

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 08.09.2025 12:01:01

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bff675172803da307b35

Федеральное государственное

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,
математического анализа и геометрии

Протокол от «18» сентября 2025 г., № 5

Зав. кафедрой Г. В. Кондратьева /Кондратьева Г. В./

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)

Математический анализ

Направление подготовки (специальности)

44.03.01 Педагогическое образование

Профиль (программа подготовки, специализация)

Информатика

Москва

2025

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

1.Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
<i>УК – 1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</i>	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа
<i>ПК – 3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов</i>	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
УК-1	Пороговый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход	Конспект, домашнее задание; устный опрос, контрольная работа	Шкала оценивания конспекта Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания контрольной работы

	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход Владеть способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Конспект, домашнее задание; устный опрос, контрольная работа	Шкала оценивания конспекта Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания контрольной работы
ПК-3	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основы формирования развивающей образовательной среды Уметь формировать развивающую образовательную среду для достижения нужных результатов	Конспект, домашнее задание; устный опрос, контрольная работа	Шкала оценивания конспекта Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания контрольной работы
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основы формирования развивающей образовательной среды Уметь формировать развивающую образовательную среду для достижения нужных результатов Владеть способностью формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения	Конспект, домашнее задание; устный опрос, контрольная работа	Шкала оценивания конспекта Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания контрольной работы

			средствами преподаваемых учебных предметов		
--	--	--	--	--	--

Описание шкал оценивания

Шкала оценивания конспекта.

Критерий	Баллы
Студент написал 0 – 10% всех лекций	0
Студент написал 11 – 20% всех лекций	1
Студент написал 21 – 40% всех лекций	2
Студент написал 41 – 60% всех лекций	3
Студент написал 61 – 80% всех лекций	4
Студент написал 81 – 100% всех лекций	5
Всего (максимум)	5

Шкала оценивания домашнего задания.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% всех домашних заданий	0
Студент правильно выполнил 5 – 10% всех домашних заданий	1
Студент правильно выполнил 11 – 20% всех домашних заданий	2
Студент правильно выполнил 21 – 30% всех домашних заданий	3
Студент правильно выполнил 31 – 40% всех домашних заданий	4
Студент правильно выполнил 41 – 50% всех домашних заданий	5
Студент правильно выполнил 51 – 60% всех домашних заданий	6
Студент правильно выполнил 61 – 70% всех домашних заданий	7
Студент правильно выполнил 71 – 80% всех домашних заданий	8
Студент правильно выполнил 81 – 90% всех домашних заданий	9
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех домашних заданий	10
Всего (максимум)	10

Шкала оценивания устного опроса.

Критерий оценивания	Баллы
Студент правильно ответил на 0 – 5% всех заданных вопросов	0
Студент правильно ответил на 5 – 10% всех заданных вопросов	1
Студент правильно ответил на 11 – 20% всех заданных вопросов	2
Студент правильно ответил на 21 – 30% всех заданных вопросов	3
Студент правильно ответил на 31 – 40% всех заданных вопросов	4
Студент правильно ответил на 41 – 50% всех заданных вопросов	5
Студент правильно ответил на 51 – 60% всех заданных вопросов	6
Студент правильно ответил на 61 – 70% всех заданных вопросов	7

Студент правильно ответил на 71 – 80% всех заданных вопросов	8
Студент правильно ответил на 81 – 90% всех заданных вопросов	9
Студент правильно ответил на 91 – 100% всех заданных вопросов	10
Всего (максимум)	10

Шкала оценивания контрольной работы.

Две контрольные работы в каждом семестре содержит в сумме 8 заданий. Баллы за каждое задание:

Показатель	Баллы
Студент решил задачу и показал полное и уверенное знание темы задания	5
Студент решил задачу, однако в решении имеются несущественные ошибки, недостатки и недочёты	4
Студент в целом решил задачу, но в решении имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	3
Студент не решил задачу, но имеются более двух правильных идей или подходов к решению задачи	2
Студент не решил задачу, но имеются только одна-две идеи или подходы к решению задачи	1
Студент не решил задачу и показал полное незнание темы задания	0
Всего (максимум)	30

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

УК – 1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Знать основы системного подхода

Темы для конспектов.

