

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 08.09.2025 11:10:19

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bff679172803da507b999da9e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,
математического анализа и геометрии

Протокол от «18» августа 2025 г., № 5

Зав. кафедрой Кич /Кондратьева Г.В./

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)

Математический анализ

Направление подготовки (специальности) 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль (программа подготовки, специализация) Математика

Москва

2025

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ПК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	знать: - современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; - значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. уметь: - ясно и логично излагать полученные базовые знания; - демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами - строить модели реальных объектов или процессов; профессионально решать	Конспект, домашнее задание; устный опрос, контрольная работа	Шкала оценивания конспекта Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания контрольной работы

		задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.		
Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	знать: - современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; - значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. уметь: - ясно и логично излагать полученные базовые знания; - демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами - строить модели реальных объектов или процессов; профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. владеть: - способностью к логическому рассуждению; - моделированием для построения объектов и процессов, определения или	Конспект, домашнее задание; устные опросы, контрольная работа	Шкала оценивания конспекта Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания контрольной работы

			предсказания их свойств; - основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.		
ПК-3	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	знать: - характеристику личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области; способы оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей. уметь: - оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов.	Конспект, домашнее задание; устный опрос, контрольная работа	Шкала оценивания конспекта Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания контрольной работы
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	знать: - характеристику личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области; способы оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей. уметь: - оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей,	Конспект, домашнее задание; устные опросы, контрольная работа	Шкала оценивания конспекта Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания контрольной работы

			образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов. владеть: - способностью и опытом применения в предметной области различных способов оказания адресной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.		
--	--	--	--	--	--

Шкала оценивания конспекта.

Критерий	Баллы
Студент написал 0 – 10% всех лекций	0
Студент написал 11 – 20% всех лекций	1
Студент написал 21 – 40% всех лекций	2
Студент написал 41 – 60% всех лекций	3
Студент написал 61 – 80% всех лекций	4
Студент написал 81 – 100% всех лекций	5

Шкала оценивания домашнего задания.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 10% домашнего задания	0
Студент правильно выполнил 11 – 20% домашнего задания	1
Студент правильно выполнил 21 – 40% домашнего задания	2
Студент правильно выполнил 41 – 60% домашнего задания	3
Студент правильно выполнил 61 – 80% домашнего задания	4
Студент правильно выполнил 81 – 100% домашнего задания	5

Шкала оценивания устного опроса.

Критерий оценивания	Баллы
Студент ответил на вопрос и показал полное и уверенное знание темы	5
Студент ответил на вопрос, однако в ответе присутствуют несущественные ошибки, недостатки и недочёты	4
Студент в целом ответил на вопрос, но в ответе имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	3
Студент не ответил на вопрос, но имеются более двух правильных идей или подходов к правильному ответу	2
Студент не ответил на вопрос, но имеются только одна-две идеи или подходы к правильному ответу	1
Студент не ответил на вопрос и показал полное незнание темы задания	0

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 4% всех заданий	0
Студент правильно выполнил 5 – 10% всех заданий	1
Студент правильно выполнил 11 – 20% всех заданий	2
Студент правильно выполнил 21 – 30% всех заданий	3
Студент правильно выполнил 31 – 40% всех заданий	4
Студент правильно выполнил 41 – 50% всех заданий	5
Студент правильно выполнил 51 – 60% всех заданий	6
Студент правильно выполнил 61 – 70% всех заданий	7
Студент правильно выполнил 71 – 80% всех заданий	8
Студент правильно выполнил 81 – 90% всех заданий	9
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех заданий	10

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

Знать:

- *современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки;*
- *значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира.*

Примерный список тем для конспекта

Семестр 1

1. Действительные числа.
2. Понятия функции и последовательности. Предел последовательности.
3. Пределы функций.
4. Непрерывность функций.
5. Производная и дифференциал.
6. Основные теоремы дифференциального исчисления.
7. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций.

Семестр 2

1. Понятие и свойства неопределённого интеграла.
2. Основные методы интегрирования.
3. Интегрирование дробно-рациональных функций.
4. Интегрирование тригонометрических функций.
5. Интегрирование иррациональных функций.

Семестр 3

1. Определённый интеграл и его свойства. Условия интегрируемости.
2. Формула Ньютона – Лейбница и её применения.
3. Геометрические и физические приложения определённого интеграла.
4. Несобственные интегралы.
5. Числовые ряды.
6. Функциональные и степенные ряды.

Семестр 4

1. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
2. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал.
3. Приложения частных производных и дифференциалов функций нескольких переменных.
4. Двойные интегралы.
5. Тройные интегралы.
6. Многомерные интегралы.

Примерные задачи домашнего задания

Семестр 1

1. Представить в виде обыкновенной дроби периодическую десятичную дробь:
а) $3,7(936)$; б) $7,1(603)$; в) $1,(15)$; г) $2,(45)$.
2. Найти точную верхнюю и точную нижнюю грани числовых множеств:

а) $A = \left\{ \sqrt{\frac{10n+17}{n+2}}, n \in \mathbf{N} \right\} \cup [1, 2);$ б) $A = \{2^{1+3/n}, n \in \mathbf{N}\} \cup (18, 23].$

3. Найти предел последовательности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 1}{3^{n+1} + (-2)^n};$ б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+8} (\sqrt{n+7} - \sqrt{n+2});$ в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2}{2n+5} - \frac{2n^2+7n}{n+3} \right).$

4. Найти предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 15x - 2}{\sqrt{x+7} - 3};$ б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{3}{x^3 - 1} \right);$ в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(\pi x/4)}{3^x - 4x - 1};$ г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[5]{\cos x}}{x \sin x}.$

5. Найти производную $y'(x)$ функции:

а) $y = \arctg(\operatorname{sh} x);$ б) $y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}};$ в) $y = (\arccos x)^{\sqrt{1-x^2}};$ г) $y = x^{x \arcsin x}.$

6. Найти вторую производную $y''(x)$ функции:

а) $y = \sqrt{x} - (x+1)\arctg \sqrt{x};$ б) $y = \ln \frac{x+4}{x-1};$ в) $y = e^{\sin(5x)}.$

7. Найти производную $y''(x)$ параметрически заданной функции:

а) $x = \sqrt{2t - t^2}, y = \arcsin(t-1);$ б) $x = \operatorname{tg}^2 t, y = \cos^3 t;$ в) $x = \ln \operatorname{tg} t, y = \frac{1}{\sin^2 t}.$

8. Разложить многочлен $P(x)$ в ряд Тейлора с центром в точке x_0 :

а) $P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x, x_0 = -1;$ б) $P(x) = (x+1)^4 - 16x^2, x_0 = 1.$

9. Найти интервалы возрастания и убывания и точки экстремума функции:

а) $y = x - 5\arctg x;$ б) $y = x^2 e^{-x^2};$ в) $y = x^2 \ln x;$ г) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x}.$

10. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба функции:

а) $y = x^3 \ln x;$ б) $y = x^2 + \frac{1}{x};$ в) $y = 6x^8 - 8x^6;$ г) $y = x^4 e^{-x}.$

11. Найти асимптоты графика функции:

а) $y = \frac{e^x + 4e^{-2x}}{e^x - e^{-2x}};$ б) $y = \frac{\arctg x + \pi}{3\arctg x - \pi};$ в) $y = \frac{2x^4 + 5x}{(x+1)^2(x-2)}.$

12. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$:

а) $y = x^4 + 4x, [-2, 2];$ б) $y = \frac{x}{x^2 + 1}, [1/2, 3];$ в) $y = x^3 - 7x^2 + 11x, [0, 2].$

Семестр 2

1. Найти неопределённый интеграл, используя метод интегрирования по частям:

а) $\int (x+1)\sin(4x) dx;$ б) $\int (5x-2)e^{2x} dx;$ в) $\int x^3 \ln x dx.$

2. Найти неопределённый интеграл, используя метод замены переменной:

а) $\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-1}} dx$; б) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+3\cos x}}$; в) $\int x(2x+5)^{10} dx$; г) $\int x^2 \exp(2x^3+1) dx$.

