

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталья Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 19.08.2026 09:49:33
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)**

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,
математического анализа и геометрии

Протокол от «12» марта 2026 г., №8

Зав. кафедрой _____ /Кондратьева Г. В./

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине (модулю)

Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление

Направление подготовки (специальности) 03.03.02 Физика

Профиль (программа подготовки, специализация) Фундаментальная физика и
нанотехнологии

Москва
2026

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

1.Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-2. <i>Способен использовать современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности</i>	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основные понятия дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. Уметь решать соответствующие задачи.	Устный опрос. Контрольные работы	Шкала оценивания устного опроса. Шкала оценивания контрольной работы
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать расширенные и дополнительные понятия дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. Уметь решать соответствующие задачи. Владеть основными методами решения дифференциальных уравнений высших порядков, систем дифференциальных уравнений и задач вариационного исчисления	Устный опрос. Контрольные работы Тест	Шкала оценивания устного опроса. Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания теста

Описание шкал оценивания
Шкала оценивания теста.

Критерий	Баллы
Студент правильно ответил на 0 – 10% всех вопросов	0 -1
Студент правильно ответил на 11 – 20% всех вопросов	2-3
Студент правильно ответил на 21 – 40% всех вопросов	4-5
Студент правильно ответил на 41 – 60% всех вопросов	6-10
Студент правильно ответил на 61 – 80% всех вопросов	11-15

Студент правильно ответил на 81 – 100% всех вопросов	16-20
Всего (максимум)	20

Шкала оценивания устного опроса.

Критерий оценивания	Баллы
Студент ответил на вопрос и показал полное и уверенное знание темы	10
Студент ответил на вопрос, однако в ответе присутствуют несущественные ошибки, недостатки и недочёты	8
Студент в целом ответил на вопрос, но в ответе имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	6
Студент не ответил на вопрос, но имеются более двух правильных идей или подходов к правильному ответу	4
Студент не ответил на вопрос, но имеются только одна-две идеи или подходы к правильному ответу	2
Студент не ответил на вопрос и показал полное незнание темы задания	0

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% всех заданий	0
Студент правильно выполнил 6 – 10% всех заданий	1
Студент правильно выполнил 11 – 20% всех заданий	2
Студент правильно выполнил 21 – 30% всех заданий	3
Студент правильно выполнил 31 – 40% всех заданий	4
Студент правильно выполнил 41 – 50% всех заданий	5
Студент правильно выполнил 51 – 60% всех заданий	6
Студент правильно выполнил 61 – 70% всех заданий	7
Студент правильно выполнил 71 – 80% всех заданий	8
Студент правильно выполнил 81 – 90% всех заданий	9
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех заданий	10

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль

ДПК-2. Способен использовать современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.

Знать основные, расширенные и дополнительные понятия дифференциальных уравнений и вариационного исчисления.

Вопросы устного опроса.

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Порядок и формы записи дифференциального уравнения. Общее и частное решения. Задача Коши.
2. Простейшие дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными переменными. Их решения.
3. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Методы решения.
4. Дифференциальные уравнения Бернулли первого порядка. Методы решения.
5. Дифференциальные уравнения Клеро. Общее и вырожденное решения.
6. Дифференциальные уравнения высших порядков: простейшие уравнения и уравнения, содержащие старшие производные функции. Их решения.
7. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и фундаментальная система решений.
8. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Структура частного решения.
9. Однородные уравнения Эйлера. Методы решения.
10. Составление линейных однородных дифференциальных уравнений высших порядков по их фундаментальной системе решений.
11. Операторный метод решения линейных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.
12. Задача Коши для системы дифференциальных уравнений. Фазовое пространство системы, фазовые траектории, поле скоростей.
13. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.
14. Вариация и экстремум функционала. Уравнение Эйлера.

Уметь решать соответствующие задачи.

Задания контрольных работ.

Контрольная работа № 1

по теме «Дифференциальные уравнения первого порядка»

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $x^2 y'(x) - 1 = \cos(2y)$.
2. Найти решение дифференциального уравнения $y^2(x)y'(x) + x(1 + y^2(x)) = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = -1$.
3. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'(x) = \frac{x + 2y(x)}{2x - y(x)}$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'(x) + 3x^2 y(x) = x \exp(-x^3)$.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $xyy'(x) = y^2 - x^2$.
6. Найти решение дифференциального уравнения $y'(x) + xy(x) = (x - 1)e^x y^2(x)$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 1$.
7. Найти общее решение дифференциального уравнения $(y^3 + \cos x)dx + (e^y + 3xy^2)dy = 0$.
8. Найти решение дифференциального уравнения $(5x^4 + 2xy)dx + (x^2 + 4y^3)dy = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 1$.

