

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 08.09.2025 11:10:19

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры, математического
анализа и геометрии

Протокол от «18» сентября 2025 г., № 5

Зав. кафедрой Г.В. Кондратьева /Кондратьева Г.В./

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)

Арифметика действительных чисел

Направление подготовки (специальности) 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль (программа подготовки, специализация) Математика

Москва

2025

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа
ПК – 3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
-------------------------	--------------------------	-------------------	----------------------	---------------------	------------------

ПК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	<i>Знать:</i> концептуальные содержательные идеи построения арифметики действительных чисел на базе генетического определения числа, основные методы решения задач <i>Уметь:</i> пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения	Расчетная работа, реферат	Шкала оценивания расчетной работы Шкала оценивания реферата
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	<i>Знать:</i> понятийно-категориальный аппарат, концептуальные содержательные идеи построения арифметики действительных чисел на базе генетического определения числа, идейные и логические связи понятий и фактов систематической теории о числе, методы решения задач <i>Уметь:</i> пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения, адаптировать результаты изучения понятий и фактов систематической теории арифметики действительных чисел к школьному образовательному процессу <i>Владеть:</i> научным стилем изложения содержания, навыками поиска, сбора, систематизации и использования информации,	Расчетная работа, реферат	Шкала оценивания расчетной работы Шкала оценивания реферата

			методами и приемами устного и письменного изложения предметного материала		
--	--	--	---	--	--

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ПК-3	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать особенности формирования развивающей образовательной среды; Уметь организовывать и руководить работой команды.	Расчетная работа, реферат	Шкала оценивания расчетной работы Шкала оценивания реферата

	Прод винут ый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятел ьная работа	Знать особенности формирования развивающей образовательной среды; Уметь организовывать и руководить работой команды. Владеть навыками организации и руководства работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели.	Расчетная работа, реферат	Шкал а оцени вания рассч етной работ ы Шкал а оцени вания рефер ата
--	---------------------	---	---	---------------------------------	--

Описание шкал оценивания

Шкала оценивания расчетной работы

Критерий оценивания	Балл
Если студент правильно решил все задания и обосновал полученные результаты	5 баллов
Если студент правильно решил все задания, но не смог обосновать полученные результаты	4 баллов
Если студент правильно решил 50% - 80% всех заданий, но не смог обосновать полученные результаты	3 баллов
Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал не все полученные результаты	2 балл
Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и смог обосновать полученные результаты	1 балл
Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и не смог обосновать полученные результаты	0 баллов

Шкала оценивания рефератов

Оценка	Критерии
5 балла	Реферат по теме написан самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы
3-4 балла	Реферат удовлетворяет требованиям на оценку в 3 балла, но при этом допущены один–два недочета при освещении основного содержания темы, исправленные по замечанию преподавателя, или допущены ошибка или более

	двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя, или в реферате может быть недостаточно полно развернута
1-2 балл	Неполно, непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, или студент не может применить теорию в новой ситуации
0 баллов	Не раскрыто основное содержание учебного материала, обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких замечаний преподавателя

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль

ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

Знать: понятийно-категориальный аппарат, концептуальные содержательные идеи построения арифметики действительных чисел на базе генетического определения числа, идейные и логические связи понятий и фактов систематической теории о числе, методы решения задач

Примерные задания из расчетных работ

1. Записать число $(46203)_7$ в системе с основанием $t=12$.
2. Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 100.
 - А) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 90? Ответ обоснуйте.
 - Б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 88? Ответ обоснуйте.
 - В) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр? Ответ обоснуйте.
3. Можно ли представить в виде систематических дробей следующие числа:
 - а) $\frac{51}{24}$ в двоичной системе, б) $\frac{35}{54}$ в шестеричной системе, в) $\frac{55}{72}$ в двенадцатеричной системе, г) $\frac{(1010)_2}{(20101)_3}$ в пятеричной системе, д) $\frac{(22013)_4}{1596}$ в восьмеричной системе.Если можно, то найдите соответствующие систематические дроби.
4. Записать число $(44203)_5$ в системе с основанием $t=11$.
5. Записать число $(4016203)_7$ в системе с основанием $t=14$.
6. Записать число $(3013203)_4$ в системе с основанием $t=2$.