1. Числовые множества.
2. Множество действительных чисел.
3. Максимум и минимум числовых множеств. Точная верхняя и точная нижняя грани числовых множеств.
4. Теорема о точных гранях.
5. Числовая функция.
6. Область определения и множество значений функции.
7. Способы задания функции.
8. Сложная и обратная функция.
9. Чётная, нечётная и периодическая функция.
10. Возрастание и убывание функции.
11. Основные элементарные функции. Понятие элементарной функции.
12. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности.
13. Арифметические операции с пределами последовательностей. Свойства предела последовательности.

14. Теорема Вейерштрасса о монотонных ограниченных последовательностях.
15. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
16. Теорема Больцано – Вейерштрасса.
17. Критерий Коши сходимости числовой последовательности
18. Предел функции. Односторонний и бесконечный пределы функции. Свойства предела функции.
19. Первый и второй замечательные пределы.
20. Непрерывность функции. Свойства непрерывности функции.
21. Разрывы функции. Теорема о разрывах монотонных функций.
22. Эквивалентные функции.
23. Производная функции. Её геометрический и физический смысл.
24. Дифференцируемость функции. Правила дифференцирования.
25. Связь производной, дифференцируемости и непрерывности функции.
26. Производные основных элементарных функций.
27. Гиперболические синус, косинус, тангенс и котангенс; их производные.
28. Производная показательной-степенной функции. Логарифмическая производная.
29. Дифференциал, его свойства, инвариантность формы дифференциала.
30. Производная функции, заданной параметрически.
31. Производные и дифференциалы высших порядков.
32. Необходимое условие локального экстремума функции (теорема Ферма). Т
33. еоремы Ролля, Лагранжа и Коши.
34. Функция с нулевой производной.
35. Виды неопределённостей. Правило
36. Лопиталя раскрытия неопределённостей.
37. Формула Тейлора для многочлена.
38. Бином Ньютона.
39. Формула Лейбница для производной высшего порядка произведения функций.
40. Формула Тейлора для произвольной функции.
41. Остаточное слагаемое в форме Пеано и в форме Лагранжа.
42. Теоремы о возрастании и убывании функций.
43. Достаточные условия локального экстремума функции. Экстремум функции, заданной на отрезке.
44. Выпуклость функций. Необходимое и достаточное условия выпуклости функции. Теорема о выпуклости функции.
45. Точка перегиба функции. Достаточные условия точки перегиба функции.
46. Первообразная функции и неопределённый интеграл. Линейность неопределённого интеграла и его противоположность дифференцированию.
47. Метод замены переменной и метод интегрирования по частям в неопределённом интеграле.
48. Интегрирование дробно-рациональной функции.
49. Неопределённые интегралы от простейших рациональных дробей.
50. Метод неопределённых коэффициентов и метод «вычёркиваний».
51. Интегрирование рациональных тригонометрических функций.
52. Универсальная тригонометрическая подстановка.
53. Интегрирование симметричных рациональных тригонометрических функций.
54. Интегрирование квадратичных иррациональностей и рациональных функций с квадратичными иррациональностями.
55. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей и дифференциальных биномов.

