7. Сабитов, И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие для вузов / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. — 2-е изд. — Москва : Юрайт, 2023. — 258 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/515388>
8. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : учеб. пособие / Беклемишев Д. В., ред. - 6-е изд. - СПб. : Лань, 2018. - 496с. — Текст: непосредственный
9. Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершневу. — Москва : Юрайт, 2023. — 334 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/532507>

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ: <http://lib.mexmat.ru/>

2. Математическое бюро: Учебники по математическому анализу: <http://www.matburo.ru>
3. <http://www.library.mephi.ru/>
4. <http://ega-math.narod.ru/>
5. <http://neo-chaos.narod.ru/fikhtengolts.html>
6. Электронно-библиотечная система Лань <https://e.lanbook.com>
7. ООО «Электронное издательство Юрайт» <https://urait.ru>

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.
2. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы по дисциплинам.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows
Microsoft Office
Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ
Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

fgosvo.ru – Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования
pravo.gov.ru - Официальный интернет-портал правовой информации
www.edu.ru – Федеральный портал Российское образование

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)
7-zip
Google Chrome

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.