

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Согласовано
деканом физико-математического факультета

« 19 » 06 2023 г.

/Кулешова Ю.Д./

Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль:

Математика и информатика

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Согласовано учебно-методической комиссией
физико-математического факультета

Протокол « 19 » 06 2023 г. № 10

Председатель УМКом /Кулешова Ю.Д./

Рекомендовано кафедрой высшей
алгебры, математического анализа и
геометрии

Протокол от « 24 » 05 2023 г. № 11

Зав. кафедрой /Кондратьева Г.В./

Мытищи

2023

Автор-составитель:
Кулешова Ю.Д. кандидат физико-математических наук, доцент

Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ России от 22.02.2018 г. № 125.

Дисциплина входит в модуль «Предметно-методический модуль (профиль Математика)» обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Объем и содержание дисциплины	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся	6
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	8
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины	17
7. Методические указания по освоению дисциплины	19
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине	19
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	20

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины:

Целями освоения дисциплины «Дискретная математика» является формирование у студентов общей математической культуры, овладение ими основными математическими понятиями и методами решения типовых заданий, так необходимыми учителю математики.

Задачи дисциплины:

1. Формирование у студентов основных математических понятий и закономерностей теории множеств, математической логики, теории графов, алгебры высказываний, теории предикатов.
2. Формирование у студентов умения оперировать с абстрактными объектами и быть корректными в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.
3. Формирование математического аппарата и освоение основных вычислительных схем и приемов.
4. Формирование у студентов умения применять основные понятия и методы решения типовых задач на практике.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

УК – 1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в модуль «Предметно-методический модуль (профиль Математика)» обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Для освоения дисциплины «Дискретная математика» студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплины «Алгебра и теория чисел», «Математический анализ».

Изучение дисциплины «Дискретная математика» является базой для дальнейшего освоения студентами дисциплины «Избранные вопросы высшей математики», «Арифметика действительных чисел», «Методика подготовки к государственной итоговой аттестации по математике».

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов
	Очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	3
Объем дисциплины в часах	108
Контактная работа:	56,3
Лекции	18
Практические занятия	36
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2,3
Экзамен	0,3
Предэкзаменационная консультация	2
Самостоятельная работа	42
Контроль	9,7

3.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) Дисциплины с кратким содержанием	Кол-во часов	
	Лекции	Практические занятия
Раздел I. Элементы теории множеств		
Тема 1. Введение и основные понятия теории множеств Основные понятия теории множеств. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность). Универсальное множество. Дополнение множества. Диаграммы Эйлера-Венна. Основные тождества теории множеств. Декартово (прямое произведение) произведение множеств и его свойства.	2	4
Тема 2. Бинарные отношения на множествах Определение отношения на паре множеств и примеры таких отношений. Бинарное отношение на множестве, свойство бинарных отношений (рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность), примеры отношений, обладающих некоторыми из перечисленных свойств.	2	4
Тема 3. Отношение эквивалентности и отношение порядка Отношение эквивалентности и отношение порядка, примеры. Разбиение множества и отношение эквивалентности. Фактормножество.	2	4
Тема 4. Отображения и подстановки Отображение на паре множеств, виды отображений (инъективные, сюръективные, биективные). Композиция отображений и ее свойства. Подстановки как биективные отображения конечного множества на себя.	2	4
Раздел II. Элементы математической логики		
Тема 5. Основные понятия алгебры высказываний Высказывание, основные логические связки (операции) логики высказываний, логическая формула. Основные схемы логически правильных рассуждений. Алгебра логики, логические функции. Булева алгебра, примеры. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Эквивалентные преобразования.	2	4
Тема 6. Логика предикатов Понятие предиката, логика предикатов, формулы логики предикатов. Кванторы, области действия кванторов. Связанные и свободные переменные.	2	4
Раздел III. Элементы теории графов		
Тема 7. Виды графов Определение графа, вершины и ребра. Степень вершины. Лемма о рукопожатиях. Исторические задачи теории графов. Ориентированные и неориентированные графы. Полные графы, двудольные графы, плоские и планарные графы.	2	4
Тема 8. Графы и бинарные отношения Способы задания графов, матрицы смежности и инцидентности. Графы и бинарные отношения.	2	4