56. Понятие определённого интеграла. Необходимое условие существования определённого интеграла. Теорема Коши о существовании определённого интеграла. Геометрический смысл определённого интеграла. Линейность, аддитивность и монотонность определённого интеграла. Теорема о среднем и производная определённого интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Определённый интеграл от чётной, нечётной и периодической функции. Формула Тейлора с остаточным слагаемым в интегральной форме.
57. Геометрические приложения определённого интеграла
58. Несобственный интеграл 1-го рода. Признаки сходимости несобственных интегралов 1-го рода.
59. Несобственный интеграл 2-го рода. Признаки сходимости несобственных интегралов 2-го рода.
60. Функция нескольких переменных, область определения.
61. Пределы по Коши и по Гейне, непрерывность функции нескольких переменных. Предел сложной функции. Прохождение непрерывной функции через промежуточное значение. Открытое и замкнутое множества, область. Теоремы Вейерштрасса о непрерывной функции.
62. Частные производные первого порядка.
63. Дифференцируемость функции нескольких переменных, дифференциал функции.
64. Дифференцирование сложной функции.
65. Частные производные высших порядков. Смешанные производные, их равенство. Дифференциалы высших порядков.
66. Формула Тейлора функции нескольких переменных.
67. Остаточное слагаемое в форме Пеано и в форме Лагранжа. Полином Ньютона.
68. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Экстремум функции двух переменных.
69. Неявная функция. Теорема о неявной функции. Дифференцирование неявной функции. Система неявных функций. Теорема о системе неявных функций.
70. Условный экстремум. Необходимое условие условного экстремума – метод функции Лагранжа. Достаточное условие условного экстремума. Экстремум квадратичной формы на единичной сфере.
71. Геометрические приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных
72. Двойные интегралы. Определение и геометрический смысл двойного интеграла. Теорема о существовании и основные свойства двойного интеграла. Повторные интегралы. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Интеграл Пуассона.
73. Тройные интегралы. Кубируемость и объём фигуры в трёхмерном пространстве. Определение тройного интеграла. Теорема о существовании и основные свойства тройного интеграла.
74. Многомерные интегралы. Измеримость и мера Жордана фигуры в многомерном пространстве. Многомерные интегралы: определение, теорема о существовании, основные свойства, замена переменных.
75. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра.
76. Дифференцирование и интегрирование по параметру.
77. Бета-функция и гамма-функция. Их основные свойства.
78. Понятие числового ряда. Сходимость числового ряда. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши сходимости. Интегральный признак

- сходимости. Знакопеременный ряд. Признак Лейбница сходимости. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Теоремы об абсолютно и условно сходящихся числовых рядах.
79. Понятие функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
 80. Понятие степенного ряда. Радиус сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость степенного ряда. Свойства степенных рядов. Сходимость ряда Тейлора.
 81. Криволинейный интеграл 1-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, методы вычисления.
 82. Криволинейный интеграл 2-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, связь с криволинейным интегралом 1-го рода, методы вычисления.
 83. Поверхностный интеграл 1-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, методы вычисления. Телесный угол.
 84. Поверхностный интеграл 2-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, связь с поверхностным интегралом 1-го рода, методы вычисления. Формулы Остроградского – Грина, Стокса и Остроградского – Гаусса.
 85. Тригонометрический ряд Фурье. Коэффициенты Фурье.
 86. Тожество и неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Лемма Римана. Ядра Дирихле и Фейера ряда Фурье. Теоремы Фейера и Дирихле о сходимости ряда Фурье.
 87. Условие абсолютной и равномерной сходимости, почленное дифференцирование и почленное интегрирование ряда Фурье.
 88. Прямое преобразование Фурье. Лемма Римана. Обратное преобразование Фурье (интеграл Фурье). Равенство Планшереля. Почленное дифференцирование интеграла Фурье. Теорема Котельникова.

Уметь: осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход

Задачи домашнего задания.

Семестр 1

1. Найти предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + \cos(6n)}{3^{n+1} + 2^n}$.
2. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[5]{\cos x}}{x \sin x}$.
3. Найти производную $y'(x)$ функции $y = \sqrt{x} - (x+1) \operatorname{arctg} \sqrt{x}$.
4. Найти производную $y'(x)$ параметрически заданной функции $x = \arcsin \sqrt{t}$, $y = (1 + \sqrt{t})^{1/2}$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{x}{1+x^2}$ на отрезке $[1/2, 3]$.
6. Найти интервалы возрастания и убывания и точки экстремума функции $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x}$.
7. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба функции $y = \frac{\ln x}{x^2}$.

8. Найти асимптоты графика функции $y = \frac{3x^4}{(x-1)^2(x+1)}$.

Семестр 2

1. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+3\cos x}}$.
2. Найти неопределённый интеграл $\int x \operatorname{arctg} x dx$.
3. Найти определённый интеграл $\int_0^{\pi/6} \operatorname{tg}^2 x dx$.
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{\ln x}{x}$ и $y = 0$, $1 \leq x \leq e^2$.
5. Найти длину дуги кривой, заданной в полярных координатах $r = 3\sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi$.
6. Найти несобственный интеграл 1-го рода $\int_1^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.
7. Найти двойной предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1}{xy+3y^2} \ln \frac{x}{x-y}$.
8. Найти смешанную производную z''_{xy} функции $z = x^y$.

Владеть: способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Задания контрольных работ.

