

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bffa79172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ

Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра математического анализа и геометрии

Согласовано управлением организации
и контроля качества образовательной
деятельности

« 10 » 06 2020 г.
Начальник управления
/М.А. Миненкова/

Одобрено учебно-методическим советом

Протокол « 10 » 06 2020 г. № 2
Председатель /Г.Е. Суслин/

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование

Профиль:

Физика и информатика

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Согласовано учебно-методической
комиссией физико-математического
факультета:

Протокол « 21 » 05 2020 г. № 10
Председатель УМКом
/ Н.Н. Барабанова/

Рекомендовано кафедрой
математического анализа и геометрии

Протокол « 14 » 05 2020 г. № 10
Зав. кафедрой
/Г.В. Кондратьева/

Мытищи
2020

Автор-составитель:

Матвеев Олег Александрович,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа и
геометрии

Парёнкина Виктория Игоревна
ассистент кафедры математического анализа и геометрии

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование профиль «Физика и информатика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.2018 г. № 125.

Дисциплина входит в обязательную часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1	Планируемые результаты обучения.....	4
2	Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3	Объем и содержание дисциплины.....	4
4	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся.....	8
5	Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.....	8
6	Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины.....	26
7	Методические указания по освоению дисциплины.....	27
8	Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	27
9	Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	28

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины - формирование знаний и понятий в области математического анализа, его роли и месте в системе естественных и математических наук. Студент должен отчетливо усвоить исходные идеи, значение основных результатов и овладеть техникой рассуждений и вычислений в этих областях.

Для достижения этой цели изложение математического анализа в Университете должно строиться систематически, на уровне строгости, принятой в современной математике.

Задачи дисциплины: изучение основных понятий и теорем математического анализа, их использования в физике и информатике.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ОПК -8 - способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Дисциплина входит в обязательную часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Для освоения этой дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предмета «Математика» на предыдущем уровне образования (в общеобразовательной школе, колледжа). Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин: «Дифференциальные уравнения», «Методы математической физики», «Основы теоретической физики», «Компьютерное моделирование».

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Форма обучения
	Очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	15
Объем дисциплины в часах	540
Контактная работа:	297,1
Лекции	116
Практические занятия	174
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	7,1
Предэкзаменационная консультация	6
Экзамен	0,9
Зачёт с оценкой	0,2

Самостоятельная работа	206
Контроль	36,9

Формой текущего контроля промежуточной аттестации являются экзамены в 1, 2, 3 семестрах и зачет с оценкой в 4 семестре.

3.2. Содержание дисциплины По очной форме обучения

Наименование разделов (тем) дисциплины с кратким содержанием	Кол-во часов			
	Лекции	Семинарские занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия
Раздел I. Введение в анализ и дифференциальное исчисление функций одной переменной.	56		68	
Тема 1. Предварительные сведения о математическом анализе. Предмет математического анализа. Краткие исторические сведения. Структура курса математического анализа.	2		2	
Тема 2. Действительные числа и их приближенные вычисления. Понятие рационального и действительного числа. Иррациональные числа. Свойство упорядоченности. Свойство непрерывности. Изображение действительных чисел на прямой. Понятие об аксиоматическом построении множества действительных чисел.	4		2	
Тема 3. Понятие функции. Понятие действительной функции действительной переменной. График функции. Ограниченность, четные, нечетные и периодические функции. Композиция функций. Обратные функции.	6		6	
Тема 4. Числовые последовательности и их пределы. Понятие числовой последовательности и ее предела. Понятие бесконечного предела. Единственность предела. Простейшие свойства предела последовательности и арифметические операции над сходящимися последовательностями. Второй замечательный предел. Критерий Коши сходимости последовательности. Бесконечно малые последовательности, их свойства и связь с бесконечно большими.	10		10	
Тема 5. Предел функции. Понятие предела функции в точке (определения по Гейне и по Коши и их эквивалентность). Предел функции на бесконечности и бесконечные пределы. Свойства пределов функции и арифметические действия над пределами. Односторонние пределы. Замечательные пределы. Бесконечно малые функции, их свойства и связь с бесконечно большими функциями.	8		8	

Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции.				
Тема 6. Непрерывность функций. Свойства непрерывных функций Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций и операции над ними. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.	6		10	
Тема 7. Элементарные функции. Основные функции школьного курса. Их определения и свойства.	2		2	
Тема 8. Производная и дифференциал. Производная, ее физический и геометрический смысл. Дифференцируемые функции. Дифференциал, его физический и геометрический смысл. Производная суммы, произведения и частного. Дифференцирование сложной и обратной функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функций и их дифференцирование.	8		10	
Тема 9. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Раскрытие неопределенностей с помощью производных (правило Лопиталя).	2		4	
Тема 10. Формула Тейлора для функции одного переменного. Формула Тейлора, различные виды остаточного члена. Использование формулы Тейлора для приближенных вычислений.	2		4	
Тема 11. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций и построению их графиков. Исследование функций на монотонность, локальные экстремумы, наибольшие и наименьшие значения. Направление выпуклости кривой и точки перегиба. Исследование функции и построение графика.	6		10	
Раздел 2.	26		40	
Интегральное исчисление функций одной переменной.				
Тема 1. Определение и свойства неопределенного интеграла. Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства. Таблица основных интегралов. Замена переменной и интегрирование по частям.	4		4	
Тема 2. Основные классы функций, интегрируемых в конечном виде. Рациональные функции и их интегрирование. Интегрирование иррациональных выражений в простейших случаях и с помощью подстановок Эйлера. Интегрирование тригонометрических функций.	8		16	
Тема 3. Определенный интеграл и его свойства. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Различные подходы к определению определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции, достаточное условие. Существование первообразной от непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменных в определенном интеграле.	4		4	
Тема 4. Методы приближенного вычисления определенного интеграла. Формула прямоугольников. Формула трапеций.	2		4	
Тема 5. Несобственные интегралы. Несобственный интеграл от неограниченной функции и по бесконечному промежутку. Теоремы существования. Примеры.	4		6	
Тема 6. Приложения определенного интеграла. Физические приложения и геометрические приложения. Центр тяжести плоской фигуры. Момент инерции. Вычисление площадей плоских фигур.	4		6	

Объем тела вращения. Длина кривой. Длина дуги как параметр. Дифференциал дуги. Площадь поверхности вращения.				
Раздел 3. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных.	18		42	
Тема 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Числовые функции нескольких переменных. Понятие области. Числовые действительные функции нескольких переменных, понятие предела и непрерывности числовых функций нескольких переменных в точке, свойства непрерывных числовых функций. График числовой функции двух переменных.	2		8	
Тема 2. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал, производные сложных функций, дифференциал сложной функции, производная по направлению, градиент. Касательная и нормаль к поверхности, геометрический смысл дифференциала функции двух переменных.	4		8	
Тема 3. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков.	2		8	
Тема 4. Формула Тейлора для функции двух переменных.	4		4	
Тема 5. Локальный экстремум функции двух переменных. Локальный экстремум функции двух переменных, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума, нахождение наибольших и наименьших значений.	2		6	
Тема 6. Двойные и тройные интегралы и их приложения. Понятие кратного интеграла. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции. Свойства кратных интегралов. Вычисление кратных интегралов сведением к повторным интегралам. Замена переменных в кратном интеграле. Физические и геометрические приложения кратных интегралов.	4		8	
Раздел 4. Числовые и функциональные ряды. Связь с несобственными интегралами.	16		24	
Тема 1. Числовые ряды. Понятие числового ряда, свойства, признаки сходимости.	4		4	
Тема 2. Функциональные последовательности и ряды. Понятие функционального ряда, свойства, признаки сходимости.	4		6	
Тема 3. Степенные ряды. Степенные ряды как частный случай функциональных рядов. Признаки сходимости.	4		4	
Тема 4. Разложение функций в степенные ряды.	2		6	
Тема 5. Применение степенных рядов к вычислению пределов и определенных интегралов	2		4	
Итого	116		174	

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Количество часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
Раздел 1	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	72	Изучение материалов лекций, выполнение домашних заданий, работа с учебной литературой	Основная и дополнительная литература, электронные ресурсы	Конспекты, контрольные работы, опрос
Раздел 2	Интегральное исчисление функций одной переменной.	56	Изучение материалов лекций, выполнение домашних заданий, работа с учебной литературой	Основная и дополнительная литература, электронные ресурсы	Конспекты, контрольные работы, опрос
Раздел 3	Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных	42	Изучение материалов лекций, выполнение домашних заданий, работа с учебной литературой	Основная и дополнительная литература, электронные ресурсы	Конспекты, контрольные работы, опрос
Раздел 4	Числовые и функциональные ряды.	36	Работа с учебной литературой	Основная и дополнительная литература, электронные ресурсы	Конспекты, контрольные работы, опрос

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ОПК – 8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	знать: • основные характеристик и естественнонаучной картины мира, место и роль человека в природе; • основные способы математической обработки информации; • основы современных технологий сбора, обработки и представления информации; уметь: • применять естественнонаучные знания в профессиональной деятельности; • использовать современные информационн	Посещение занятий Наличие конспектов Практические работы (решение задач) Домашнее задание Контрольная работа Экзамен/Зачет с оценкой	41-60