Тема 9. Эйлеровы и гамильтоновы графы Маршруты, пути, цепи и циклы в графе. Связные графы. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Критерий эйлера графа, достаточные условия гамильтонова графа.	2	4
Итого	18	36

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Количество часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
Тема 1. Частично упорядоченные множества и их свойства	Определение отношения порядка, их виды, примеры. Частично упорядоченные и линейно упорядоченные множества, наибольший (наименьший) и максимальный (минимальный) элемент	9	Изучение литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Устный опрос
Тема 2. Булева алгебра, алгебра множеств и алгебра высказываний	Определение булевой алгебры. Алгебра множеств и алгебра высказываний как примеры булевой алгебры.	6	Изучение литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Тест
Тема 3. Группа подстановок S_n .	Определение группы. Свойства умножения подстановок, подгруппа.	6	Изучение литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Устный опрос
Тема 4. Доказательства в математике	Определение теоремы, виды теорем, необходимые и достаточные условия. Доказательство от противного	7	Изучение литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Устный опрос
Тема 5. Исторические задачи теории графов	Задача о Кёнигсбергских мостах, эйлеровы и гамильтоновы графы, их использование при	5	Изучение литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Устный опрос, решение задач на самостоятельной работе,

	решении олимпиадных задач.				реферат
Тема 6. Деревья и леса	Дерево как граф без циклов, лес. Перечисление деревьев, остовное дерево, применение деревьев.	3	Изучение литературы.	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Устный опрос, решение задач на самостоятельной работе, реферат
Тема 7. Плоские и планарные графы	Определение, примеры планарных и непланарных графов. Критерий планарности.	3	Изучение литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Устный опрос реферат
Тема 8. Проблема четырех красок и правильные раскраски графов	История вопроса, определение правильной раскраски, примеры раскрасок, хроматический многочлен и хроматическое число.	3	Изучение литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Устный опрос, решение задач на самостоятельной работе, реферат
ИТОГО		42			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
УК – 1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа
ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
УК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций Уметь осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	Устный опрос, тест, контрольная работа, решение задач на самостоятельной работе, реферат	Шкала оценивания теста Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания решения задач на самостоятельной работе Шкала оценивания реферата
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций Уметь осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий Владеть методами критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода, способами разработки стратегии действий	Устный опрос, тест, контрольная работа, решение задач на самостоятельной работе, реферат	Шкала оценивания теста Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания решения задач на самостоятельной работе Шкала оценивания реферата

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ПК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основные законы математической статистики, теоретические основы педагогической деятельности ; Уметь формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	Устный опрос, тест, контрольная работа, решение задач на самостоятельной работе, реферат	Шкала оценивания теста Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания решения задач на самостоятельной работе Шкала оценивания самостоятельной работы Шкала оценивания реферата
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основные законы математической статистики, теоретические основы педагогической деятельности; Уметь формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов; Владеть навыками формирования развивающей	Устный опрос, тест, контрольная работа, решение задач на самостоятельной работе, реферат	Шкала оценивания теста Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания реферата Шкала оценивания решения задач на самостоятельной работе

			образовательной среды для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.		
--	--	--	---	--	--

Шкала оценивания теста.

Показатель	Баллы
Выполнено до 40% заданий	2
Выполнено 41-60% заданий	3
Выполнено 61-80% заданий	4
Выполнено более 81% заданий	5

Шкала оценивания устного опроса.