Семестр 1

1. Найти предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n+7)(n+2)} - n)$.
2. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 15x - 2}{\sqrt{x+7} - 3}$.
3. Найти производную функции $y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}$.
4. Найти производную $y'(x)$ параметрически заданной функции $x = \sqrt{2t - t^2}$, $y = \arcsin(t-1)$.
5. Разложить многочлен $P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x$ в ряд Тейлора с центром в точке $x_0 = -1$.
6. Найти интервалы возрастания и убывания и точки экстремума функции $y = x^2 \ln x$.
7. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба функции $y = x^4 e^{-x}$.

8. Найти асимптоты графика функции $y = \frac{\operatorname{arctg} x + \pi}{3\operatorname{arctg} x - \pi}$.

Семестр 2

1. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}$.
2. Найти неопределённый интеграл $\int (x + 1) \sin(4x) dx$.
3. Найти определённый интеграл $\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 1} dx$.
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \cos(\pi x)$ и $y = \frac{3x}{2}$, $0 \leq x \leq 1/3$.
5. Найти длину дуги кривой, заданной параметрически в прямоугольных координатах $x = \cos t + t \sin t$, $y = \sin t - t \cos t$, $0 \leq t \leq \pi$.
6. Найти несобственный интеграл 1-го рода $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x+1)(x+5)} dx$.
7. Найти двойной предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow -3}} \frac{1 - \cos(xy)}{x^2(y+4)}$.
8. Найти смешанную производную z''_{xy} функции $z = \ln(1 + x^2 y^4)$.

ПК – 3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов

Знать основы формирования развивающей образовательной среды

Вопросы к устному опросу.

Семестр 1

1. Понятие рационального и действительного числа. Иррациональные числа. Свойство упорядоченности. Свойство непрерывности.
2. Изображение действительных чисел на прямой. Аксиоматическое построение множества действительных чисел.
3. Понятие действительной функции действительной переменной. График функции.
4. Ограниченность, неограниченность функции. Четные, нечетные функции. Периодические функции.
5. Сложные функции. Обратные функции.
6. Понятие числовой последовательности. Способы задания последовательностей. Предел числовой последовательности.
7. Геометрический смысл предела последовательности. Бесконечные пределы.
8. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.

9. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
10. Предел монотонной последовательности.
11. Число e как предел последовательности $(1+1/n)^n$.
12. Критерий Коши сходимости последовательности.
13. Бесконечно малые последовательности и их связь с бесконечно большими.
14. Определения предела функции в точке по Гейне и по Коши и их эквивалентность.
15. Односторонние пределы.
16. Предел функции на бесконечности и бесконечные пределы.
17. Свойства пределов функции и арифметические действия над пределами. Пределы монотонных функций. Замечательные пределы.
18. Бесконечно малые функции и их связь с бесконечно большими функциями.
19. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции.
20. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций.
21. Операции над непрерывными функциями.
22. Предельный переход под знаком непрерывной функции.
23. Точки разрыва и их классификация. Теорема о разрывах монотонных функций.
24. Ограниченность непрерывных на отрезке функций. Достижение экстремальных значений.
25. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.
26. Производная и ее физический и геометрический смысл. Дифференцируемые функции.
27. Дифференциал и его геометрический смысл.
28. Производная суммы, произведения и частного.
29. Дифференцирование сложной и обратной функций.
30. Производные основных элементарных функций.
31. Производные и дифференциалы высших порядков.
32. Параметрическое задание функций и их дифференцирование.
33. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коши.
34. Раскрытие неопределенностей с помощью производных (правило Лопиталя).
35. Формула Тейлора. Бином Ньютона.
36. Признаки монотонности функции.
37. Локальные экстремумы функции. Необходимое условие экстремума.
38. Достаточные условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции.
39. Направление выпуклости кривой и точки перегиба.
40. Исследование функции и построение графика. План.

Семестр 2

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов.
2. Таблица основных интегралов.
3. Замена переменной в неопределенном интеграле. Подведение под дифференциал в неопределенном интеграле.
4. Интегрирование по частям.
5. Рациональные функции и их интегрирование (см. лекции).
6. Интегрирование иррациональных выражений в простейших случаях (см. лекции).
7. Интегрирование иррациональных выражений с помощью подстановок Эйлера.
8. Интегрирование некоторых других иррациональностей (см. лекции).
9. Интегрирование тригонометрических функций.
10. Понятие определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции.
11. Верхние и нижние интегральные суммы и их свойства. Критерий интегрируемости.
12. Свойства определенного интеграла.
13. Теорема о среднем.