3. Найти неопределённый интеграл от дробно-рациональной функции:

а) $\int \frac{x+3}{x^3-4x} dx$; б) $\int \frac{x^2 dx}{x^2-6x+5}$; в) $\int \frac{x dx}{(x+1)(x+2)^2}$.

4. Найти неопределённый интеграл от тригонометрической функции:

а) $\int \sin^5 x dx$; б) $\int \frac{\cos x dx}{1+\cos x}$; в) $\int \frac{dx}{\sin^4 x}$; г) $\int \cos^3 x dx$.

5. Найти неопределённый интеграл от квадратичной иррациональности:

а) $\int \sqrt{x^2-1} dx$; б) $\int \frac{dx}{(x^2+1)^{5/2}}$; в) $\int \left(\frac{x+1}{x-3}\right)^{3/2} dx$.

Семестр 3

1. Вычислить определённый интеграл:

а) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{x dx}{\cos^2 x}$; б) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-1}$; в) $\int_0^1 \arcsin x dx$; г) $\int_3^5 \frac{\ln x dx}{x}$.

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями на отрезке:

а) $y = \frac{e^{1/x}}{x^2}$ и $y = 0$, $1 \leq x \leq 2$; б) $y = \frac{16}{x^2}$ и $y = 17 - x^2$, $1 \leq x \leq 4$.

3. Найти длину дуги кривой в прямоугольных координатах:

а) $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$, $1 \leq x \leq 2$; б) $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x$, $0 \leq x \leq \frac{7}{9}$.

4. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX кривой:

а) $y = \frac{1}{\sqrt{1+e^x}}$, $0 \leq x \leq \ln 5$; б) $y = (x+1)^{-1} x$, $0 \leq x \leq 1$.

5. Найти несобственный интеграл 1-го рода:

а) $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$; б) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{e^{\sqrt{x}} \sqrt{x}}$; в) $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(x+1)(x+2)(x+3)}$.

6. Исследовать на абсолютную и условную сходимость числовой ряд:

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^{5/4} n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(n+4)}{3n^2 \sqrt{n+5}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n!}{(2n+1)!}$.

7. Найти область сходимости степенного ряда:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x+7)^n}{(n+1)(n+3)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} (2x+5)^{n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x)^{2n}}{n^{3/2}}$.

8. Разложить в ряд Тейлора по степеням x функцию $y = y(x)$ и указать область сходимости ряда:

$$\text{a) } y = \frac{x}{1+5x-6x^2}; \quad \text{б) } y = \frac{(e^x - e^{-x})^2}{x^2}; \quad \text{в) } y = (x+x^3)\arctg x.$$

9. Найти сумму степенного ряда и указать его область сходимости:

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n!} x^{2n}; \quad \text{б) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{(n+2)n!}; \quad \text{в) } \sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n.$$

Семестр 4

1. Найти двойной предел:

$$\text{a) } \lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1}{xy+3y^2} \ln \frac{x}{x-y}; \quad \text{б) } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} (x^2+y^2)^2 \left(\operatorname{ch} \frac{1}{x^2+y^2} - 1 \right); \quad \text{в) } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 4}} \left(1 + \frac{10}{xy} \right)^x.$$

2. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $z = z(x, y)$ в точке $M(x_0, y_0)$:

$$\text{a) } z = \frac{12}{x^2 y}, \quad M(2, 3); \quad \text{б) } z = 2^{y/x}, \quad M(1, 2); \quad \text{в) } z = \frac{1-xy}{1+xy}, \quad M(1, 3).$$

3. Найти частные производные z'_u и z'_v сложной функции $z = z(x, y)$, где $x = x(u, v)$ и $y = y(u, v)$, используя инвариантность формы дифференциала первого порядка:

$$\text{a) } z = \arctg(x^2 - y), \quad x = u, \quad y = u^2 - v^2; \quad \text{б) } z = \frac{x^2}{y}, \quad x = e^{u+v}, \quad y = e^{2u-v}.$$

4. Найти частные производные z'_x и z'_y неявно заданной функции $z = z(x, y)$:

$$\text{a) } \sin z + xy^3 z = xy; \quad \text{б) } e^z + 4z = x^3 \cos y; \quad \text{в) } \ln(1 + xyz) + z = x^3 y^5.$$

5. Найти частные производные второго порядка z''_{xx} , z''_{xy} , z''_{yy} и z''_{yx} функции $z = z(x, y)$:

$$\text{a) } z = \sin(xy + \cos y); \quad \text{б) } z = \ln(1 + x^2 y^4); \quad \text{в) } z = \arctg(x^2 y^4); \quad \text{г) } z = x^{xy}.$$

6. Найти частную производную высшего порядка функции $z = z(x, y)$:

$$\text{a) } \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}, \quad z = e^{xy}; \quad \text{б) } \frac{\partial^4 z}{\partial x \partial y^3}, \quad z = \frac{x-y}{x+y}; \quad \text{в) } \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2}, \quad z = \ln(1 + x^2 + y^2).$$

7. Разложить многочлен $P(x, y)$ в ряд Тейлора с центром разложения в точке $M(x_0, y_0)$:

$$\text{a) } P(x, y) = x^4 + 2xy + y^2, \quad x_0 = 1, y_0 = -1; \quad \text{б) } P(x, y) = x^3 + xy + x - y, \quad x_0 = -1, y_0 = -1.$$

8. Найти локальные экстремумы функции $z = z(x, y)$:

$$\text{a) } z = xy - \ln x + \frac{2}{\sqrt{y}}; \quad \text{б) } z = x^3 - y^3 - 3xy; \quad \text{в) } z = xy(1 - x - y).$$

9. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле:

$$\text{a) } \int_0^2 dy \int_0^{2y} f(x, y) dx; \quad \text{б) } \int_0^{\pi/4} dx \int_0^{\sin x} f(x, y) dy; \quad \text{в) } \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x} f(x, y) dy; \quad \text{г) } \int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{2-x}} f(x, y) dy.$$

10. Найти двойной интеграл:

а) $\iint_D (y-x) dx dy$, где $D = \{1 \leq x \leq 3, x \leq y \leq x^3\}$;

б) $\iint_D \arctg \frac{y}{x} dx dy$, где $D = \{x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;

в) $\iint_D \sqrt{16-x^2-y^2} dx dy$, где $D = \{x^2 + y^2 \leq 16, x \leq y \leq x\sqrt{3}\}$;

г) $\iint_D y dx dy$, где $D = \{x^2 + y^2 \leq 2x, y \geq 0\}$.

11. Найти тройной интеграл:

а) $\iiint_H xz(1-y) dx dy dz$, где $H = \{x+y+z \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$;

б) $\iiint_H (x+y) dx dy dz$, где $H = \{0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x, y \leq z \leq 2y\}$;

в) $\iiint_H xyz^2 dx dy dz$, где $H = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$;

г) $\iiint_H (x^2 + y^2) dx dy dz$, где $H = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \sqrt{x^2 + y^2} \leq z\}$.

уметь:

- ясно и логично излагать полученные базовые знания;
- демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами
- строить модели реальных объектов или процессов;
- профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;
- применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.

Примерные задания контрольной работы

Семестр 1

1. Представить в виде обыкновенной дроби периодическую десятичную дробь $4,(135)$.

2. Найти предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)! + 4(n+1)!}{5(n+3)! - 7(n+2)!}$.

3. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$.

4. Найти точки разрыва функции $y = \frac{2x-3}{\log_2|x|}$ и указать их тип.

5. Найти производную функции $y = (x^3 - x^2 + 3x + 7)^{x^2-9x+1}$.