Критерий оценивания	Баллы
Материал изложен последовательно и грамотно, сделаны необходимые обобщения и выводы	10
Материал изложен последовательно и грамотно, сделаны необходимые обобщения и выводы, но допущены несущественные неточности, исправленные самим студентом.	8
Материал изложен неполно, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, при этом студент делает необходимые обобщения и выводы	4
Не раскрыто основное содержание учебного материала, студент демонстрирует незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допускает ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые им не исправляются после нескольких замечаний преподавателя	2

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	Баллы
Выполнено до 40% заданий	2
Выполнено 41-60% заданий	4
Выполнено 61-80% заданий	8

Выполнено более 81% заданий	10
-----------------------------	----

Шкала оценивания решения задач на самостоятельной работе.

Показатель	Баллы
Выполнено до 40% заданий	2
Выполнено 41-60% заданий	4
Выполнено 61-80% заданий	8
Выполнено более 81% заданий	10

Шкала оценивания реферата.

Критерий оценивания	Баллы
Самостоятельная работа выполнена полностью, тема раскрыта, выводы соответствуют исследованию, выполнена в срок	9-10
Самостоятельная работа выполнена полностью, тема раскрыта, выводы частично не обоснованы , выполнена в срок	7-8
Самостоятельная работа выполнена, тема раскрыта частично, выводы отчасти не соответствуют теме, выполнена в срок	5-6
Самостоятельная работа в целом выполнена, тема раскрыта неполностью, выводы отчасти не соответствуют теме, выполнена в срок	3-4
Самостоятельная работа в целом выполнена, тема нераскрыта, есть грубые ошибки в изложении материала, выводы не соответствуют теме,	1-2
Самостоятельная работа не выполнена	0

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные темы рефератов.

1. Алгебра бинарных отношений и отображений
2. Отображения и фактор-множества
3. Отношения эквивалентности
4. Отношения порядка
5. Эйлеровы графы
6. Гамильтоновы графы
7. Связность графа
8. Циклы в графах
9. Плоские графы
10. Деревья
11. Раскраски графов
12. Ориентированные графы
13. Паросочетания
14. Перечисление графов
15. Конечные группы и их графы

Примерный список вопросов к экзамену:

1. Основные операции теории множеств и их свойства.

2. Универсальное множество и дополнение множества.
3. Графические иллюстрации в теории множеств.
4. Декартово произведение множеств и его свойства.
5. Бинарное отношение и его свойства.
6. Отношение эквивалентности, примеры.
7. Разбиение множества и отношение эквивалентности на нем.
8. Фактор-множество, примеры.
9. Отношение порядка, примеры.
10. Отображения, виды отображений, примеры.
11. Композиция отображений, свойства композиции.
12. Подстановки. Разложение подстановок в произведение независимых циклов.
13. Декремент и четность подстановок.
14. Высказывания, основные логические операции.
15. Основные схемы логически правильных рассуждений.
16. Алгебра логики, логические функции.
17. Булева алгебра, примеры.
18. Предикат и формулы логики предикатов.
19. Кванторы, области действия кванторов.
20. Основные определения теории графов.
21. Степень вершины. Лемма о рукопожатиях.
22. Графы и бинарные отношения.
23. Эйлеровы графы, критерий эйлера графа.
24. Гамильтоновы графы, достаточные условия.

Примерные вопросы для опроса.

1. Перечислите основные операции над множествами.
2. Сформулируйте основные свойства операций над множествами.
3. Опишите диаграммы Эйлера-Венна и их использование.
4. Какими свойствами могут обладать бинарные отношения на множестве?
5. Что такое разбиение множества и какова его роль?
6. Дайте определение отношения эквивалентности.
7. Какие виды отношений порядка существуют? Приведите примеры.
8. Какие отношения на паре множеств называются отображениями?
9. Дайте определение биективного отображения.
10. Дайте определение подстановки.
11. Как определяется умножение подстановок?
12. Какими свойствами обладает умножение подстановок?
13. Что такое транспозиция?
14. Докажите, что любую подстановку можно представить в виде произведения транспозиций.
15. Дайте определение высказываниям и логическим операциям с ними.
16. Что такое логическая формула?
17. Какие формулы называются тождественно истинными, тождественно ложными и выполнимыми?
18. Как проверить, какая формула дана?
19. Что такое логическая функция?
20. Дайте определение кванторов и опишите их использование.
21. Что такое доказательство в математике?
22. Сформулируйте правила вывода.
23. Обоснуйте метод доказательства от противного.
24. Перечислите существующие виды теорем.
25. Дайте определение необходимым и достаточным условиям.
26. Дайте определение графа.