Контрольная работа № 2

по теме «Дифференциальные уравнения высших порядков, системы дифференциальных уравнений и элементы вариационного исчисления»

1. Найти решение дифференциального уравнения $y''(x) = 50y^3(x)$, удовлетворяющее начальным условиям $y(3) = 1$, $y'(3) = 5$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $\operatorname{tg} x y'''(x) = 2y''(x)$.
3. Найти решение дифференциального уравнения $y''(x) + y(x) = 2(1 - x)$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 2$, $y'(0) = -2$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''(x) + 4y(x) = -4\sin(2x)$.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $x^2 y''(x) + xy'(x) + 4y(x) = 0$ ($x > 0$).
6. Найти решение дифференциального уравнения $x^2 y''(x) - 9xy'(x) + 24y(x) = 0$ ($x > 0$), удовлетворяющее начальным условиям $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$.
7. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 2y(t) + e^{2t}, \\ y'(t) = 3x(t) + 3y(t) + e^{-t}. \end{cases}$$
8. Найти функцию $y(x)$, на которой функционал $F[y(x)] = \int_1^2 [x^{-1} y'^2(x) + 6y(x)] dx$ с граничными условиями $y(1) = 0$, $y(2) = 4$ достигает своего экстремального значения.

Владеть основными методами решения дифференциальных уравнений высших порядков, систем дифференциальных уравнений и задач вариационного исчисления

Тестовые вопросы

Задание № 1. Дифференциальное уравнение $y'(x) = 2y(x) + e^{3x}$ имеет частное решение:

1. $y(x) = \sin(2x)$
2. $y(x) = 3$
3. $y(x) = e^{3x}$
4. $y(x) = 3x$

[Правильный ответ: 3]

Задание № 2. Дифференциальное уравнение $y''(x) + 4y(x) = 0$ имеет общее решение:

1. $y(x) = C_1 \cos(2x) + C_2 \sin(2x)$
2. $y(x) = Ce^{-2x}$
3. $y(x) = C_1 x^4 + C_2 x^3 + C_3 x^2 + C_4 x$
4. $y(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + C_3 e^{3x}$

[Правильный ответ: 1]

Задание № 3. Порядок дифференциального уравнения $x^6 y^{(6)}(x) + 5x^4 y^{(4)}(x) + 3x^2 y''(x) - 2y(x) = 0$ равен:

1. 2
2. 6
3. 0
4. 4

[Правильный ответ: 2]

Задание № 4. Дифференциальное уравнение $y''(x) - y(x) = x$ имеет общее решение:

1. $y(x) = x^2$
2. $y(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x$
3. $y(x) = Cx^3$
4. $y(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - x$

[Правильный ответ: 4]

Задание № 5. Решение дифференциального уравнения $y''(x) + 9y(x) = 0$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = y'(0) = 0$, имеет вид:

1. $y(x) = \cos(3x)$ 2. $y(x) = 0$ 3. $y(x) = x^4$ 4. $y(x) = x$

[Правильный ответ: 2]

Промежуточная аттестация

ДПК-2. Способен использовать современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.

Знать основные, расширенные и дополнительные понятия дифференциальных уравнений и вариационного исчисления.

Уметь решать соответствующие задачи.

Владеть основными методами решения дифференциальных уравнений высших порядков, систем дифференциальных уравнений и задач вариационного исчисления

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2

Примерные вопросы к зачету.

1. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Линейные однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Их решения.
2. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Их решения.
3. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянных.
4. Дифференциальные уравнения Бернулли первого порядка. Метод подстановки.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах. Построение решения.
6. Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
7. Дифференциальные уравнения Лагранжа. Общее и вырожденное решения.
8. Дифференциальные уравнения высших порядков, не содержащие явно переменную. Метод решения.
9. Дифференциальные уравнения высших порядков, однородные по функции и её производным. Метод решения.
10. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Построение общего решения уравнения по известному частному решению однородного уравнения.
11. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Определитель Вронского, формула Остроградского – Лиувилля.
12. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Фундаментальная система решений, её существование.
13. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации постоянных построения общего решения по фундаментальной системе решений.
14. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными

коэффициентами. Характеристическое уравнение и фундаментальная система решений.

15. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Структура общего решения.
16. Однородные уравнения Эйлера. Характеристическое уравнение и фундаментальная система решений.
17. Неоднородные уравнения Эйлера со специальной правой частью. Структура общего решения.
18. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков, формула Коши. Импульсная функция Коши – Дюамеля и её свойства.
19. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Нормальные и автономные системы.
20. Метод исключений и метод интегрируемых комбинаций решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
21. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений. Определитель Вронского матрицы решений.
22. Формула Остроградского – Лиувилля для определителя Вронского матрицы решений. Фундаментальная матрица системы.
23. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Метод вариации постоянных построения общего решения по фундаментальной матрице системы.
24. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Интеграл Коши. Матрица Коши и ее свойства.
25. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.
26. Вариация и экстремум функционала, уравнение Эйлера.
27. Достаточное условие Лежандра экстремума функционала.
28. Необходимое условие экстремума функционалов, зависящих от производных высших порядков.
29. Необходимое условие экстремума функционалов, зависящих от нескольких функций.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В рамках освоения дисциплины предусмотрены: тест, выполнение контрольных ответы на устных опросах.

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 80 баллов.

За прохождение теста обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

За выполнение контрольных работ обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета, составляет 20 баллов.

Для сдачи зачета необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На зачет выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания зачёта.

Количество баллов	Критерии оценивания
16 – 20	имеет место полное усвоение теоретического и практического

	материала; студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий
12 – 15	имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий
8 – 11	имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики
0 – 7	имеет место неусвоение основных теорем и формул курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины.

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Зачтено
61 – 80	Зачтено
41 – 60	Зачтено
0 – 40	Не зачтено