			о-коммуникативные технологии (включая пакеты прикладных программ, локальные и глобальные компьютерные сети) для сбора, обработки и анализа информации; • оценивать программное обеспечение и перспективы его использования с учетом решаемых профессиональных задач;		
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	знать: • основные характеристик и естественнонаучной картины мира, место и роль человека в природе; • основные способы математической обработки информации; • основы современных технологий сбора, обработки и представления информации; уметь: • применять	Посещение занятий Наличие конспектов Практическое решение работы (решение задач) Домашнее задание Контрольная работа Экзамен/Зачет с оценкой	61-100

			естественнона учные знания в профессионал ьной деятельности; • использовать современные информационн о- коммуникатив ные технологии (включая пакеты прикладных программ, локальные и глобальные компьютерные сети) для сбора, обработки и анализа информации; •оценивать программное обеспечение и перспективы его использования с учетом решаемых профессионал ьных задач; владеть: • основными методами математическо й обработки информации; • основными понятиями и методами математическо го анализа.		
--	--	--	---	--	--

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки

знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль осуществляется преподавателем по итогам домашних и контрольных работ.

По неудачно выполненным заданиям рекомендуется проработка, включающая работу над ошибками, выполнение аналогичных заданий и пересдачу работ. Результаты работ в виде зачтенных и незачтенных заданий должны быть доступны студентам постоянно в течение всего семестра.

Примеры практических заданий

1. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n+1}{5n+4} = \frac{7}{5}$.

2. Вычислить пределы последовательностей:

а) $f(x) = C, \quad C = \text{const} \quad x_n = \frac{5n^3+n^2-3}{7n^3-2n^2+4},$

б) $x_n = \frac{(n-1)!+3n!}{(n+1)(n-1)!-(n-1)!},$

в) $x_n = \frac{\sqrt[3]{8n^3-2}+5n^2}{\sqrt{4n^4+5}-\sqrt[5]{n^2+2}},$

г) $x_n = \frac{6^{n+1}-5^{n+2}}{2 \cdot 6^n - 7 \cdot 3^{n-2}},$

д) $x_n = \sqrt{2n^2 + 4n - 1} - \sqrt{2n^2 + 3n + 2}.$

3. В примерах а) — в) пользуясь только определением предела функции, доказать, что $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ и заполнить следующую таблицу:

ε	0,1	0,01	0,001
$\delta(\varepsilon)$			

а) $f(x) = x^2, \quad a = 2, \quad A = 4;$

б) $f(x) = 1/x, \quad a = 1, \quad A = 1;$

в) $f(x) = \lg x, \quad a = 1, \quad A = 0.$

4. Вычислить пределы и опишите алгоритм нахождения предела функции для каждого из приведенных примеров:

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+3}{x^3-37},$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x},$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}\left[2\pi\left(x+\frac{1}{2}\right)\right]},$

г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x}-1}{\sqrt[6]{x}-1},$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{3}}.$$

5. Найти производную функций, указав метод решения:

$$\text{а) } y = \cos \frac{1}{x},$$

$$\text{б) } y = \sqrt[3]{\frac{ax+b}{cx+d}},$$

$$\text{в) } y = \operatorname{ctg} x^2 - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x,$$

$$\text{г) } y = 2^{x^2} \operatorname{tg} x,$$

$$\text{д) } y = \frac{x}{\ln x},$$

$$\text{е) } y = 2 \arccos \frac{3}{x}.$$

6. Доказать, что следующие функции непрерывны в каждой точке их естественной области определения:

$$\text{а) } f(x) = C, \quad C = \text{const};$$

$$\text{б) } f(x) = \log_a x;$$

$$\text{в) } f(x) = \sin x.$$

Сформулируйте определение понятий, которые использовались в ходе решения задачи.

7. Найти интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{2dx}{\sqrt{4-x^2}},$$

$$\text{б) } \int \frac{\sin x dx}{4-3 \cos x},$$

$$\text{в) } \int x e^x dx,$$

$$\text{г) } \int x \ln x dx,$$

$$\text{д) } \int \frac{x dx}{x^2-5x+4},$$

$$\text{е) } \frac{dx}{3-2 \sin x + \cos x}.$$

8. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \cos^2 x - \sin^2 x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi/4$;

9. Найти объем тела, образованного вращением эллипса

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

10. Исследовать функцию $y = f(x)$ и построить ее график, если $y = \arcsin \frac{1-x^2}{1+x^2}$.