27. Каково графическое представление графа?
28. Какие виды графа существуют?
29. Какими способами можно задать граф?
30. Что такое степень вершины?
31. Какими свойствами обладает граф отношения эквивалентности?
32. Дайте определение связного графа.
33. Что такое цепь и цикл в графе?
34. Какие графы называются эйлеровыми?
35. Какие графы называются гамильтоновыми?
36. Дайте определение дерева.
37. Дайте определение правильной раскраски графа?
38. Какие графы называются плоскими и планарными?
39. Какие графы не являются планарными?
40. Опишите исторические задачи теории графов.

Примерный вариант теста.

1. Заданы множества $A = \{1, 2, 3\}$ и $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Верным для них будет утверждение:
 - a) множества A и B состоят из одинаковых элементов;
 - b) множества A и B равны;
 - c) множество A включает в себя множество B ;
 - d) множество B включает в себя множество A .
2. На факультете учатся студенты, имеющие домашний персональный компьютер и студенты, не имеющие домашнего персонального компьютера. Пусть A - множество всех студентов факультета; B - множество студентов факультета, имеющих домашний персональный компьютер. Тогда разностью $A \setminus B$ этих множеств будет ...
 - a) множество студентов факультета, не имеющих домашнего персонального компьютера;
 - b) множество студентов факультета, имеющих домашний персональный компьютер
 - c) множество всех студентов факультета;
 - d) пустое множество.
3. Выберите такие множества A и B , что A является подмножеством B .
 - a) $A = \{1, 2, 5\}$ $B = \{1, 2, 3, 4\}$;
 - b) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{1, 2, 3\}$;
 - c) $A = \{1, 2, 4\}$ $B = \{1, 2, 4, 5\}$.
4. Дано множество $A = \{34, 68, 136, 272\}$. Чему равна мощность этого множества?
5. Если отношение задано неравенством: $4x - 2y > 0$, то данному отношению принадлежит следующая пара чисел:

a) $(-1, 0)$;	b) $(1, 1)$;
c) $(0, 1)$;	d) $(0, -1)$.
6. Какие из следующих предложений не являются высказываниями?
 - a) В созвездии Кассиопеи есть жизнь;
 - b) 2 – четное число;
 - c) город Париж находится в Азии;
 - d) $3 > 5$.
7. Выберите правильный вариант:
 - a) $\forall x B = \forall x (A \vee B)$;

- b) $(\forall x A \vee \forall x B) = (A \vee B)$;
- c) $(\forall x A \vee \forall x B) = \forall x (A \vee B)$;
- d) $(\forall x A \vee \forall x B) = B$.

8. Выражение $A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \models B \Rightarrow (A \Rightarrow C)$ это правило:

- a) отрицания;
- b) перестановки посылок;
- c) силлогизма;
- d) соединения посылок.

9. Примером выполнимой формулы является:

- a) $\forall x A(x, y, b1)$;
- b) $A \rightarrow B$;
- c) $A \equiv B$;
- d) $\vdash A$.

Примерный вариант контрольной работы.