14. Существование первообразной от непрерывной функции.
15. Формула Ньютона – Лейбница.
16. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
17. Замена переменных в определенном интеграле.
18. Несобственный интеграл от неограниченной функции и по бесконечному промежутку.
19. Теоремы существования несобственных интегралов.
20. Вычисление площадей плоских фигур. Площадь криволинейного сегмента.
21. Вычисление объемов тел по площадям параллельных сечений. Объем тела вращения.
22. Длина кривой. Длина дуги как параметр. Дифференциал дуги.
23. Площадь поверхности вращения.
24. n -мерное евклидово пространство, его подмножества. Понятие области.
25. Последовательности в n -мерном евклидовом пространстве. Предел последовательности. Свойства пределов последовательностей.
26. Числовые действительные функции нескольких переменных. График функции двух переменных.
27. Предел числовых функций нескольких переменных в точке. Свойства пределов функций.
28. Непрерывность числовых функций нескольких переменных в точке. Свойства непрерывных числовых функций.
29. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал числовых функций нескольких переменных.
30. Производные сложных функций, дифференциал сложной функции.
31. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования.
32. Дифференциалы высших порядков.

Семестр 3

1. Формула Тейлора для функции нескольких переменных. Формы остаточного слагаемого.
2. Локальный экстремум функции нескольких переменных, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума.
3. Неявная функция. Теорема о неявной функции. Частные производные неявной функции.
4. Система неявных функций. Теорема о системе неявных функций. Якобиан.
5. Условный экстремум. Необходимое условие условного экстремума – метод множителей Лагранжа. Достаточное условие условного экстремума.
6. Максимум и минимум квадратичной формы на единичной сфере.
7. Градиент функции. Его геометрический смысл.
8. Поверхности уровня. Касательная плоскость к поверхности.
9. Квадрируемость и площадь плоской фигуры. Понятие двойного интеграла.
10. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции.
11. Свойства двойного интеграла.
12. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному интегралу.
13. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
14. Вычисление интеграла Пуассона.
15. Кубируемость и объем фигуры в трёхмерном пространстве. Понятие тройного интеграла.
16. Теорема о существовании и единственности и основные свойства тройного интеграла.
17. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Повторные интегралы.
18. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
19. Измеримость и мера Жордана фигуры в многомерном пространстве. Примеры измеримых

фигур.

20. Определение и основные свойства многомерного интеграла.
21. Вычисление многомерного интеграла. Повторные интегралы.
22. Замена переменных в многомерном интеграле.
23. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Дифференцирование и интегрирование по параметру.
24. Бета-функция и гамма-функция. Их основные свойства.
25. Понятие числового ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Критерий сходимости ряда с положительными членами.
26. Сравнительные признаки сходимости положительных рядов. Признак Даламбера. Признак Коши.
27. Критерий Коши сходимости последовательности действительных чисел. Критерий Коши сходимости числового ряда.
28. Абсолютная и условная сходимость рядов. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.
29. Знакопеременный ряд. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов.
30. Функциональные последовательности, равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности. Непрерывность предельной функции.
31. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
32. Интегрирование функциональных рядов. Дифференцирование функциональных рядов.
33. Понятие степенного ряда. Понятие верхнего предела, его свойства. Радиус и область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
34. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложения функции в ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости ряда Тейлора.
35. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора.
36. Применение степенных рядов к приближенному вычислению значений элементарных функций и интегралов.
37. Спрямоугольность и длина дуги кривой в трёхмерном пространстве.
38. Определение, теорема о существовании и единственности и основные свойства криволинейного интеграла 1-го рода.
39. Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода.
40. Определение, теорема о существовании и единственности и основные свойства криволинейного интеграла 2-го рода.
41. Вычисление криволинейного интеграла 2-го рода. Связь с криволинейным интегралом 1-го рода.
42. Криволинейный интеграл 2-го рода по границе плоской области. Направление обхода. Формула Остроградского – Грина.
43. Площадь поверхности в пространстве.
44. Определение, теорема о существовании и единственности и основные свойства поверхностного интеграла 1-го рода.
45. Вычисление поверхностного интеграла 1-го рода. Телесный угол.
46. Определение, теорема о существовании и единственности и основные свойства поверхностного интеграла 2-го рода.
47. Вычисление поверхностного интеграла 2-го рода. Связь с поверхностным интегралом 1-го рода.
48. Поверхностный интеграл 2-го рода по границе фигуры в трёхмерном пространстве. Формула Остроградского – Гаусса.
49. Криволинейный интеграл 2-го рода по замкнутой кривой. Направление обхода. Формула