11. Найти полный дифференциал функции:

а) $z = x^2y - 4x\sqrt{y} - 6y^2 + 5$;

б) $z = \sqrt{3y} \log_3 x + \sin(2x+3y)$;

в) $z = \operatorname{arctg}(x^2 \cdot y^2)$;

г) $z = \sin(2x^2 + 3y^7)$;

д) $z = \frac{\operatorname{tg}(2x^3+y^3)}{3}$;

12. Найти частные производные второго порядка:

а) $z = \sqrt{x^2 + y^3}$;

б) $z = \frac{x}{\sin y}$;

в) $z = 2e^{-xy}$;

г) $z = \ln(3x + 5y)$;

д) $z = \arccos\left(\frac{y}{x}\right)$.

Примерные домашние задания

Домашнее задание по теме «Дифференцируемые функции одного переменного»

1. Исследовать функции и построить их графики

1) $f(x) = \frac{x^2+6x+9}{x-5}$, сформулируйте определения понятий, которые использовались в ходе решения задачи.

2) $f(x) = e^x \sin x$, выделите основные понятия, которые использовались в процессе решения задачи.

3) $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$, опишите алгоритм решения задач данного типа.

4) $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$, составьте план решения задачи данного типа.

2. Найти приближенное значение функции

а) $f(x) = \sqrt{4,02}$, опишите алгоритм решения задач данного типа.

б) $f(x) = (2,02)^{20}$, сформулируйте определения понятий, которые использовались в ходе решения задачи.

Домашнее задание по теме «Методы интегрирования»

1. Найдите интегралы и опишите алгоритмы их нахождения:

1) $\int e^{2x} dx$, $\int \sin(5x + 4) dx$, $\int \frac{\operatorname{arctg} x dx}{1+x^2}$

2) $\int \frac{dx}{2x+3}$, $\int \frac{dx}{x^2+4x+5}$, $\int \frac{dx}{x^2-3x+2}$,

3) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+3}}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-3x+2}}$,

4) $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2-4x+5}}$,

5) $\int e^{2x} (3x + 1) dx$, $\int x \sin(5x + 4) dx \dots$

Примерные контрольные работы

Контрольная работа по теме «Дифференцируемые функции одного переменного»

1. Исследовать функцию и построить ее график $f(x) = \frac{x^2+2ax+a^2}{x-b}$. Сформулируйте определения понятий, используемых в решении данной задачи.

2. Найти приближенное значение функции

- а) $f(x) = \sqrt{9 - a \cdot 0,01}$, составьте задание по аналогии с приведенным и решите его.
 б) $f(x) = (1 + b \cdot 0,01)^{10}$, выделите основные понятия в решении данной задачи.

Контрольная работа по теме «Методы интегрирования»

1. Найти интеграл от

1) рациональной функции, например, $\int \frac{dx}{ax+b}$, $\int \frac{dx}{x^2+2ax+b}$, $\int \frac{dx}{(x-a)(x-b)}$. Сформулируйте алгоритм решения задач данного типа.

2) иррациональной функции, например, $\int (ax^3 + \frac{b}{x^2} - a\sqrt{x} - \frac{b}{\sqrt[3]{x}})dx$. Сформулируйте алгоритм решения задач данного типа.

3) трансцендентной функции, например, $\int e^{ax^2+b} x dx$, $\int x^2 \cos(ax+b) dx$. Сформулируйте алгоритм решения задач данного типа

2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int_1^2 (ax+b) dx$, сформулируйте основные свойства определенного интеграла.

б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos ax dx$. Составьте задание по аналогии с приведенным и решите его.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции из п.1 и прямыми $x=0$, $x=1$, $y=0$. Составьте план решения задачи данного типа.

Контрольная работа по теме «Дифференцируемые функции многих переменных»

1. Найдите производную скалярного поля $u = \sqrt{(x-x_0)^2 + y^2 + z^2}$ в точке $A(0,0,0)$ по направлению а) оси Ox , б) оси Oy , в) вектора $\vec{l} = \{1,1,1\}$. Составьте план решения данной задачи.

2. Дайте определение градиента скалярного поля. Как связана производная по направлению $\vec{l}$ с градиентом скалярного поля в данной точке?

3. Выписать полный дифференциал функции из номера 1. Сформулируйте определение полного дифференциала функции.

4. Опишите алгоритм и проведите исследование на экстремум данной функции.

5. Составьте уравнение касательной плоскости и вычислить направляющие косинусы нормали к поверхности $x=u$, $y=v$, $z=u^3+v^2$ в точке $M_0(1,1,2)$. Сформулируйте определения понятий, приведенных в тексте данного задания.

Примерные теоретические вопросы к промежуточному контролю

1 семестр

1. Что такое функция?
2. Что называется областью определения функции?
3. Что называется множеством значений функции?
4. Что такое график функции?
5. Какие способы задания функции вы знаете?
6. Какая функция называется обратимой?
7. Какие функции называются взаимно обратными?
8. Сформулируйте определения четной и нечетной функции.
9. Какие функции называются периодическими?
10. Как расположены графики взаимно обратных функций?