6. Найти производную $y'(x)$ параметрически заданной функции $x = \arcsin \sqrt{t}$, $y = (1 + \sqrt{t})^{1/2}$.
7. Найти производную $y'(x)$ неявно заданной функции $y = y(x)$: $xy - \ln y = 3$.
8. Найти общее выражение для производной порядка n от функции $y = \ln(3x - 2)$.
9. Найти интервалы возрастания и убывания и точки экстремума функции $y = \frac{x}{\ln x}$.
10. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба функции $y = xe^{-x^2/2}$.
11. Найти асимптоты графика функции $y = \frac{5x^3 - 2x + 1}{4x^2 - 7x + 3}$.

Семестр 2

1. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{(\sqrt{x} + 2)^3}{x} dx$.
2. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{\ln x}{x\sqrt{\ln x + 1}} dx$.
3. Найти неопределённый интеграл $\int x \operatorname{arctg} x dx$.
4. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{x + 3}{(x + 1)(x + 2)(x + 5)} dx$ методом «вычёркиваний».
5. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{e^{3x} dx}{(2 + e^x)^4}$.
6. Найти неопределённый интеграл $\int \operatorname{tg}^3 x dx$.
7. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}$.
8. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{(4 + x^2)^{3/2}}$.

Семестр 3

1. Найти определённый интеграл $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \cos(\pi x)$ и $y = \frac{3x}{2}$, $0 \leq x \leq \frac{1}{3}$.
3. Найти длину дуги кривой в прямоугольных координатах $y = \operatorname{ch} x$, $0 \leq x \leq 1$.
4. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX кривой $y = \frac{1}{\sqrt{x + x^2}}$, $1 \leq x \leq 3$.
5. Найти несобственный интеграл 1-го рода $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx$.

6. Исследовать на абсолютную и условную сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(4 + \ln^2 n)n}$.
7. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{3^{n-1}(n+1)}$.
8. Разложить функцию $\frac{\sin(3x)}{x} - 3\cos x$ в ряд Тейлора по степеням x и указать область сходимости ряда.

Семестр 4

1. Найти двойной предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 5 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\ln(1+x^2y)}{\sqrt{1+x^3y}-1}$.
2. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt{x}}$ в точке $M(1, 4)$.
3. Найти частные производные z'_x и z'_y неявно заданной функции $z = z(x, y)$: $z - \sin(xyz) = e^x y^2$.
4. Найти все частные производные 2-го порядка функции $z(x, y) = y \ln(1+x^2y)$.
5. Разложить многочлен $P(x, y) = x^3 + 2xy + y$ в ряд Тейлора с центром в точке $M(-1, -1)$.
6. Найти локальные экстремумы функции $z(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{2y^2}$.
7. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_{-1}^0 dy \int_{y^3}^0 f(x, y) dx$.
8. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2 - 4} dx dy$, где $D = \{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, x \leq y\}$.
9. Вычислить тройной интеграл $\iiint_H dx dy dz$, где $H = \{x + 2y + z \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.
10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_H z dx dy dz$, где $H = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$.

владеть:

- способностью к логическому рассуждению;
- моделированием для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;

основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.

Примерные вопросы устного опроса

Семестр 1

1. Как определяют рациональные и действительные числа? Что такое иррациональные числа?
2. В чём состоят свойства упорядоченности и свойства непрерывности?
3. Перечислить основные аксиомы множества действительных чисел.
4. Что такое действительная функция действительной переменной? Что такое график функции?
5. Что означает ограниченность и неограниченность функции? Что такое четная, нечетная или периодическая функция?

6. Что такое сложная функция?
7. Что такое обратная функция? Каково условие её существования?
8. Дать определение предела числовой последовательности. Что такое бесконечные пределы?
9. Каковы основные свойства сходящихся последовательностей?
10. Как выглядят арифметические операции над сходящимися последовательностями?
11. В чем состоит теорема Вейерштрасса о монотонной ограниченной последовательности?
12. Что такое число e ? Как доказывают сходимость последовательности к данному числу?
13. Сформулировать теорему Больцано – Вейерштрасса об ограниченной последовательности.
14. Что такое фундаментальная последовательность? Сформулировать критерий Коши сходимости последовательности.
15. Что такое бесконечно малые последовательности? Какова их связь с бесконечно большими последовательностями?
16. Сформулировать определения предела функции в точке по Гейне и по Коши.
17. Что такое односторонние пределы?
18. Сформулировать определение предела функции на бесконечности.
19. Сформулировать определение бесконечного предела.
20. Каковы основные свойства пределов функции и арифметические действия над пределами функций?
21. Что означают пределы монотонных функций?
22. Каковы замечательные пределы?
23. Что такое бесконечно малые функции? Какова их связь с бесконечно большими функциями?
24. Что такое « O » и « o » отношения между функциями в пределе? Каковы их свойства?
25. Что такое эквивалентные функции в пределе? Каковы их свойства?
26. Что значит непрерывность функции в точке? Каковы локальные свойства непрерывных функций?
27. Каковы основные операции над непрерывными функциями? В чём состоит предельный переход под знаком непрерывной функции?
28. Что такое точка разрыва функции? Каковы типы точек разрыва? Сформулировать теорему о разрывах монотонных функций.
29. Сформулировать теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях.
30. В чём состоит теорема о промежуточных значениях непрерывных функций?
31. Что такое производная функции? Каков её геометрический и физический смысл?
32. Что такое дифференцируемость функции? Каково необходимое условие дифференцируемости?
33. Сформулировать формулы для производной суммы, произведения и частного функций.
34. Сформулировать формулы для производной сложной и обратной функций.
35. Что такое дифференциал и какое его геометрическое значение?
36. Перечислить производные основных элементарных функций.
37. Что такое производные и дифференциалы высших порядков?
38. Как находить производные функций, заданных параметрически?
39. Сформулировать теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши.
40. Перечислить виды неопределённости. В чём состоит правило Лопиталя раскрытия неопределённости?
41. Что такое формула Тейлора? Каково остаточное слагаемое в форме Пеано и в форме Лагранжа?
42. Каковы признаки монотонности функции?
43. Перечислить достаточные условия локального экстремума функции.
44. Что такое выпуклость функции? Что такое точка перегиба функции?
45. Каковы признаки выпуклости функции?

46. Перечислить достаточные условия точки перегиба функции.
47. Что такое вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции?
48. Сформулировать план построения графика функции.

Семестр 2

1. Что такое первообразная функции? Что такое неопределённый интеграл?
2. Каковы основные свойства неопределённого интеграла?
3. Сформулировать таблицу основных неопределённых интегралов.
4. В чём состоит метод интегрирования по частям?
5. В чём состоит метод замены переменной в неопределённом интеграле?
6. Что такое простейшие рациональные дроби? В чём состоит метод неопределённых коэффициентов и метод «вычёркиваний»?
7. Как вычислять интегралы от простейших рациональных дробей?
8. Что такое рациональная тригонометрическая функция? Что такое универсальная тригонометрическая подстановка?
9. Как проводят интегрирование симметричных рациональных тригонометрических функций?
10. Как интегрируют тригонометрические биномы и произведения тригонометрических функций?
11. Что такое квадратичные иррациональности и как их интегрируют?
12. Что такое дробно-линейные иррациональности? Что такое дробно-линейная подстановка?
13. Что такое дифференциальные биномы? Как их интегрируют?