Стокса.

50. Независимость криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования.
51. Тригонометрический ряд Фурье. Коэффициенты Фурье. Тожество и неравенство Бесселя и равенство Парсеваля.
52. Ядра Дирихле и Фейера тригонометрического ряда Фурье. Теоремы Фейера и Дирихле о сходимости тригонометрического ряда Фурье.
53. Условие абсолютной и равномерной сходимости и почленное дифференцирование тригонометрического ряда Фурье.
54. Почленное интегрирование тригонометрического ряда Фурье.
55. Преобразование Фурье. Лемма Римана.
56. Разложение функции в интеграл Фурье – обратное преобразование Фурье.
57. Равенство Планшереля. Почленное дифференцирование интеграла Фурье.
58. Теорема Котельникова.

Уметь формировать развивающую образовательную среду для достижения нужных результатов

Задачи домашнего задания.

Семестр 3

1. Разложить многочлен $P(x, y) = x^2 + 5xy + y^2 - 3x$ в ряд Тейлора с центром в точке $x_0 = -1, y_0 = 1$.
2. Найти экстремумы функции $z = x - y - 3x^2 - 2y^2 + xy$.
3. Найти частные производные z'_x и z'_y неявно заданной функции $z = z(x, y)$: $e^z + 4z = x^3 \cos y$.
4. Найти экстремумы функции $z = xy$ при наличии условия $\frac{x^2}{25} + y^2 = 1$.
5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_{-2}^1 dy \int_0^{\sqrt{2+y}} f(x, y) dx$.
6. Найти двойной интеграл $\iint_D \arctg \frac{y}{x} dx dy$, где $D = \{x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.
7. Найти тройной интеграл $\iiint_H \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2 + z^2}$, где $H = \{1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, 0 \leq z \leq \sqrt{(x^2 + y^2)/3}\}$.
8. Исследовать на абсолютную и условную сходимость числовой ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^4 n}$.
9. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (2x + 5)^{n^2}$.
10. Разложить в ряд Тейлора по степеням x функцию $(x + x^3) \arctg x$ и указать область сходимости ряда.
11. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4n+1}{(2n)!} x^{4n}$, выполнив сначала почленное интегрирование, а затем почленное дифференцирование.

12. Найти криволинейный интеграл 1-го рода $\int_{\Gamma} xy \, dl$, где $\Gamma = \left\{ x = 3 \cos t, y = \sin t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \right\}$.
13. Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода $\int_{\Gamma} x^{-1} dy + y \, dx + y^{-1} dz$, где $\Gamma = \{x = t^2, y = t^3, z = t^4, 1 \leq t \leq 2\}$, обход контура по возрастанию t .
14. Найти поверхностный интеграл 1-го рода $\int_{\sigma} (z + 2x + 4y/3) \, dS$, где $\sigma = \{6x + 4y + 3z = 11, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.
15. Найти поверхностный интеграл 2-го рода $\int_{\sigma} x^2 \, dx \, dy$, где $\sigma = \{z = \sqrt{x^2 + y^2}, x \geq 0, y \geq 0, z \leq 3\}$, нормаль $\mathbf{n}$ к σ образует острый угол с осью OZ .
16. Разложить в ряд Фурье функцию $y(x)$, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$ и равную 1 при $x > 0$, 0 при $x = 0$ и -1 при $x < 0$.
17. Найти преобразование Фурье функции $y(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$.

Владеть способностью формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов

Задания контрольных работ.