Перечень тем рефератов

1. Аксиоматическое построение арифметики.
2. Индийские цифры в России и их эволюция.

3. Числа и множества
4. Нуль как число.
5. Средства для счета.
6. Проблемы Варинга и Гольдбаха.
7. Практические «правила» арифметики.

Уметь: пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий; логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения, адаптировать результаты изучения понятий и фактов систематической теории арифметики действительных чисел к школьному образовательному процессу

Примерные задания из расчетных работ

1. Вычислить $(100102)_3 - (1112)_3$, $(456543)_7 + (34235)_7$, $(465)_9 \cdot (37)_9$, $(1123)_5 / (203)_5$.
2. Вычислить $(102103)_4 - (1132)_4$, $(46909)_{11} + (87838)_{11}$, $(465)_8 \cdot (37)_8$, $(2121)_3 / (1022)_3$.
3. Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).
4. Докажите, что $(n^3 - n)$ делится на 6 при всяком натуральном n .
5. Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля).
 - А) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 12? Ответ обоснуйте.
 - Б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 87? Ответ обоснуйте.
 - В) Какое наименьшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр? Ответ обоснуйте.

Перечень тем для рефератов

1. Устная нумерация и пальцевый счет.
2. Происхождение названий чисел.
3. Письменная нумерация чисел.
4. Арифметические забавы.
5. Цепные дроби.

Владеть: научным стилем изложения содержания, навыками поиска, сбора, систематизации и использования информации, методами и приемами устного и письменного изложения предметного материала

Примерные задания из расчетных работ

1. Найти остаток от деления натурального числа на 96, если это число делится на 12, а полученное при этом частное при делении на 8 дает остаток 2.
2. Существует ли такое натуральное число, которое при делении на 12 дает в остатке 6, а при делении на 18 дает остаток 7? Ответ обоснуйте.
3. По кругу в некотором порядке по одному разу написаны числа от 9 до 18. Для каждой из десяти пар соседних чисел нашли их наибольший общий делитель.
А) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители равны 1? Ответ обоснуйте.
Б) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители попарно различны? Ответ обоснуйте.
В) Какое наибольшее количество попарно различных наибольших общих делителей могло при этом получиться? Ответ обоснуйте.

Перечень тем для рефератов

1. Происхождение нуля.
2. Происхождение арифметических терминов.
3. Именованные числа.

ПК – 3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

Знать: особенности формирования развивающей образовательной среды

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-3 на пороговом уровне

Примерные задания из расчетных работ

1. Произведение нескольких различных простых чисел делится на каждое из этих чисел, уменьшенное на 1. Чему может быть равно его произведение?
2. Докажите, что $(n^7 - n)$ делится на 42 при всяком натуральном n

3. Представить систематической дробью с основанием 10^n следующие дроби:

$$\frac{17}{333}, \frac{25}{27}, \frac{1889}{1776}.$$

4. Записать в виде систематических дробей:

а) $\frac{2}{27}$ в троичной системе, б) $\frac{1000}{8^5}$ в системе счисления с основанием $t = 8$, в) $(378,8359375)_{10}$ в системе счисления с основанием $t=8$.

5. Записать в виде систематических дробей:

а) $\frac{2}{25}$ в пятеричной системе, б) $\frac{1106}{6^5}$ в системе счисления с основанием $t = 6$, в) $(278,8259375)_{10}$ в системе счисления с основанием $t=8$

Уметь: организовывать и руководить работой команды

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-3 на пороговом уровне

Примерные задания из расчетных работ

1. Найдите суммы числовых рядов, представляющих следующие бесконечные периодические дроби: а) $0,0(21)$, б) $14,(051)_6$
2. Можно ли представить в виде систематических дробей следующие числа: а) $\frac{135}{24}$ в двоичной системе, б) $\frac{35}{54}$ в шестеричной системе, в) $\frac{35}{90}$ в двенадцатеричной системе, г) $\frac{114}{75}$ в пятеричной системе, д) $\frac{21}{1596}$ в восьмеричной системе. Если можно, то найдите соответствующие систематические дроби.
3. Ученик должен был умножить двузначное число на трехзначное и разделить их произведение на пятизначное. Однако, он не заметил знака умножения и принял записанные рядом двузначное и трехзначное числа за одно пятизначное. Поэтому полученное частное (натуральное) оказалось в три раза больше истинного. Найдите все три числа.
4. Разработать примеры для школьников, позволяющие демонстрировать свойства натуральных чисел.