Семестр 3

1. Что такое определённый интеграл? В чём заключается необходимое условие интегрируемости функции?
2. Что такое верхние и нижние суммы Дарбу?
3. В чём заключается критерий интегрируемости функций?
4. Перечислить основные классы интегрируемых функций.
5. Каковы основные свойства интеграла с переменным верхним пределом? Привести формулу Ньютона – Лейбница.
6. Привести формулу интегрирования по частям в определённом интеграле.
7. Привести формулы замены переменных в определённом интеграле.
8. В чём состоят формула прямоугольников и формула трапеций для приближённого вычисления определённого интеграла?
9. Что такое квадратуемая фигура? Как вычисляют площади плоских фигур?
10. Что такое кубируемое тело? Как вычисляют объёмы тел? Привести формулу объёма тела вращения.
11. Что такое спрямляемая кривая? Привести формулы длины дуги кривой в параметрическом задании и на плоскости.
12. Привести формулу площади поверхности вращения.
13. Дать определение несобственного интеграла 1 рода. Сформулировать теоремы о сходимости несобственного интеграла 1 рода.
14. Дать определение несобственного интеграла 2 рода. Сформулировать теоремы о сходимости несобственного интеграла 2 рода.
15. Дать определение сходимости числового ряда. Сформулировать необходимый признак сходимости числового ряда.
16. Чему равна бесконечная сумма убывающей геометрической прогрессии? Что такое гармонический ряд?

17. Сформулировать признаки сравнения сходимости числовых рядов.
18. Сформулировать признаки Даламбера и Коши сходимости числовых рядов.
19. Сформулировать интегральный признак сходимости числовых рядов.
20. Что такое знакопеременный ряд? Сформулировать признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов.
21. Что такое абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды? Каковы их свойства?
22. Что такое функциональный ряд? Дать определение равномерной сходимости функционального ряда.
23. Сформулировать критерий Коши и признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
24. Сформулировать основные свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
25. Что такое степенной ряд? Дать определение радиуса и области сходимости степенного ряда.
26. Что такое ряд Тейлора? Сформулировать теорему о сходимости ряда Тейлора.

Семестр 4

1. Что такое n -мерное евклидово пространство? Что такое числовая функция нескольких переменных?
2. Дать определение предела по Коши и по Гейне числовой действительной функции нескольких переменных. Что такое непрерывная функция нескольких переменных?
3. Что такое открытое и замкнутое множества n -мерного евклидова пространства? Какова их связь?
4. Что такое связное множество? Сформулировать теорему о непрерывной функции на связном множестве. Что такое область, замкнутая область?
5. Дать определение частной производной. Что такое дифференцируемость функции нескольких переменных?
6. Сформулировать достаточное условие дифференцируемости функции нескольких переменных.
7. Сформулировать правило дифференцирования сложной функции нескольких переменных.
8. Написать уравнение касательная плоскость к поверхности. В чём заключается геометрический смысл дифференциала функции двух переменных?
9. Дать определение частных производных высших порядков и многократной дифференцируемости функции нескольких переменных.
10. Сформулировать достаточное условие многократной дифференцируемости функции нескольких переменных.
11. Что такое смешанные производные? Каковы условия их независимости от порядка дифференцирования.
12. Что такое дифференциалы высших порядков? Привести формулы для дифференциалов высших порядков.
13. Привести формулу Тейлора и формулу остаточного слагаемого в форме Лагранжа для функции двух переменных.
14. Что такое неявная функция? Сформулировать теорему о неявной функции.
15. Что такое система неявных функций? Сформулировать теорему о системе неявных функций.
16. Что такое локальный экстремум функции нескольких переменных? Необходимое условие локального экстремума функции нескольких переменных.
17. Сформулировать достаточные условия экстремума функции двух переменных.
18. Что такое квадрируемая фигура? Привести примеры квадрируемых фигур на плоскости.
19. Что такое двойной интеграл? Каковы необходимые и достаточные условия существования двойного интеграла? Каковы основные свойства двойного интеграла?

20. Что такое повторный интеграл? В каких случаях двойной интеграл сводится к повторному интегралу?
21. Как осуществляется замена переменных интегрирования в двойном интеграле? Что такое якобиан замены? Чему равен двойной интеграл в полярных координатах?
22. Как вычисляют массу плоской фигуры? Как вычисляют площадь плоской фигуры, ограниченной линиями?
23. Что такое криволинейный сектор и криволинейный сегмент? Как вычисляют их площади?
24. Что такое интеграл Пуассона, как его вычисляют и чему он равен?
25. Что такое кубируемая фигура? Привести примеры кубируемых фигур в пространстве.
26. Что такое тройной интеграл, и каковы необходимые и достаточные условия его существования?
27. Каковы основные свойства тройного интеграла? Как его сводят к повторному интегралу?
28. Как выполняют замену переменных в тройном интеграле? Как выглядит тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах?
29. Как применяют тройной интеграл для вычисления объёмов тел? Что такое параллельные сечения и как их используют при вычислении объёма тела?
30. Что такое криволинейный шаровой сектор и криволинейный шаровой сегмент? Чему равны их объёмы?
31. Как применяют тройные интегралы для вычисления массы тела с переменной плотностью?
32. Что такое измеримая фигура в многомерном пространстве и мера Жордана? Привести примеры измеримых фигур.
33. Что такое многомерный интеграл, и каково достаточное условие его существования?
34. Как вычисляют многомерный интеграл с помощью повторного интеграла?
35. Как выполняют замену переменных в многомерном интеграле?

ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

Знать:

– характеристику личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области; способы оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.

Примерный список тем для конспекта

Семестр 1

8. Действительные числа.
9. Понятия функции и последовательности. Предел последовательности.
10. Пределы функций.
11. Непрерывность функций.
12. Производная и дифференциал.
13. Основные теоремы дифференциального исчисления.
14. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций.

Семестр 2

6. Понятие и свойства неопределённого интеграла.
7. Основные методы интегрирования.
8. Интегрирование дробно-рациональных функций.
9. Интегрирование тригонометрических функций.
10. Интегрирование иррациональных функций.

Семестр 3

7. Определённый интеграл и его свойства. Условия интегрируемости.
8. Формула Ньютона – Лейбница и её применения.
9. Геометрические и физические приложения определённого интеграла.
10. Несобственные интегралы.
11. Числовые ряды.
12. Функциональные и степенные ряды.

Семестр 4

7. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
8. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал.
9. Приложения частных производных и дифференциалов функций нескольких переменных.
10. Двойные интегралы.
11. Тройные интегралы.
12. Многомерные интегралы.

Примерные задачи домашнего задания

Семестр 1

13. Представить в виде обыкновенной дроби периодическую десятичную дробь:

а) $3,7(936)$; б) $7,1(603)$; в) $1,(15)$; г) $2,(45)$.

14. Найти точную верхнюю и точную нижнюю грани числовых множеств:

а) $A = \left\{ \sqrt{\frac{10n+17}{n+2}}, n \in \mathbf{N} \right\} \cup [1, 2)$; б) $A = \left\{ 2^{1+3/n}, n \in \mathbf{N} \right\} \cup (18, 23]$.

15. Найти предел последовательности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 1}{3^{n+1} + (-2)^n}$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+8} (\sqrt{n+7} - \sqrt{n+2})$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2}{2n+5} - \frac{2n^2 + 7n}{n+3} \right)$.

16. Найти предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 15x - 2}{\sqrt{x+7} - 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{3}{x^3 - 1} \right)$; в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(\pi x / 4)}{3^x - 4x - 1}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[5]{\cos x}}{x \sin x}$.

17. Найти производную $y'(x)$ функции:

а) $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x)$; б) $y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}$; в) $y = (\arccos x)^{\sqrt{1-x^2}}$; г) $y = x^{x \arcsin x}$.

18. Найти вторую производную $y''(x)$ функции:

а) $y = \sqrt{x} - (x+1) \operatorname{arctg} \sqrt{x}$; б) $y = \ln \frac{x+4}{x-1}$; в) $y = e^{\sin(5x)}$.

19. Найти производную $y''(x)$ параметрически заданной функции:

а) $x = \sqrt{2t - t^2}$, $y = \arcsin(t-1)$; б) $x = \operatorname{tg}^2 t$, $y = \cos^3 t$; в) $x = \ln \operatorname{tg} t$, $y = \frac{1}{\sin^2 t}$.