Семестр 3

1. Найти экстремумы функции $z = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{2y^2}$ ($x > 0, y > 0$).
2. Найти частные производные z'_x и z'_y неявно заданной функции $z = z(x, y)$: $\ln(1 + z) - z^3 = \sin(x^2 y)$.
3. Найти экстремумы функции $z = x - y$ при наличии условия $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.
4. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f(x, y) \, dx$.
5. Найти двойной интеграл $\iint_D \sqrt{16 - x^2 - y^2} \, dx \, dy$, где $D = \{x^2 + y^2 \leq 16, x \leq y \leq x\sqrt{3}\}$.
6. Найти тройной интеграл $\iiint_H x \, dx \, dy \, dz$, где $H = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 10x, 0 \leq z \leq xy\}$.
7. Найти тройной интеграл $\iiint_H (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz$, где $H = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \sqrt{x^2 + y^2} \leq z\}$.
8. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n^2}$.

9. Разложить в ряд Тейлора по степеням x функцию $\frac{1}{3-4x+x^2}$ и указать область сходимости ряда.
10. Найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+2}}{(2n+2)(2n)!}$, выполнив сначала почленное дифференцирование, а затем почленное интегрирование.
11. Найти криволинейный интеграл 1-го рода $\int_{\Gamma} x^2 dl$, где $\Gamma = \{x = \sqrt{8} \cos t, y = \sqrt{8} \sin t, z = t, 0 \leq t \leq \pi\}$.
12. Найти криволинейный интеграл 2-го рода $\int_{\Gamma} y dx$, где $\Gamma = \{x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, 0 \leq t \leq \pi\}$, обход контура по возрастанию t .
13. Найти поверхностный интеграл 1-го рода $\iint_{\sigma} z dS$, где $\sigma = \{x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \geq 0\}$.
14. Найти поверхностный интеграл 2-го рода $\int_{\sigma} z^2 dx dy$, где $\sigma = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$, нормаль $\mathbf{n}$ к σ образует острый угол с осью OZ .
15. Разложить в ряд Фурье функцию $y(x) = \sin \frac{|x|}{2}$, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$.
16. Найти преобразование Фурье функции $y(x) = e^{-4|x|}$.

Промежуточная аттестация

УК – 1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Знать: основы системного подхода

Уметь: осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход

Владеть: способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ПК – 3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов

Знать: основы формирования развивающей образовательной среды

Уметь: формировать развивающую образовательную среду для достижения нужных результатов

Владеть: способностью формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов

Задания, необходимые для оценивания сформированности УК-1, ПК-3

Вопросы к экзамену.

Семестр 1

1. Понятие рационального и действительного числа. Иррациональные числа. Свойство упорядоченности. Свойство непрерывности.
2. Понятие действительной функции действительной переменной. График функции.
3. Ограниченность, неограниченность функции. Четные, нечетные функции. Периодические функции.
4. Сложные функции. Обратные функции.
5. Понятие числовой последовательности. Способы задания последовательностей. Предел числовой последовательности.
6. Геометрический смысл предела последовательности. Бесконечные пределы.
7. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.
8. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
9. Предел монотонной последовательности.
10. Число e как предел последовательности $(1+1/n)^n$.
11. Критерий Коши сходимости последовательности.
12. Бесконечно малые последовательности и их связь с бесконечно большими.
13. Определения предела функции в точке по Гейне и по Коши и их эквивалентность.
14. Односторонние пределы.
15. Предел функции на бесконечности и бесконечные пределы.
16. Свойства пределов функции и арифметические действия над пределами. Пределы монотонных функций. Замечательные пределы.
17. Бесконечно малые функции и их связь с бесконечно большими функциями.
18. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции.
19. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций.
20. Операции над непрерывными функциями.
21. Предельный переход под знаком непрерывной функции.

Семестр 2

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов.
2. Таблица основных интегралов.
3. Замена переменной в неопределенном интеграле. Подведение под дифференциал в неопределенном интеграле.
4. Интегрирование по частям.
5. Рациональные функции и их интегрирование (см. лекции).
6. Интегрирование иррациональных выражений в простейших случаях (см. лекции).
7. Интегрирование иррациональных выражений с помощью подстановок Эйлера.
8. Интегрирование некоторых других иррациональностей (см. лекции).
9. Интегрирование тригонометрических функций.
10. Понятие определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции.
11. Верхние и нижние интегральные суммы и их свойства. Критерий интегрируемости.
12. Свойства определенного интеграла.
13. Теорема о среднем.
14. Существование первообразной от непрерывной функции.
15. Формула Ньютона – Лейбница.
16. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
17. Замена переменных в определенном интеграле.
18. Несобственный интеграл от неограниченной функции и по бесконечному промежутку.
19. Теоремы существования несобственных интегралов.