Владеть: навыками организации и руководства работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели.

Примерные задания из расчетных работ

3. Найдите суммы числовых рядов, представляющих следующие бесконечные периодические дроби: а) $0,(25)$, б) $0,(5)_8$
4. Докажите, что число рациональное: $\sqrt[3]{3+\sqrt{\frac{242}{27}}} + \sqrt[3]{3-\sqrt{\frac{242}{27}}}$
5. Докажите, что число рациональное: $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$

Промежуточная аттестация

ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

Знать: понятийно-категориальный аппарат, концептуальные содержательные идеи построения арифметики действительных чисел на базе генетического определения

числа, идейные и логические связи понятий и фактов систематической теории о числе, методы решения задач

Уметь: пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий; логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения, адаптировать результаты изучения понятий и фактов систематической теории арифметики действительных чисел к школьному образовательному процессу

Владеть: научным стилем изложения содержания, навыками поиска, сбора, систематизации и использования информации, методами и приемами устного и письменного изложения предметного материала

Примерные вопросы к экзамену

1. Конечные множества, равномощность конечных множеств. Натуральное число.
2. Сумма натуральных чисел как класса равномощных конечных множеств. Основные свойства.
3. Произведение натуральных чисел, два подхода: как частный случай сложения, по Кантору. Основные свойства.
4. Законы сокращения для суммы и произведения натуральных чисел.
5. Отношения «меньше» («больше») в множестве натуральных чисел. Формальное и неформальное определения. Основные свойства.
6. Отношение «непосредственно следует» в множестве натуральных чисел, его основные свойства.
7. Нумерация чисел и введение нуля. Ноль как число. Геометрическая интерпретация натуральных чисел и введения нуля.
8. Разность и частное в системе неотрицательных целых чисел. Основные свойства. Степень с натуральным показателем.
9. Деление с остатком. Теорема о делении с остатком в системе целых неотрицательных чисел.
10. Позиционные системы счисления. Представление целого неотрицательного числа в позиционной системе.
11. Выполнение операций сложения и умножения неотрицательных чисел в позиционных системах счисления.
12. НОД двух неотрицательных чисел. Его основные свойства.
13. НОК двух неотрицательных чисел. Способы его нахождения.
14. Простые и составные числа. Представление целого неотрицательного числа в виде произведения простых чисел.
15. «Решето» Эратосфена. Составление таблиц простых чисел.

16. Целое число как количественно-порядковая характеристика результата сравнения величин. Геометрическая модель системы целых чисел.
17. Определение суммы целых чисел. Основные свойства.
18. Определение произведения целых чисел. Основные свойства.
19. Отношение порядка для целых чисел. Его неформальное и формальное определения. Основные свойства.
20. Отношение «непосредственно следует» на множестве целых чисел, его свойства.
21. Целые положительные числа и числа натуральные.
22. Правила выполнения основных операций в системе целых чисел, «правило знаков».
23. Степень целого числа с натуральным показателем. Основные свойства.
24. Рациональное число как количественно-порядковая характеристика результата сравнения величин. Представления о рациональных числах.
25. Сумма рациональных чисел, операция сложения и ее основные свойства.
26. Произведение рациональных чисел, операция умножения и ее основные свойства.
27. Отношение «меньше» («больше») в множестве рациональных чисел. Основные свойства.
28. Представление рационального числа систематической дробью. Простые и смешанные систематические дроби.
29. Несоизмеримые величины. Существование систем величин, содержащих несоизмеримые величины.
30. Сравнение величин и дедекиндовские сечения множества рациональных чисел.
31. Сравнение величин в непрерывно и архимедовски упорядоченных системах величин и действительные числа.
32. Отношение порядка в множестве действительных чисел. Основные свойства.
33. Операции сложения, основные факты и свойства.
34. Операции умножения, основные факты и свойства.
35. Представление действительных чисел в позиционных системах. Систематические дроби.
36. Рациональные приближения иррациональных чисел.