20. Разложить многочлен $P(x)$ в ряд Тейлора с центром в точке x_0 :

а) $P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x$, $x_0 = -1$; б) $P(x) = (x+1)^4 - 16x^2$, $x_0 = 1$.

21. Найти интервалы возрастания и убывания и точки экстремума функции:

а) $y = x - 5 \arctg x$; б) $y = x^2 e^{-x^2}$; в) $y = x^2 \ln x$; г) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x}$.

22. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба функции:

а) $y = x^3 \ln x$; б) $y = x^2 + \frac{1}{x}$; в) $y = 6x^8 - 8x^6$; г) $y = x^4 e^{-x}$.

23. Найти асимптоты графика функции:

а) $y = \frac{e^x + 4e^{-2x}}{e^x - e^{-2x}}$; б) $y = \frac{\arctg x + \pi}{3 \arctg x - \pi}$; в) $y = \frac{2x^4 + 5x}{(x+1)^2(x-2)}$.

24. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$:

а) $y = x^4 + 4x$, $[-2, 2]$; б) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$, $[1/2, 3]$; в) $y = x^3 - 7x^2 + 11x$, $[0, 2]$.

Семестр 2

6. Найти неопределённый интеграл, используя метод интегрирования по частям:

а) $\int (x+1) \sin(4x) dx$; б) $\int (5x-2) e^{2x} dx$; в) $\int x^3 \ln x dx$.

7. Найти неопределённый интеграл, используя метод замены переменной:

а) $\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-1}} dx$; б) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+3\cos x}}$; в) $\int x(2x+5)^{10} dx$; г) $\int x^2 \exp(2x^3+1) dx$.

8. Найти неопределённый интеграл от дробно-рациональной функции:

а) $\int \frac{x+3}{x^3-4x} dx$; б) $\int \frac{x^2 dx}{x^2-6x+5}$; в) $\int \frac{x dx}{(x+1)(x+2)^2}$.

9. Найти неопределённый интеграл от тригонометрической функции:

а) $\int \sin^5 x dx$; б) $\int \frac{\cos x dx}{1+\cos x}$; в) $\int \frac{dx}{\sin^4 x}$; г) $\int \cos^3 x dx$.

10. Найти неопределённый интеграл от квадратичной иррациональности:

а) $\int \sqrt{x^2-1} dx$; б) $\int \frac{dx}{(x^2+1)^{5/2}}$; в) $\int \left(\frac{x+1}{x-3} \right)^{3/2} dx$.

Семестр 3

10. Вычислить определённый интеграл:

а) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{x dx}{\cos^2 x}$; б) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-1}$; в) $\int_0^1 \arcsin x dx$; г) $\int_3^5 \frac{\ln x dx}{x}$.

11. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями на отрезке:

а) $y = \frac{e^{1/x}}{x^2}$ и $y = 0$, $1 \leq x \leq 2$; б) $y = \frac{16}{x^2}$ и $y = 17 - x^2$, $1 \leq x \leq 4$.

12. Найти длину дуги кривой в прямоугольных координатах:

а) $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$, $1 \leq x \leq 2$; б) $y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x$, $0 \leq x \leq \frac{7}{9}$.

13. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX кривой:

а) $y = \frac{1}{\sqrt{1 + e^x}}$, $0 \leq x \leq \ln 5$; б) $y = (x + 1)^{-1}x$, $0 \leq x \leq 1$.

14. Найти несобственный интеграл 1-го рода:

а) $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$; б) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{e^{\sqrt{x}} \sqrt{x}}$; в) $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(x + 1)(x + 2)(x + 3)}$.

15. Исследовать на абсолютную и условную сходимость числовой ряд:

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^{5/4} n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(n+4)}{3n^2 \sqrt{n+5}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n!}{(2n+1)!}$.

16. Найти область сходимости степенного ряда:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x+7)^n}{(n+1)(n+3)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} (2x+5)^{n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x)^{2n}}{n^{3/2}}$.

17. Разложить в ряд Тейлора по степеням x функцию $y = y(x)$ и указать область сходимости ряда:

а) $y = \frac{x}{1 + 5x - 6x^2}$; б) $y = \frac{(e^x - e^{-x})^2}{x^2}$; в) $y = (x + x^3) \operatorname{arctg} x$.

18. Найти сумму степенного ряда и указать его область сходимости:

а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n!} x^{2n}$; б) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{(n+2)n!}$; в) $\sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n$.

Семестр 4

12. Найти двойной предел:

а) $\lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1}{xy + 3y^2} \ln \frac{x}{x - y}$; б) $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} (x^2 + y^2)^2 \left(\operatorname{ch} \frac{1}{x^2 + y^2} - 1 \right)$; в) $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 4}} \left(1 + \frac{10}{xy} \right)^x$.

13. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $z = z(x, y)$ в точке $M(x_0, y_0)$:

а) $z = \frac{12}{x^2 y}$, $M(2, 3)$; б) $z = 2^{y/x}$, $M(1, 2)$; в) $z = \frac{1 - xy}{1 + xy}$, $M(1, 3)$.

14. Найти частные производные z'_u и z'_v сложной функции $z = z(x, y)$, где $x = x(u, v)$ и $y = y(u, v)$, используя инвариантность формы дифференциала первого порядка:

а) $z = \operatorname{arctg}(x^2 - y)$, $x = u$, $y = u^2 - v^2$; б) $z = \frac{x^2}{y}$, $x = e^{u+v}$, $y = e^{2u-v}$.

15. Найти частные производные z'_x и z'_y неявно заданной функции $z = z(x, y)$:

а) $\sin z + xy^3z = xy$; б) $e^z + 4z = x^3 \cos y$; в) $\ln(1 + xyz) + z = x^3 y^5$.

16. Найти частные производные второго порядка z''_{xx} , z''_{xy} , z''_{yy} и z''_{yx} функции $z = z(x, y)$:

а) $z = \sin(xy + \cos y)$; б) $z = \ln(1 + x^2 y^4)$; в) $z = \operatorname{arctg}(x^2 y^4)$; г) $z = x^{xy}$.

17. Найти частную производную высшего порядка функции $z = z(x, y)$:

а) $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$, $z = e^{xy}$; б) $\frac{\partial^4 z}{\partial x \partial y^3}$, $z = \frac{x-y}{x+y}$; в) $\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2}$, $z = \ln(1 + x^2 + y^2)$.

18. Разложить многочлен $P(x, y)$ в ряд Тейлора с центром разложения в точке $M(x_0, y_0)$:

а) $P(x, y) = x^4 + 2xy + y^2$, $x_0 = 1, y_0 = -1$; б) $P(x, y) = x^3 + xy + x - y$, $x_0 = -1, y_0 = -1$.

19. Найти локальные экстремумы функции $z = z(x, y)$:

а) $z = xy - \ln x + \frac{2}{\sqrt{y}}$; б) $z = x^3 - y^3 - 3xy$; в) $z = xy(1 - x - y)$.

20. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле:

а) $\int_0^2 dy \int_0^{2y} f(x, y) dx$; б) $\int_0^{\pi/4} dx \int_0^{\sin x} f(x, y) dy$; в) $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x} f(x, y) dy$; г) $\int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{2-x}} f(x, y) dy$.

21. Найти двойной интеграл:

а) $\iint_D (y - x) dx dy$, где $D = \{1 \leq x \leq 3, x \leq y \leq x^3\}$;

б) $\iint_D \operatorname{arctg} \frac{y}{x} dx dy$, где $D = \{x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$;

в) $\iint_D \sqrt{16 - x^2 - y^2} dx dy$, где $D = \{x^2 + y^2 \leq 16, x \leq y \leq x\sqrt{3}\}$;

г) $\iint_D y dx dy$, где $D = \{x^2 + y^2 \leq 2x, y \geq 0\}$.