11. Какие геометрические особенности имеют области определения четных и нечетных функций?
12. Какие геометрические особенности имеют графики четных, нечетных и периодических функций?
13. Какая функция называется возрастающей? Когда она называется строго возрастающей?
14. Какая функция называется убывающей? Когда она называется строго убывающей?
15. Какие функции называются монотонными?
16. Какая функция называется ограниченной? Какая функция называется ограниченной сверху? Какая функция называется ограниченной снизу?
17. Какая функция называется неограниченной? Какая функция называется неограниченной сверху? Какая функция называется неограниченной снизу?
18. Что называется последовательностью?
19. Какие способы задания последовательностей вы знаете?
20. Какая последовательность называется возрастающей? Когда она называется строго возрастающей?
21. Какая последовательность называется убывающей? Когда она называется строго убывающей?
22. Какие последовательности называются немонотонными?
23. Какая последовательность называется ограниченной? Какая последовательность называется ограниченной сверху? Какая последовательность называется ограниченной снизу?
24. Какая последовательность называется неограниченной? Какая последовательность называется неограниченной сверху? Какая последовательность называется неограниченной снизу?
25. Что называется пределом последовательности?
26. В чем заключается геометрический смысл сходимости последовательности?
27. Сформулируйте необходимое условие существования предела последовательности.
28. Сколько пределов может иметь последовательность?
29. Какая последовательность называется бесконечно малой?
30. Какая последовательность называется бесконечно большой?
31. Сформулируйте теорему о пределах суммы и разности двух сходящихся последовательностей. произведения и частного двух сходящихся последовательностей.
32. Сформулируйте теорему о пределе монотонной последовательности (теорему Вейерштрасса).
33. Сформулируйте теорему о пределе промежуточной последовательности («о двух милиционерах» для последовательностей).
34. Запишите второй замечательный предел для последовательностей.
35. Что называется пределом функции при $x \rightarrow a$ (определение по Гейне)?
36. Что называется пределом функции при $x \rightarrow a$ (определение по Коши)?
37. Сколько пределов может иметь функция?
38. Сформулируйте теорему о пределах суммы и разности двух функций, произведения и частного двух функций.
39. Сформулируйте теорему о пределе промежуточной функции («о двух милиционерах» для функций).
40. Запишите первый замечательный предел для функций.
41. Запишите второй замечательный предел для функций.
42. Что называется правым (правосторонним) пределом функции в точке?
43. Что называется левым (левосторонним) пределом функции в точке?

44. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке (существование о равенство односторонних пределов функции в точке).
45. Что называется пределом функции при $x \rightarrow +\infty$, при $x \rightarrow -\infty$ и при $x \rightarrow \infty$ (определение по Гейне и определение по Коши)?
46. Что называется бесконечным пределом функции при $x \rightarrow a$ (определение по Гейне и определение по Коши)?
47. Какая функция называется бесконечно большой при $x \rightarrow a$?
48. Какая функция называется бесконечно малой при $x \rightarrow a$?
49. Сформулируйте теорему о связи бесконечно больших и бесконечно малых функций при $x \rightarrow a$.
50. Какая функция называется непрерывной?
51. Какая точка называется точкой непрерывности функции?
52. Какая точка называется точкой разрыва функции?
53. Какая точка разрыва называется точкой устранимого разрыва?
54. Какая точка разрыва называется точкой разрыва 1 рода?
55. Какая точка разрыва называется точкой разрыва 2 рода?
56. Сформулируйте теорему о непрерывности суммы и разности двух непрерывных функций, произведения и частного двух непрерывных функций.
57. Сформулируйте определение односторонней непрерывности функции в точке (слева и справа).
58. Сформулируйте определение непрерывности функции на отрезке.
59. Сформулируйте теорему о нуле непрерывной функции, принимающей на концах отрезка значения разных знаков.
60. В чем заключается метод интервалов для непрерывных функций.
61. Какая прямая называется вертикальной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
62. Какая прямая называется горизонтальной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
63. Какая прямая называется наклонной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
64. Что называется производной функции в точке?
65. Какая функция называется дифференцируемой?
66. Какие прямые называются касательной и секущей к графику функции в точке?
67. В чем заключается геометрический смысл производной функции в точке?
68. Чему равна производная постоянной?
69. Чему равна производная переменной?
70. Сформулируйте необходимые условия дифференцируемости функции.
71. Приведите примеры функций, которые не имеют производной в некоторой точке.
72. Сформулируйте теорему о производной суммы и разности двух функций.
73. Сформулируйте теорему о производной произведения двух функций.
74. Сформулируйте теорему о производной частного двух функций.
75. Какую функцию называют сложной?
76. Приведите примеры сложных функций.
77. Сформулируйте теорему о производной сложной функции.
78. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
79. Напишите формулы для производных всех элементарных функций и обратных к ним (по выбору преподавателя).
80. Что называется второй производной функции (производной второго порядка)?
81. Что называется n -ой производной функции (производной n -го порядка)?