ПК – 3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

Знать: особенности формирования развивающей образовательной среды

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-3 на пороговом уровне

Уметь: организовывать и руководить работой команды

Владеть: навыками организации и руководства работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели.

Примерные задачи к экзаменационным билетам

1. Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 100.
2. а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 90? Ответ обоснуйте.
3. б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 88? Ответ обоснуйте.
4. в) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр? Ответ обоснуйте.
5. Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).
6. Докажите, что $(n^3 - n)$ делится на 6 при всяком натуральном n .
7. Существует ли такое натуральное число, которое при делении на 12 дает в остатке 6, а при делении на 18 дает остаток 7? Ответ обоснуйте.
8. Найдите трёхзначное натуральное число, которое при делении и на 4, и на 15 даёт равные ненулевые остатки, и средняя цифра в записи которого является средним арифметическим крайних цифр. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

$$\frac{36\frac{2}{3} : 15 + 8\frac{2}{3} \cdot 7}{12\frac{1}{3} + 8\frac{6}{7} : 2\frac{4}{7}} + \frac{2\frac{3}{8} : \frac{3}{4} + 24 \cdot \frac{7}{9}}{7\frac{2}{3} - 15\frac{4}{5} : 24}$$

9. Вычислить
10. Найдите положительное число, если 45% от него составляют столько же, сколько составляют 20% от числа, ему обратного.
11. Записать число $(46203)_7$ в системе с основанием $t=12$.
12. Вычислить $(102102)_3 - (1122)_3$, $(46503)_7 + (54235)_7$, $(465)_8 \cdot (37)_8$, $(2121)_3 / (1022)_3$.
13. Докажите, что число рациональное: $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$
14. Решите в целых числах уравнения: $x^2 - 7x - 144 = y^2 - 25y$; $x^2 - xy - 2y^2 = 7$.
15. Сравните числа $\log_{15} 19$ и $\log_{17} 21$
16. Записать в виде систематических дробей:
а) $\frac{2}{27}$ в троичной системе, б) $\frac{1000}{8^5}$ в системе счисления с основанием $t = 8$, в) $(378,8359375)_{10}$ в системе счисления с основанием $t=8$.
17. Можно ли представить в виде систематических дробей следующие числа: а) $\frac{135}{24}$ в двоичной системе, б) $\frac{35}{54}$ в шестеричной системе, в) $\frac{35}{90}$ в двенадцатеричной системе, г) $\frac{114}{75}$ в пятеричной системе, д) $\frac{21}{1596}$ в восьмеричной системе. Если можно, то найдите соответствующие систематические дроби.

18. Найдите суммы числовых рядов, представляющих следующие бесконечные периодические дроби: а) $0,(25)$, б) $0,(5)_8$
19. При каких целых n число $20^n + 16^n - 3^n - 1$ делится на 323?
20. Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 4200 рублей, а за каждый следующий метр – на 1300 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 11 метров

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В рамках освоения дисциплины предусмотрены: подготовка реферата, расчетная работа.

Формой промежуточной аттестации на очной и заочной формах обучения является экзамен. Экзамен проходит в форме устного собеседования по вопросам и решения задач.

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За расчетные работы обучающийся может набрать максимально 35 баллов.

За подготовку рефератов обучающийся может набрать максимально 35 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания ответов студентов на экзамене

Количество баллов	Критерии оценивания
26-30	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач

15-25	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
8-14	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
0-7	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Шкала оценивания ответов студентов на экзамене

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Отлично
61 – 80	Хорошо
41 – 60	Удовлетворительно
0 – 40	Неудовлетворительно