22. Найти тройной интеграл:

а) $\iiint_H xz(1 - y) dx dy dz$, где $H = \{x + y + z \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$;

б) $\iiint_H (x + y) dx dy dz$, где $H = \{0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x, y \leq z \leq 2y\}$;

в) $\iiint_H xyz^2 dx dy dz$, где $H = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$;

г) $\iiint_H (x^2 + y^2) dx dy dz$, где $H = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \sqrt{x^2 + y^2} \leq z\}$.

Уметь:

– оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов.

Примерные задания контрольной работы

Семестр 1

12. Представить в виде обыкновенной дроби периодическую десятичную дробь $4,(135)$.
13. Найти предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)! + 4(n+1)!}{5(n+3)! - 7(n+2)!}$.
14. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$.
15. Найти точки разрыва функции $y = \frac{2x-3}{\log_2|x|}$ и указать их тип.
16. Найти производную функции $y = (x^3 - x^2 + 3x + 7)^{x^2-9x+1}$.
17. Найти производную $y'(x)$ параметрически заданной функции $x = \arcsin \sqrt{t}$, $y = (1 + \sqrt{t})^{1/2}$.
18. Найти производную $y'(x)$ неявно заданной функции $y = y(x): xy - \ln y = 3$.
19. Найти общее выражение для производной порядка n от функции $y = \ln(3x - 2)$.
20. Найти интервалы возрастания и убывания и точки экстремума функции $y = \frac{x}{\ln x}$.
21. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба функции $y = xe^{-x^2/2}$.
22. Найти асимптоты графика функции $y = \frac{5x^3 - 2x + 1}{4x^2 - 7x + 3}$.

Семестр 2

1. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{(\sqrt{x} + 2)^3}{x} dx$.
2. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{\ln x}{x\sqrt{\ln x + 1}} dx$.
3. Найти неопределённый интеграл $\int x \arctg x dx$.
4. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{x+3}{(x+1)(x+2)(x+5)} dx$ методом «вычёркиваний».
5. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{e^{3x} dx}{(2 + e^x)^4}$.
6. Найти неопределённый интеграл $\int \lg^3 x dx$.
7. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}$.

8. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{(4+x^2)^{3/2}}.$

Семестр 3

9. Найти определённый интеграл $\int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx.$

10. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \cos(\pi x)$ и $y = \frac{3x}{2}, 0 \leq x \leq \frac{1}{3}.$

11. Найти длину дуги кривой в прямоугольных координатах $y = \operatorname{ch} x, 0 \leq x \leq 1.$

12. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX кривой $y = \frac{1}{\sqrt{x+x^2}}, 1 \leq x \leq 3.$

13. Найти несобственный интеграл 1-го рода $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx.$

14. Исследовать на абсолютную и условную сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(4+\ln^2 n)n}.$

15. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{3^{n-1}(n+1)}.$

16. Разложить функцию $\frac{\sin(3x)}{x} - 3\cos x$ в ряд Тейлора по степеням x и указать область сходимости ряда.

Семестр 4

11. Найти двойной предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 5 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\ln(1+x^2 y)}{\sqrt{1+x^3 y} - 1}.$

12. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt{x}}$ в точке $M(1, 4).$

13. Найти частные производные z'_x и z'_y неявно заданной функции $z = z(x, y): z - \sin(xyz) = e^x y^2.$

14. Найти все частные производные 2-го порядка функции $z(x, y) = y \ln(1+x^2 y).$

15. Разложить многочлен $P(x, y) = x^3 + 2xy + y$ в ряд Тейлора с центром в точке $M(-1, -1).$

16. Найти локальные экстремумы функции $z(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{2y^2}.$

17. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_{-1}^0 dy \int_{y^3}^0 f(x, y) dx.$

18. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2 - 4} dx dy$, где $D = \{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, x \leq y\}.$

19. Вычислить тройной интеграл $\iiint_H dx dy dz$, где $H = \{x + 2y + z \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}.$

20. Вычислить тройной интеграл $\iiint_H z \, dx \, dy \, dz$, где $H = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$.

Владеть:

– способностью и опытом применения в предметной области различных способов оказания адресной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.

Примерные вопросы устного опроса

Семестр 1

49. Как определяют рациональные и действительные числа? Что такое иррациональные числа?
50. В чём состоят свойства упорядоченности и свойства непрерывности?
51. Перечислить основные аксиомы множества действительных чисел.
52. Что такое действительная функция действительной переменной? Что такое график функции?
53. Что означает ограниченность и неограниченность функции? Что такое четная, нечетная или периодическая функция?
54. Что такое сложная функция?
55. Что такое обратная функция? Каково условие её существования?
56. Дать определение предела числовой последовательности. Что такое бесконечные пределы?
57. Каковы основные свойства сходящихся последовательностей?
58. Как выглядят арифметические операции над сходящимися последовательностями?
59. В чем состоит теорема Вейерштрасса о монотонной ограниченной последовательности?
60. Что такое число e ? Как доказывают сходимость последовательности к данному числу?
61. Сформулировать теорему Больцано – Вейерштрасса об ограниченной последовательности.
62. Что такое фундаментальная последовательность? Сформулировать критерий Коши сходимости последовательности.
63. Что такое бесконечно малые последовательности? Какова их связь с бесконечно большими последовательностями?
64. Сформулировать определения предела функции в точке по Гейне и по Коши.
65. Что такое односторонние пределы?
66. Сформулировать определение предела функции на бесконечности.
67. Сформулировать определение бесконечного предела.
68. Каковы основные свойства пределов функции и арифметические действия над пределами функций?
69. Что означают пределы монотонных функций?
70. Каковы замечательные пределы?
71. Что такое бесконечно малые функции? Какова их связь с бесконечно большими функциями?
72. Что такое « O » и « o » отношения между функциями в пределе? Каковы их свойства?
73. Что такое эквивалентные функции в пределе? Каковы их свойства?
74. Что значит непрерывность функции в точке? Каковы локальные свойства непрерывных функций?
75. Каковы основные операции над непрерывными функциями? В чём состоит предельный переход под знаком непрерывной функции?
76. Что такое точка разрыва функции? Каковы типы точек разрыва? Сформулировать теорему о разрывах монотонных функций.
77. Сформулировать теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях.
78. В чём состоит теорема о промежуточных значениях непрерывных функций?
79. Что такое производная функции? Каков её геометрический и физический смыслы?

80. Что такое дифференцируемость функции? Каково необходимое условие дифференцируемости?
81. Сформулировать формулы для производной суммы, произведения и частного функций.
82. Сформулировать формулы для производной сложной и обратной функций.
83. Что такое дифференциал и какое его геометрический смысл?
84. Перечислить производные основных элементарных функций.
85. Что такое производные и дифференциалы высших порядков?
86. Как находить производные функции, заданной параметрически?
87. Сформулировать теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши.
88. Перечислить виды неопределённостей. В чём состоит правило Лопиталя раскрытия неопределённостей?
89. Что такое формула Тейлора? Каково остаточное слагаемое в форме Пеано и в форме Лагранжа?
90. Каковы признаки монотонности функции?
91. Перечислить достаточные условия локального экстремума функции.
92. Что такое выпуклость функции? Что такое точка перегиба функции?
93. Каковы признаки выпуклости функции?
94. Перечислить достаточные условия точки перегиба функции.
95. Что такое вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции?
96. Сформулировать план построения графика функции.

Семестр 2

14. Что такое первообразная функции? Что такое неопределённый интеграл?
15. Каковы основные свойства неопределённого интеграла?
16. Сформулировать таблицу основных неопределённых интегралов.
17. В чём состоит метод интегрирования по частям?
18. В чём состоит метод замены переменной в неопределённом интеграле?
19. Что такое простейшие рациональные дроби? В чём состоит метод неопределённых коэффициентов и метод «вычёркиваний»?
20. Как вычислять интегралы от простейших рациональных дробей?
21. Что такое рациональная тригонометрическая функция? Что такое универсальная тригонометрическая подстановка?
22. Как проводят интегрирование симметричных рациональных тригонометрических функций?
23. Как интегрируют тригонометрические биномы и произведения тригонометрических функций?
24. Что такое квадратичные иррациональности и как их интегрируют?
25. Что такое дробно-линейные иррациональности? Что такое дробно-линейная подстановка?
26. Что такое дифференциальные биномы? Как их интегрируют?