82. Что называется дифференциалом функции?
83. В чем заключается геометрический смысл дифференциала функции в точке?
84. Сформулируйте необходимые условия монотонности и строгой монотонности дифференцируемой функции на интервале.
85. Сформулируйте достаточные условия монотонности и строгой монотонности дифференцируемой функции на интервале.
86. Какие точки называются критическими точками функции?
87. Какие точки называются стационарными точками функции?
88. Запишите план нахождения промежутков строгой монотонности функции.
89. Какие точки называются точками экстремума функции?
90. Что называют экстремумами функции?
91. Сформулируйте достаточные условия существования точки экстремума функции (три достаточных условия).
92. Запишите два плана нахождения точек экстремума функции.
93. Дайте определение выпуклости вверх и вниз графика функции на интервале.
94. Сформулируйте достаточное условие выпуклости дважды дифференцируемой функции на интервале.
95. Запишите план нахождения интервалов выпуклости функции.
96. Какие точки называются точками перегиба?
97. Сформулируйте необходимые условия существования точки перегиба.
98. Сформулируйте достаточные условия существования точки перегиба.
99. Запишите план нахождения точек перегиба функции.
100. Раскрытие неопределенностей с помощью производных (правило Лопиталя).
101. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
102. Формулы Тейлора основных элементарных функций.

2 семестр

1. Что называется первообразной функции?
2. Как задается множество всех первообразных функции, если известна одна из ее первообразных?
3. Что называется неопределенным интегралом функции?
4. Какие свойства неопределенного интеграла Вы знаете?
5. Выпишите основные табличные интегралы.
6. В чем заключается метод замены переменной в неопределенном интеграле? Для интеграла $\int f(x)dx$ объяснить введение новой переменной способом $x = x(t)$ и $t = t(x)$.
7. Как использовать табличные интегралы вида $\int f(x)dx = F(x) + C$ для вычисления интегралов вида $\int f(u)du$?
8. В чем заключается метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле?
9. Что называется криволинейной трапецией?
10. Как вычислить площадь криволинейной трапеции для неотрицательной непрерывной функции?
11. Пример вычисления предела интегральных сумм в задачах физики (например при введении понятия работы силы)
12. Приведите определение определенного интеграла функции как предела интегральных сумм.
13. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла для непрерывной неотрицательной функции?
14. Необходимое условие интегрируемости функции на отрезке. Функция Дирихле.
15. Какие классы функций, интегрируемых по Риману, Вы знаете?

16. Какие свойства определенного интеграла Вы знаете? (интеграл от постоянной, линейность интеграла, интегрирование неравенств, аддитивность интеграла, интеграл от ограниченной непрерывной функции и другие).
 17. В чем заключается теорема о среднем для определенного интеграла?
 18. Что называется определенным интегралом с переменным верхним пределом?
 19. Теорема о существовании первообразной для любой непрерывной функции (как определенного интеграла с переменным верхним пределом).
 20. Формула Ньютона-Лейбница.
 21. В чем заключается метод замены переменной в определенном интеграле? Для интеграла $\int_a^b f(x)dx$ объяснить введение новой переменной способом $x = x(t)$ и $t = t(x)$.
 22. В чем заключается метод интегрирования по частям в определенном интеграле?
- Приложения определенного интеграла в геометрических задачах
23. Понятие квадратуемой фигуры и ее свойства. Вычисление площадей плоских фигур.
 24. Понятие кубичности тел и вычисление объемов. Объем тела вращения.
 25. Понятие спрямляемой кривой. Длина кривой. Длина дуги как параметр.
- Дифференциал дуги.
26. Площадь поверхности вращения.

3 семестр

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

1. Что называется n -мерным евклидовым пространством? Ограниченные и замкнутые множества. Понятие области и границы области.
2. Что называется числовой функцией нескольких переменных? Понятие области определения функции нескольких переменных. График числовой функции двух переменных.
3. Понятие предела и непрерывности числовых функций нескольких переменных в точке.
4. Что называется частными производными функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных.
5. Какие функции нескольких переменных называются дифференцируемыми в точке? Что называется дифференциалом функции нескольких переменных? Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке.
6. Как найти производную сложной функции, дифференциал сложной функции, если ее переменные являются функциями от одной или от двух переменных.
7. Что называется локальным экстремумом функции двух переменных? В чем заключается необходимое условие экстремума?
8. Формула Тейлора для функции двух переменных. В чем заключаются достаточные условия экстремума функции двух переменных? Правило исследования дифференцируемых функций двух переменных на экстремум.