1. Составить таблицу истинности для высказывания: $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\bar{B} \Rightarrow \bar{A})$.
2. Проверьте равносильность: $A \& \bar{B} \Rightarrow \bar{C} = \bar{A} \vee B \vee \bar{C}$.
3. Установите, находятся ли в отношении логического следования предложения А и В, если: а) А – «Число x – четное», В – «число x кратно 7»; б) А – «В четырехугольнике ABCD диагонали равны», В – «Четырехугольник ABCD – прямоугольник».
4. Даны множества $A = \{x | -2 < x \leq 3, 1; x \in R\}$ и $B = \{x | 1 < x \leq 6, 4; x \in R\}$. Найти и изобразить на числовой прямой множества $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$. Рисунки сопроводить соответствующими записями. На координатной плоскости изобразить $A \times B$.
5. Расположите следующие множества так, чтобы каждое из них было подмножеством следующего $(K \cap F) \cup M$, $M \cap K$, $M \cap (K \setminus F)$, $M \cap (F \cup K)$.
6. В группе 9 человек – 5 девушек и 4 юношей. Нужно сформировать команду из 4-ех человек так, чтобы в ее составе было не менее 3-х девушек. Сколько существует различных вариантов формирования команды?
7. Из 100 человек английский язык изучают 30, немецкий – 42, французский – 28, английский и немецкий 10, английский и французский – 5, немецкий и французский – 8. Все три языка изучают три студента. Сколько студентов изучает только один язык? Сколько студентов не изучает ни одного языка?
8. Изобразить все попарно неизоморфные 4-вершинные графы без петель и кратных ребер.
9. Существует ли 6-вершинный граф без петель и кратных ребер, имеющий такой набор степеней вершин: (2, 2, 2, 4, 5, 5)?
10. Доказать, что для всякого $n \geq 3$ существует n -вершинный связный граф без петель и кратных ребер, содержащий $n-1$ вершин с неравными друг другу степенями.
11. В государстве 100 городов, и из каждого из них выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?
12. Дан кусок проволоки длиной 120 см. Можно ли, не ломая проволоки, изготовить каркас куба с ребром 10 см?
13. Какое наименьшее число раз придется ломать проволоку, чтобы всё же изготовить требуемый каркас?
14. Грани некоторого многогранника раскрашены в два цвета так, что соседние грани имеют разные цвета. Известно, что все грани, кроме одной, имеют число рёбер, кратное 3. Доказать, что и эта одна грань имеет кратное 3 число рёбер.

Примерные задачи для самостоятельной работы.

- 1 В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9?
 2. В государстве 100 городов, и из каждого из них выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?
 3. Докажите, что в дереве есть вершина, из которой выходит ровно одно ребро (такая вершина называется висячей).
 4. В классе 28 человек. Может ли быть так, что 9 из них имеют по 3 друга (в этом классе), 11 – по 4 друга, а 10 – по 5 друзей?
 5. Докажите, что при удалении любого ребра из дерева оно превращается в несвязный граф.
 6. а) Дан кусок проволоки длиной 120 см. Можно ли, не ломая проволоки, изготовить каркас куба с ребром 10 см?
б) Какое наименьшее число раз придется ломать проволоку, чтобы всё же изготовить требуемый каркас?
 7. Грани некоторого многогранника раскрашены в два цвета так, что соседние грани имеют разные цвета. Известно, что все грани, кроме одной, имеют число рёбер, кратное 3. Доказать, что и эта одна грань имеет кратное 3 число рёбер.
 8. В компании у каждого двух людей ровно пять общих знакомых. Докажите, что количество пар знакомых делится на 3.
- Подсказка
- Выразите количество троек попарно знакомых людей через количество пар знакомых.
9. 12 шахматистов сыграли турнир в один круг. Потом каждый из них написал 12 списков. В первом только он, в $(k+1)$ -м – те, кто были в k -м и те, у кого они выиграли. Оказалось, что у каждого шахматиста 12-й список отличается от 11-го. Сколько было ничьих?
 10. Дано несколько белых и несколько чёрных точек. Из каждой белой точки идет стрелка в каждую чёрную, на каждой стрелке написано натуральное число. Известно, что если пройти по любому замкнутому маршруту, то произведение чисел на стрелках, идущих по направлению движения, равно произведению чисел на стрелках, идущих против направления движения. Обязательно ли тогда можно поставить в каждой точке натуральное число так, чтобы число на каждой стрелке равнялось произведению чисел на ее концах?
 11. В стране Мера расположено несколько замков. Из каждого замка ведут три дороги. Из какого-то замка выехал рыцарь. Странствуя по дорогам, он из каждого замка, стоящего на его пути, поворачивает либо направо, либо налево по отношению к дороге, по которой приехал. Рыцарь никогда не сворачивает в ту сторону, в которую он свернул перед этим. Доказать, что когда-нибудь он вернётся в исходный замок.
 12. Между зажимами А и В включено несколько сопротивлений. Каждое сопротивление имеет входной и выходной зажимы. Какое наименьшее число сопротивлений необходимо иметь и какова может быть схема их соединения, чтобы при порче любых девяти сопротивлений цепь оставалась соединяющей зажимы А и В, но не было короткого замыкания? (Порча сопротивления: короткое замыкание или обрыв.)
 13. В классе учатся 13 мальчиков и 13 девочек. В день 8 Марта некоторые мальчики позвонили некоторым девочкам и поздравили их с праздником (никакой мальчик не звонил одной и той же девочке дважды). Оказалось, что детей можно единственным образом разбить на 13 пар так, чтобы в каждой паре оказались мальчик с девочкой, которой он звонил. Какое наибольшее число звонков могло быть сделано?
 14. Докажите, что среди любых шести человек есть либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых.
 15. За круглым столом сидят несколько гостей. Некоторые из них знакомы между собой; знакомство взаимно. Все знакомые каждого гостя (считая его самого) сидят вокруг стола через равные промежутки. (Для другого человека эти промежутки могут быть другими.) Известно, что каждые двое имеют хотя бы одного общего знакомого. Докажите, что все гости знакомы друг с другом.