20. Вычисление площадей плоских фигур. Площадь криволинейного сегмента.

Семестр 3

1. Формула Тейлора для функции нескольких переменных. Формы остаточного слагаемого.
2. Локальный экстремум функции нескольких переменных, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума.
3. Неявная функция. Теорема о неявной функции. Частные производные неявной функции.
4. Система неявных функций. Теорема о системе неявных функций. Якобиан.
5. Условный экстремум. Необходимое условие условного экстремума – метод множителей Лагранжа. Достаточное условие условного экстремума.
6. Максимум и минимум квадратичной формы на единичной сфере.
7. Градиент функции. Его геометрический смысл.
8. Поверхности уровня. Касательная плоскость к поверхности.
9. Квадрируемость и площадь плоской фигуры. Понятие двойного интеграла.
10. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции.
11. Свойства двойного интеграла.
12. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному интегралу.
13. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
14. Вычисление интеграла Пуассона.
15. Кубируемость и объём фигуры в трёхмерном пространстве. Понятие тройного интеграла.
16. Теорема о существовании и единственности и основные свойства тройного интеграла.
17. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Повторные интегралы.
18. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
19. Измеримость и мера Жордана фигуры в многомерном пространстве. Примеры измеримых фигур.
20. Определение и основные свойства многомерного интеграла.
21. Вычисление многомерного интеграла. Повторные интегралы.
22. Функциональные последовательности, равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности. Непрерывность предельной функции.
23. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
24. Интегрирование функциональных рядов. Дифференцирование функциональных рядов.
25. Понятие степенного ряда. Понятие верхнего предела, его свойства. Радиус и область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
26. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложения функции в ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости ряда Тейлора.
27. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора.
28. Применение степенных рядов к приближенному вычислению значений элементарных функций и интегралов.
29. Спряmlяемость и длина дуги кривой в трёхмерном пространстве.
30. Определение, теорема о существовании и единственности и основные свойства криволинейного интеграла 1-го рода.
31. Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода.
32. Определение, теорема о существовании и единственности и основные свойства

- криволинейного интеграла 2-го рода.
33. Вычисление криволинейного интеграла 2-го рода. Связь с криволинейным интегралом 1-го рода.
 34. Криволинейный интеграл 2-го рода по границе плоской области. Направление обхода. Формула Остроградского – Грина.
 35. Площадь поверхности в пространстве.
 36. Определение, теорема о существовании и единственности и основные свойства поверхностного интеграла 1-го рода.
 37. Вычисление поверхностного интеграла 1-го рода. Телесный угол.
 38. Определение, теорема о существовании и единственности и основные свойства поверхностного интеграла 2-го рода.
 39. Вычисление поверхностного интеграла 2-го рода. Связь с поверхностным интегралом 1-го рода.
 40. Поверхностный интеграл 2-го рода по границе фигуры в трёхмерном пространстве. Формула Остроградского – Гаусса.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Максимальное количество баллов, которое можно набрать, выполняя задания на курсе в течение одного семестра за изучение лекционного материала, выполнение практических заданий и текущий контроль – 70 баллов.

В рамках освоения дисциплины предусмотрены: подготовка конспектов, устный опрос, выполнение домашних заданий, выполнение контрольных работ.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За подготовку конспектов обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

За выполнение контрольных работ обучающийся может набрать максимально 30 баллов

За выполнение домашних заданий обучающийся может набрать максимально - 10 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносится материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания ответов студентов на экзамене.

Количество баллов	Критерии оценивания
25-30	имеет место полное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий
19-24	имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий

9-15	имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики
0-8	имеет место неусвоение основных теорем и формул курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины.

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Отлично
61 - 80	Хорошо
41 - 60	Удовлетворительно
0 - 40	Неудовлетворительно