Кратные интегралы

9. Определение двойного интеграла от функции, заданной в прямоугольной области. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
10. Двойной интеграл в случае произвольной области. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу в случае произвольной области.
11. Замена переменных в двойном интеграле.
12. Определение тройного интеграла от функции, заданной на прямоугольном параллелепипеде. Сведение тройного интеграла к повторному интегралу.
13. Тройной интеграл в случае произвольной области. Сведение тройного интеграла к повторному интегралу в случае произвольной области.

14. Приложение двойных и тройных интегралов к задачам геометрии.
15. Приложение двойных и тройных интегралов к задачам физики.

Поверхности

16. Поверхности, способы их задания, координатные линии на поверхности, касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной параметрически, неявно и графиком функции.

4 семестр

1. Числовой ряд и его сумма.
2. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
3. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов.
4. Признаки сравнения рядов.
5. Признак Даламбера.
6. Радикальный признак Коши.
7. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд.
8. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница.
9. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
10. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
11. Функциональные ряды
12. Сходимость степенных рядов. Теорема Абеля
13. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
14. Свойства степенных рядов.
15. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.
16. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора (Маклорена).
17. Приближенное вычисление значений функции.
18. Приближенное вычисление определенных интегралов.
19. Признак Коши сходимости знакоположительного числового ряда.
20. Функциональная последовательность. Сходимость функциональной последовательности в точке, на множестве.
21. Функциональный ряд. Область сходимости. Понятие степенного ряда и его радиуса сходимости.
22. Сходимость ряда Тейлора.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Процедура оценивания знаний и умений состоит из следующих составных элементов.

1. Учет посещаемости лекционных и практических занятий осуществляется по ведомости представленной ниже в форме таблицы.

№ п/п	Фамилия И.О.	Посещение занятий								Итого %
		1	2	3	4				9	
1.										

2. На экзамене и зачете с оценкой баллы выставляются в соответствии со следующей таблицей.

№ п/п	Фамилия И.О.	Сумма баллов, набранных в семестре					Экзамен/Зачет с оценкой
		Посещение занятий до 10 баллов	Наличие конспектов до 10 баллов	Практические работы (решение задач) до 10 баллов	Домашнее задание до 10 баллов	Контрольная работа до 20 баллов	
1.							
2.							

Баллы начисляются следующим образом.

Посещение занятий:

8-10 баллов, если студент посетил 71-90% от всех занятий,
5-7 баллов, если студент посетил 51-70% от всех занятий,
2-4 балла, если студент посетил 31-50% от всех занятий,
0-1 балл, если студент посетил 0-30% от всех занятий.

Наличие конспектов:

8-10 баллов, если студент имеет 71-90% всех конспектов,
5-7 баллов, если студент имеет 51-70% всех конспектов,
2-4 балла, если студент имеет 31-50% всех конспектов,
0-1 балл, если студент имеет 0-30% всех конспектов.

Практические работы (решение задач):

8-10 баллов, если студент решил 71-90% всех задач,
5-7 баллов, если студент решил 51-70% всех задач,
2-4 балла, если студент решил 31-50% всех задач,
0-1 балл, если студент решил 0-30% всех задач.

Домашнее задание:

8-10 баллов, если студент выполнил 71-90% всех заданий,
5-7 баллов, если студент выполнил 51-70% всех заданий,
2-4 балла, если студент выполнил 31-50% всех заданий,
0-1 балл, если студент выполнил 0-30% всех заданий.

Контрольная работа:

18-20 баллов, если студент выполнил 71-90% всех заданий,
12-17 баллов, если студент выполнил 51-70% всех заданий,
6-11 баллов, если студент выполнил 31-50% всех заданий,
0-5 баллов, если студент выполнил 0-30% всех заданий.

При невыполнении контрольной работы студент не допускается к экзамену /зачету с оценкой.

Оценка за экзамен и зачет с оценкой составляет 40 баллов. Экзаменационный билет и зачетное задание состоят из двух теоретических вопросов (по 15 баллов за ответ на каждый из двух вопросов) и задачи (10 баллов).

Баллы 31-40 характеризуют полное усвоение теоретического и практического материала: студент владеет *всеми* понятиями курса, умеет доказать *все* теоремы из лекционного курса и решает *все* задачи и примеры из приведенных заданий.