16. В классе больше 25, но меньше 31 человека. Каждый мальчик дружит с двумя девочками, а каждая девочка – с тремя мальчиками. Сколько человек в классе?
17. Можно ли провести в городе 9 автобусных маршрутов и установить на них остановки так, что какие бы 5 маршрутов ни были взяты, найдётся остановка, не лежащая ни на одном из них, а любые 7 маршрутов проходят через все остановки.
18. Изобразить все попарно неизоморфные 4-вершинные графы без петель и кратных ребер.
19. Построить все попарно неизоморфные несвязные 5-вершинные графы, не имеющие петель, кратных ребер и изолированных вершин.
20. Изобразить все попарно неизоморфные 6-вершинные графы без петель и кратных ребер, состоящие: 1) из 4 компонент; 2) из 3 компонент; 3) из одной компоненты и имеющие 7 ребер и 2 висячие вершины.
21. Сколько существует попарно неизоморфных 6-вершинных графов без петель и кратных ребер со следующим набором степеней вершин: (2, 2, 3, 3, 3, 5)?
22. Сколько существует попарно неизоморфных, не имеющих петель и кратных ребер кубических графов с 6 вершинами? Есть ли среди них двудольные графы?
23. Существует ли 6-вершинный граф без петель и кратных ребер, имеющий такой набор степеней вершин: (2, 2, 2, 4, 5, 5)?
24. Выяснить, какие наборы степеней вершин могут быть у 6-вершинных связных графов без петель и кратных ребер, имеющих 7 ребер и содержащих вершину степени 2 и вершину степени 3. Для каждого допустимого набора степеней вершин построить пример соответствующего графа.
25. Показать, что в любом графе без петель и кратных ребер, содержащем не менее 2 вершин, найдутся 2 вершины с одинаковыми степенями.
26. Доказать, что для всякого $n \geq 3$ существует n -вершинный связный граф без петель и кратных ребер, содержащий $n-1$ вершин с неравными друг другу степенями.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

За выполнение теста обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

За выполнения контрольной работы обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

За выполнения реферата обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

За выполнения задач на самостоятельной работе обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания экзамена.