Семестр 3

27. Что такое определённый интеграл? В чём заключается необходимое условие интегрируемости функции?
28. Что такое верхние и нижние суммы Дарбу?
29. В чём заключается критерий интегрируемости функций?
30. Перечислить основные классы интегрируемых функций.
31. Каковы основные свойства интеграла с переменным верхним пределом? Привести формулу Ньютона – Лейбница.
32. Привести формулу интегрирования по частям в определённом интеграле.

33. Привести формулы замены переменных в определённом интеграле.
34. В чём состоят формула прямоугольников и формула трапеций для приближённого вычисления определённого интеграла?
35. Что такое квадратуемая фигура? Как вычисляют площади плоских фигур?
36. Что такое кубическое тело? Как вычисляют объёмы тел? Привести формулу объёма тела вращения.
37. Что такое спрямляемая кривая? Привести формулы длины дуги кривой в параметрическом задании и на плоскости.
38. Привести формулу площади поверхности вращения.
39. Дать определение несобственного интеграла 1 рода. Сформулировать теоремы о сходимости несобственного интеграла 1 рода.
40. Дать определение несобственного интеграла 2 рода. Сформулировать теоремы о сходимости несобственного интеграла 2 рода.
41. Дать определение сходимости числового ряда. Сформулировать необходимый признак сходимости числового ряда.
42. Чему равна бесконечная сумма убывающей геометрической прогрессии? Что такое гармонический ряд?
43. Сформулировать признаки сравнения сходимости числовых рядов.
44. Сформулировать признаки Даламбера и Коши сходимости числовых рядов.
45. Сформулировать интегральный признак сходимости числовых рядов.
46. Что такое знакопеременный ряд? Сформулировать признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов.
47. Что такое абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды? Каковы их свойства?
48. Что такое функциональный ряд? Дать определение равномерной сходимости функционального ряда.
49. Сформулировать критерий Коши и признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
50. Сформулировать основные свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
51. Что такое степенной ряд? Дать определение радиуса и области сходимости степенного ряда.
52. Что такое ряд Тейлора? Сформулировать теорему о сходимости ряда Тейлора.

Семестр 4

36. Что такое n -мерное евклидово пространство? Что такое числовая функция нескольких переменных?
37. Дать определение предела по Коши и по Гейне числовой действительной функции нескольких переменных. Что такое непрерывная функция нескольких переменных?
38. Что такое открытое и замкнутое множества n -мерного евклидова пространства? Какова их связь?
39. Что такое связное множество? Сформулировать теорему о непрерывной функции на связном множестве. Что такое область, замкнутая область?
40. Дать определение частной производной. Что такое дифференцируемость функции нескольких переменных?
41. Сформулировать достаточное условие дифференцируемости функции нескольких переменных.
42. Сформулировать правило дифференцирования сложной функции нескольких переменных.
43. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности. В чём заключается геометрический смысл дифференциала функции двух переменных?
44. Дать определение частных производных высших порядков и многократной

дифференцируемости функции нескольких переменных.

45. Сформулировать достаточное условие многократной дифференцируемости функции нескольких переменных.
 46. Что такое смешанные производные? Каковы условия их независимости от порядка дифференцирования.
 47. Что такое дифференциалы высших порядков? Привести формулы для дифференциалов высших порядков.
 48. Привести формулу Тейлора и формулу остаточного слагаемого в форме Лагранжа для функции двух переменных.
 49. Что такое неявная функция? Сформулировать теорему о неявной функции.
 50. Что такое система неявных функций? Сформулировать теорему о системе неявных функций.
 51. Что такое локальный экстремум функции нескольких переменных? Необходимое условие локального экстремума функции нескольких переменных.
 52. Сформулировать достаточные условия экстремума функции двух переменных.
 53. Что такое квадратуемая фигура? Привести примеры квадратуемых фигур на плоскости.
 54. Что такое двойной интеграл? Каковы необходимые и достаточные условия существования двойного интеграла? Каковы основные свойства двойного интеграла?
 55. Что такое повторный интеграл? В каких случаях двойной интеграл сводится к повторному интегралу?
 56. Как осуществляется замена переменных интегрирования в двойном интеграле? Что такое якобиан замены? Чему равен двойной интеграл в полярных координатах?
 57. Как вычисляют массу плоской фигуры? Как вычисляют площадь плоской фигуры, ограниченной линиями?
 58. Что такое криволинейный сектор и криволинейный сегмент? Как вычисляют их площади?
 59. Что такое интеграл Пуассона, как его вычисляют и чему он равен?
 60. Что такое кубируемая фигура? Привести примеры кубируемых фигур в пространстве.
 61. Что такое тройной интеграл, и каковы необходимые и достаточные условия его существования?
 62. Каковы основные свойства тройного интеграла? Как его сводят к повторному интегралу?
 63. Как выполняют замену переменных в тройном интеграле? Как выглядит тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах?
 64. Как применяют тройной интеграл для вычисления объемов тел? Что такое параллельные сечения и как их используют при вычислении объема тела?
 65. Что такое криволинейный шаровой сектор и криволинейный шаровой сегмент? Чему равны их объемы?
 66. Как применяют тройные интегралы для вычисления массы тела с переменной плотностью?
 67. Что такое измеримая фигура в многомерном пространстве и мера Жордана? Привести примеры измеримых фигур.
 68. Что такое многомерный интеграл, и каково достаточное условие его существования?
 69. Как вычисляют многомерный интеграл с помощью повторного интеграла?
- Как выполняют замену переменных в многомерном интеграле?

Промежуточная аттестация

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

Знать:

- современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки;
- значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира.

Уметь:

- ясно и логично излагать полученные базовые знания;
- демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами;
- строить модели реальных объектов или процессов;
- профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;
- применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.

Владеть:

- способностью к логическому рассуждению;
- моделированием для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;
- основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.

ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

знать:

- характеристику личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области; способы оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.

уметь:

- оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов.

владеть:

- способностью и опытом применения в предметной области различных способов оказания адресной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.

Примерные вопросы к экзамену

Семестр 1

1. Числовые множества. Множество действительных чисел. Периодические десятичные дроби. Максимум и минимум числовых множеств.
2. Множество действительных чисел. Точная верхняя и точная нижняя грани числовых множеств. Теорема о точных гранях.
3. Числовая функция. Область определения и множество значений функции. Способы задания функции. Сложная и обратная функция.
4. Сложная и обратная функция. Чётная, нечётная и периодическая функция. Возрастание и убывание функции.
5. Основные элементарные функции. Понятие элементарной функции.
6. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Арифметические операции с пределами последовательностей.
7. Арифметические операции с пределами последовательностей. Свойства предела последовательности.

8. Теорема о монотонных ограниченных последовательностях. Число e . Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
9. Теорема Больцано – Вейерштрасса и критерий Коши сходимости числовой последовательности.
10. Предел функции. Односторонний и бесконечный пределы функции.
11. Свойства предела функции. Первый и второй замечательные пределы.
12. Непрерывность функции. Свойства непрерывности функции.
13. Разрывы функции. Теорема о разрывах монотонных функций.
14. Отношения «О» и «о». Эквивалентные функции.
15. Производная функции. Дифференцируемость функции. Связь дифференцируемости и непрерывности функции.
16. Производная функции. Её геометрический и физический смысл.
17. Производная функции. Правила дифференцирования.
18. Производная функции. Производные основных элементарных функций.
19. Гиперболические синус, косинус, тангенс и котангенс. Их производные.
20. Обратные гиперболические функции. Их производные.
21. Производная показательно-степенной функции. Логарифмическая производная.
22. Дифференциал. Его свойства. Инвариантность формы дифференциала.
23. Производная параметрически заданной функции.
24. Производные и дифференциалы высших порядков.
25. Необходимое условие локального экстремума функции. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши. Функция с нулевой производной.
26. Виды неопределённостей. Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей.
27. Формула Тейлора для многочлена. Бином Ньютона. Формула Лейбница для производной высшего порядка произведения функций.
28. Формула Тейлора для произвольной функции. Остаточное слагаемое в форме Пеано и в форме Лагранжа.
29. Теоремы о возрастании и убывании функций. Достаточные условия локального экстремума функции. Экстремум функции, заданной на отрезке.
30. Выпуклость функций. Необходимое и достаточное условия выпуклости функции. Теорема о выпуклости функции.
31. Точка перегиба функции. Достаточные условия точки перегиба функции.
32. Асимптоты графика функции. Схема построения графика функции.