Баллы 21-30 характеризуют основное усвоение теоретического и практического материала: студент владеет *всеми* понятиями курса, умеет доказать *основные* теоремы из лекционного курса и решает *основные* задачи и примеры из приведенных заданий.

Баллы 11-20 характеризуют знание (*без доказательства*) *основных* теорем и формул курса, *основных* понятий курса и умение решать задачи, являющиеся обобщением задач *школьного* курса математики.

Баллы 0-10 выставляется студенту, если он *не знает* основных теорем и формул курса, основных понятий и *не умеет* решать задачи, являющиеся обобщением задач *школьного* курса математики.

3. Студент считается аттестованным, если он набрал 41-100 баллов.

Оценка по 5-бальной системе	Оценка по 100-бальной системе
5 (Отлично)	81-100
4 (Хорошо)	61-80
3 (Удовлетворительно)	41-60
2 (Неудовлетворительно)	0-40

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Будаев, В.Д. Математический анализ : функции одной переменной: учебник для вузов / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. - СПб. : Лань, 2019. - 544с. – Текст: непосредственный.
2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа : учебник : в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 10-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Часть 2 — 2019. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-0191-8. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115730> (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Лань». — Текст : электронный
3. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа : учебник : в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Часть 1 — 2019. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-0190-1. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112051> (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Лань». — Текст : электронный
4. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 324 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-07067-5. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/437203> (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Юрайт». — Текст : электронный
5. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 315 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-07069-9. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/437204> (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Юрайт». — Текст : электронный

- online.ru/bcode/437204 (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Юрайт». — Текст : электронный
6. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2 : учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 324 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-09085-7. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/427043> (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Юрайт». — Текст : электронный.

6.2 Дополнительная литература

1. **Ильин В.А.** Математический анализ: учебник для вузов в 2 ч. / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Сендов Бл.Х. - 2-е изд., доп. - М. : Проспект, 2007. - 368с. – Текст: непосредственный.
2. Шипачев, В.С. Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: Учебное пособие / В.С. Шипачев. - 3-е изд. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727>. (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «znanium.com». — Текст : электронный
3. **Демидович, Б.П.** Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учеб. пособие / Б. П. Демидович. - 20-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2018. - 624с. – Текст: непосредственный.
4. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. — 21-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-3985-0. — URL: <https://e.lanbook.com/book/113942> (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Лань» . — Текст : электронный
5. Математика : учеб. пособие / Ю.М. Данилов, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева ; под ред. Л.Н. Журбенко, Г.А. Никоновой. — М. : ИНФРА-М, 2019. — 496 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - URL: <http://znanium.com/catalog/product/989799> (дата обращения 29.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС znanium.com. – Текст: электронный.
6. Архипов, Г.И. Лекции по математическому анализу : учебник / Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков — 3-е изд. перераб. и доп. — М.: Дрофа, 2008. — 640 с. – Текст: непосредственный.
7. Злобина, С.В. Математический анализ в задачах и упражнениях [Текст]: / С.В. Злобина С.В., Л.Н. Посицельская — М.: Физматлит, 2009. — 360 с.
8. Мордкович, А.Г. Задачник по введению в математический анализ. [Текст]: учебное пособие / А.Г. Мордкович, М.В. Шуркова — М.: Мнемозина, 2008. — 136 с.
9. Сборник задач по математике для втузов.: учебное пособие в 4-х ч. Ч. 2, 3 / под редакцией А.В. Ефимова и А.С. Пospelова. — 5-е изд. перераб. — М.: Физматлит, 2009. — 432 с. (2 ч.), 544 с. (3 ч.). – Текст: непосредственный.
10. Тарасов Л.В. Азбука математического анализа: Беседа об основных понятиях [Текст]: учебное пособие / Л.В. Тарасов — М.: Изд-во ЛКИ, 2014. — 192 с.
11. Тер-Криков, А.М. Курс математического анализа. [Текст]: учебное пособие / А.М. Тер-Криков, М.И. Шабунин — М.: Бином, 2012. — 816 с.
12. Панов, В.М. Математика древняя и юная [Текст]: / под ред. В.С. Зарубина — 2-е изд., испр. — М.: Изд-во МГТУ, 2006. — 648 с.

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ
<http://lib.mexmat.ru/>
2. Математическое бюро: Учебники по математическому анализу
<http://www.matburo.ru>
3. <http://www.library.mephi.ru/>
4. <http://ega-math.narod.ru/>
5. <http://neo-chaos.narod.ru/fikhtengolts.html>

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.
2. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лабораторных и практических занятий.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

fgosvo.ru

pravo.gov.ru

www.edu.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.
- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;

- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: комплект учебной мебели, проектор, проекционная доска, персональный компьютер с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.