Баллы	Критерии оценивания
0-5	С грубыми ошибками излагает теоретический материал, не владеет понятиями и терминологией, не отвечает на вопросы
6-11	Демонстрирует частичное воспроизведение изученного. Объясняет отдельные положения усвоенной теории. Не отвечает на большинство вопросов
12-21	Излагает теоретический материал, владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях.
22-27	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее. Отвечает на большинство вопросов
28-30	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее . Отвечает на все вопросы, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по пятибалльной системе	Оценка по сто балльной системе
отлично	81-100
хорошо	61-80
удовлетворительно	41-60
неудовлетворительно	0-40

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Баврин, И.И. Дискретная математика : учебник и задачник для прикл.бакалавриата / И. И. Баврин. - М. : Юрайт, 2017. - 208с. – Текст: непосредственный.
2. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для вузов / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 193 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07065-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511261> (дата обращения: 07.06.2023).
3. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / Д. С. Ананичев [и др.] ; под научной редакцией А. Н. Сесекина. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 108 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08214-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/492307> (дата обращения: 07.06.2023).

6.2. Дополнительная литература

1. Осипова В.А. Основы дискретной математики: учеб.пособие для вузов / В. А. Осипова. - М. : ФОРУМ-ИНФРА-М, 2006. - 160с.- Текст: непосредственный.
2. Шевелев, Ю. П. Дискретная математика : учебное пособие / Ю. П. Шевелев. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 592 с. — ISBN 978-5-8114-4284-3. — Текст : электронный //

Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/118616> (дата обращения: 07.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Алексеев, В. Б. Дискретная математика : учебник / В.Б. Алексеев. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 133 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1172256. - ISBN 978-5-16-016520-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1915507> (дата обращения: 07.06.2023). — Режим доступа: по подписке.
4. Вороненко, А. А. Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями : учебно-методическое пособие / А.А. Вороненко, В.С. Федорова. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 104 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/753. - ISBN 978-5-16-006601-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1834398> (дата обращения: 07.06.2023). — Режим доступа: по подписке.
5. Гашков, С. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 483 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11613-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511483> (дата обращения: 07.06.2023).
6. Таранников, Ю. В. Дискретная математика. Задачник : учебное пособие для вузов / Ю. В. Таранников. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 385 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01180-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511496> (дата обращения: 07.06.2023).

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- www.school.edu.ru/ Центральный образовательный портал. Содержит нормативные документы Министерства образования и науки, стандарты, информацию о проведении экспериментов.
- <http://fcior.edu.ru/> Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов
- www.edu.ru/ Федеральные образовательные порталы
- <http://www.mccme.ru> Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО)
- <http://school-collection.edu.ru/> Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов
- http://www.school.edu.ru/catalog.asp?cat_ob_no=964&pg=1 Российский общеобразовательный портал
- http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat_no=4510&tmpl=com Сообщество учителей математики
- <http://www.math.ru> Методические разработки. Библиотека, медиатека, олимпиады, задачи, научные школы, учительская, история математики
- <http://mat.1september.ru> Газета "Математика" издательского дома "Первое сентября"
- http://school_collection.edu.ru/collection/matematika/ Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов
- <http://www.exponenta.ru> Образовательный математический сайт Exponenta.ru
- <http://www.mathnet.ru> Общероссийский математический портал Math_Net.Ru
- <http://www.allmath.ru> Портал Allmath.ru – вся математика в одном месте
- <http://math.ournet.md> Виртуальная школа юного математика
- <http://www.bymath.net> Вся элементарная математика: Средняя математическая интернет – школа
- <http://www.neive.by.ru>
- <http://www.uztest.ru> ЕГЭ по математике: подготовка к тестированию
- <http://zadachi.mccme.ru> Задачи по геометрии: информационно – поисковая система
- <http://tasks.ceemat.ru> Задачник для подготовки к олимпиадам по математике
- <http://ilib.mccme.ru> Интернет-библиотека физико-математической литературы
- <http://www.problems.ru> Интернет-проект "Задачи"
- <http://www.shevkin.ru/> Математика. Школа. Будущее. Сайт учителя математики А.В.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы бакалавров
2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

fgosvo.ru

pravo.gov.ru

www.edu.ru

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)

7-zip

Google Chrome

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;

- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.