Семестр 2

1. Первообразная функции и неопределённый интеграл. Линейность неопределённого интеграла и его противоположность дифференцированию.
2. Неопределённый интеграл. Таблица основных неопределённых интегралов.
3. Неопределённый интеграл. Метод замены переменной.
4. Неопределённый интеграл. Метод интегрирования по частям.
5. Неопределённые интегралы от простейших рациональных дробей.
6. Интегрирование дробно-рациональной функции. Сведение к интегралам от простейших рациональных дробей.
7. Интегрирование дробно-рациональных функций. Метод неопределённых коэффициентов.
8. Интегрирование дробно-рациональных функций. Метод «вычёркиваний».
9. Интегрирование рациональных тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.
10. Интегрирование симметричных рациональных тригонометрических функций.

11. Интегрирование тригонометрических биномов и произведений тригонометрических функций.
12. Интегрирование квадратичных иррациональностей.
13. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей. Дробно-линейная подстановка.
14. Интегрирование дифференциальных биномов.

Семестр 3

1. Понятие определённого интеграла. Геометрический смысл определённого интеграла.
2. Понятие определённого интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции.
3. Верхняя и нижняя суммы Дарбу. Их свойства (леммы). Основная лемма Дарбу.
4. Верхняя и нижняя суммы Дарбу. 1-е необходимое и достаточное условие интегрируемости функции.
5. Верхняя и нижняя суммы Дарбу. 2-е необходимое и достаточное условие интегрируемости функции.
6. Равномерная непрерывность функции. Интегрируемость непрерывной функции.
7. Равномерная непрерывность функции. Интегрируемость кусочно-непрерывной функции.
8. Линейность, аддитивность и нормировка определённого интеграла.
9. Неравенства для определённого интеграла. Теорема о среднем.
10. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
11. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница.
12. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование производной функции, интегрирование по частям и замена переменной в определённом интеграле.
13. Формула Ньютона – Лейбница. Определённый интеграл от чётной, нечётной и периодической функции.
14. Формула Ньютона – Лейбница. Формула Тейлора с остаточным слагаемым в интегральной форме и в форме Лагранжа.
15. Длина дуги кривой в пространстве. Длина дуги плоской кривой в прямоугольных и полярных координатах.
16. Площадь области на плоскости, ограниченной кривыми. Площадь криволинейного сегмента.
17. Объём тела по площадям параллельных сечений. Объём тела вращения.
18. Площадь поверхности вращения в прямоугольных координатах.
19. Несобственный интеграл 1-го рода. Признаки сходимости несобственных интегралов 1-го рода.
20. Несобственный интеграл 2-го рода. Признаки сходимости несобственных интегралов 2-го рода.
21. Понятие числового ряда. Частичные суммы и сходимость ряда. Бесконечная сумма убывающей геометрической прогрессии.
22. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
23. Признаки сравнения числовых рядов. Признаки Даламбера и Коши сходимости числовых рядов.
24. Интегральный признак сходимости числового ряда. Дзета-функция Римана.
25. Знакопеременный ряд. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды.
26. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Теоремы об абсолютно и условно сходящихся рядах.
27. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость функционального ряда. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда.
28. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

29. Тождество Абеля. Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости функциональных рядов.
30. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов: непрерывность, почленное интегрирование и почленное дифференцирование.
31. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.
32. Степенные ряды. Непрерывность, почленное дифференцирование и почленное интегрирование степенного ряда.
33. Ряд Тейлора. Остаточное слагаемое в форме Лагранжа. Теорема о сходимости ряда Тейлора.

Семестр 4

1. Функция нескольких переменных. Область определения, предел по Коши, предел по Гейне и непрерывность функции нескольких переменных.
2. Арифметические операции с пределами функций нескольких переменных. Непрерывность сложной функции.
3. Арифметические операции с пределами функций нескольких переменных. Устойчивость знака функции, имеющей предел.
4. Ограниченное множество. Связное множество. Прохождение непрерывной функции через промежуточное значение.
5. Открытое и замкнутое множества. Область. Теоремы Вейерштрасса о непрерывной функции в замкнутой ограниченной области.
6. Частные производные первого порядка. Дифференцируемость функции нескольких переменных, дифференциал функции.
7. Частные производные первого порядка. Геометрический смысл частных производных. Уравнение касательной плоскости к поверхности.
8. Достаточное условие дифференцируемости функции нескольких переменных. Дифференцирование сложной функции.
9. Производная функции по направлению. Градиент функции и его геометрический смысл.
10. Частные производные высших порядков. Смешанные производные, их равенство.
11. Достаточное условие n -кратной дифференцируемости функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков.
12. Формула Тейлора функции нескольких переменных. Остаточное слагаемое в форме Пеано и в форме Лагранжа. Полином Ньютона.
13. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Экстремум функции двух переменных.
14. Неявная функция. Теорема о существовании и единственности неявной функции. Дифференцирование неявной функции.
15. Система неявных функций. Якобиан. Теорема о существовании и единственности системы неявных функций.
16. Квадрируемость и площадь плоской фигуры. Площадь криволинейной трапеции.
17. Определение и геометрический смысл двойного интеграла. Теорема о существовании и единственности двойного интеграла.
18. Основные свойства двойного интеграла. Теорема о среднем значении.
19. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Повторные интегралы.
20. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
21. Площадь криволинейного сегмента. Вычисление интеграла Пуассона.
22. Кубируемость и объём фигуры в трёхмерном пространстве. Примеры кубируемых фигур.

23. Определение, теорема о существовании и единственности и основные свойства тройного интеграла.
24. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Повторные интегралы.
25. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Максимальное количество баллов, которое можно набрать на очной и заочной формах обучения, выполняя задания на курсе в течение одного семестра за изучение лекционного материала, выполнение практических заданий и текущий контроль – 70 баллов.

За выполнение конспектов обучающийся может набрать максимально 5 баллов.

За выполнение одного домашнего задания обучающийся может набрать 5 баллов. Всего в каждом семестре предусмотрено 5 домашних заданий.

За ответ на один вопрос устного опроса обучающийся может набрать максимально 5 баллов. Всего в каждом семестре обучающемуся задают 5 вопросов.

За выполнение одной контрольной работы обучающийся может набрать максимум 10 баллов. Всего в каждом семестре предусмотрены 2 контрольные работы.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносится материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Также в течение каждого семестра предусмотрено выполнение контрольной работы. Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при выполнении контрольной работы, составляет 100 баллов.

Шкала оценивания контрольной работы

Показатель	Баллы
Выполнено до 40% заданий	0-40
Выполнено 41-60% заданий	41-60
Выполнено 61-80% заданий	61-80
Выполнено более 81% заданий	81-100

Шкала оценивания экзамена.

Количество баллов	Критерии оценивания
25 – 30	имеет место полное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий

19 – 24	имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий
13 – 18	имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики
0 – 12	имеет место неусвоение основных теорем и формул курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Отлично
61 – 80	Хорошо
41 – 60	Удовлетворительно
0 – 40	Неудовлетворительно