МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Согласовано
деканом физико-математического факультета
«28» февраля 2024 г.
____
/Кулешова Ю.Д./

Рабочая программа дисциплины

Теория функций действительного и комплексного переменного

Направление подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль:
Математика и физика

Квалификация
Бакалавр

Формы обучения
Очная, очно-заочная

Согласовано учебно-методической комиссией физико-математического факультета
Протокол «28» февраля 2024 г. № 6
Председатель УМКом _______________ /Кулешова Ю.Д./

Рекомендовано кафедрой высшей алгебры, математического анализа и геометрии
Протокол от «14» февраля 2024 г. № 6
Зав. кафедрой _______________ /Кондратьева Г.В./

Мытищи
2024

Автор-составитель:
Оникийчук В.Н., старший преподаватель, к.ф.м.н.

Рабочая программа дисциплины «Теория функций действительного и комплексного переменного» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ России от 22.02.2018 г. № 125.

Дисциплина входит в обязательную часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Целью дисциплины

Данный курс ставит себе целью показать происхождение и развитие таких фундаментальных понятий математики как число, множество, функция, а также познакомить студентов с современной теорией множеств, теорией меры и интеграла, играющих огромную роль в различных областях математики.

Задачи дисциплины

Задачи изучения дисциплины заключаются в овладении основными понятиями теории функций действительного переменного. Методы и идеи теории функций способствовали возникновению ряда новых математических дисциплин и, кроме того, проникли в такие области математики как топология, теория вероятностей, функциональный анализ, теория аналитических функций, вариационное исчисление, дифференциальные уравнения, теоретическая физика и др.

Углубляя знания, полученные в курсах дифференциального и интегрального исчисления, данный курс подводит его слушателей к передовым рубежам современной математики, позволяет взглянуть на математику не как на свод формул и теорем, а как на непрерывно развивающуюся науку, использующую труд и творчество многих поколений математиков - от Архимеда до А.Н. Колмогорова.

Такой взгляд на математику как на творчество призван привлечь студентов к самостоятельным научным исследованиям.

В результате изучения дисциплины студент должен:

- Иметь представление об основных понятиях теории функций действительного переменного.
- Знать и уметь доказывать основные теоремы курса.
- Знать, что такое конечное, счетное и несчетное множества. Уметь строить примеры указанных множеств.

- Знать, чему равны мощности основных множеств: множества рациональных чисел, множества точек отрезка [0,1], прямой - $\mathbf{R}^1$, плоскости - $\mathbf{R}^2$ и т.д. Уметь построить множество, мощность которого больше мощности заданного множества.
- Уметь строить открытые, замкнутые, совершенные множества на прямой и на плоскости. Иметь представление о фракталах.
- Уметь оперировать с метрическими, евклидовыми, нормироваными пространствами, в частности, знать взаимосвязь этих пространств и уметь построить любое из указанных пространств. Знать классические пространства ($\mathbf{R}^n$, C($[a,b]$), CL_2($[a,b]$), l_p, $1 \le p < \infty$).

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в обязательную часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Дисциплина «Теория функций действительного переменного» является составным элементом математического аппарата ряда дисциплин. Знания и умения, полученные при изучении дисциплины

«Теория функций действительного переменного» широко применяются в таких дисциплинах, как геометрия, теории вероятностей, теории функций комплексного переменного, обыкновенные дифференциальные уравнения.

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов по очной форме	Кол-во часов по очно-заочной форме
Объем дисциплины в зачетных единицах	4	4
Объем дисциплины в часах	144	144
Контактная работа:	72,4	48,4
Лекции	36	24
Практические занятия	36	24
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	0,4	0,4
Зачет с оценкой	0,4	0,4
Самостоятельная работа	56	80
Контроль	15,6	15,6

Форма промежуточной аттестации по очной форме: зачет с оценкой в 8, 9 семестрах.

Форма промежуточной аттестации по очно-заочной форме: зачет с оценкой в 9, 10 семестрах.

3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения

Наименование разделов (тем)дисциплины	**Кол-во часов**	
	Лекции	**Практические**
Тема 1**. Общее введение (краткая аннотация курса).** Элементы теории множеств. Введение (роль теории множеств в математике). Множество, подмножество, пустое множество. (Обозначения, определения, примеры). Операции объединения и пересечения множеств. Их свойства. Теорема о свойствах операций объединения и пересечения множеств. Определения объединения и пересечения любой совокупности множеств (множество множеств) с использованием кванторов. Дополнение множеств. Принцип двойственности. Определение разности, дополнения множеств. Доказательство теоремы "принцип двойственности".	1	1
Тема 2. **Счетные и несчетные множества.** Эквивалентные множества. Определение отображения. Определение отображения "на" (сюръекции), определение отображения "в" (инъекции), определение взаимно однозначного отображения (биекции). Понятие эквивалентности множеств. Примеры. Свойства понятия эквивалентности. Счетные множества. Примеры. Счетность множества рациональных чисел. Определение несчетного множества.	1	1
Тема 3. **Свойства счетных множеств.** Доказываются теоремы: 1) всякое непустое подмножество счетного	1	1

множества конечно или счетно; 2) объединение (сумма) любой конечной или счетной совокупности счетных множеств есть снова счетное множество; 3) всякое бесконечное множество имеет счетное подмножество; 4) всякое бесконечное множество эквивалентно своему истинному подмножеству. Вводятся алгебраические и трансцендентные числа. Доказывается, что множество алгебраических чисел - счетно. Сформулирован ряд задач для самостоятельного решения		
Тема 4. **Несчетные множества.** Доказывается теорема о том, что множество действительных чисел, заключенных между 0 и 1, несчетно. Приводятся примеры множеств, эквивалентных [0,1]. Акцентируется внимание на то, что доказанная теорема является, так называемой, "теоремой существования" (существования объектов с "плохими свойствами"). Используя данную теорему, доказывается существование иррациональных чисел и трансцендентных чисел. Далее, доказывается, что множество иррациональных чисел - несчетно, и более того, эквивалентно отрезку [0,1]. Аналогичная задача решается относительно трансцендентных чисел (обращается особое внимание на методы доказательства таких задач). Решается задача: доказать, что множество всех последовательностей из 0 и 1 эквивалентно отрезку [0,1]. При этом подробно рассматривается представление чисел из отрезка [0,1] в виде двоичной дроби. Сформулирован ряд задач для самостоятельного решения.	1	1
Тема 5. **Мощность множества.** Понятие мощности множества. Сравнение мощностей. Определения. Мощность счетного множества. Множества мощности континуума. Аксиома выбора (аксиома С или аксиома Цермело). Парадокс Банаха-Тарского. Примеры "известных" утверждений, где "используется" аксиома выбора (в частности, при доказательстве теоремы о том, что объединение любой конечной или счетной совокупности счетных множеств есть снова счетное множество). Историческая справка: антиномии и парадоксы, парадокс Рассела (парадокс Гонсета), теорема Геделя о неполноте, аксиоматика теории множеств (аксиоматики Z, BG, ZF), гипотеза Кантора (CH), работа П.Коэна 1963 г. (аксиоматика ZF и аксиомы С , CH и их отрицания).	1	1
Тема 6. **Мощность множества всех подмножеств данного множества.** Доказательство теоремы о том, что мощность всех подмножеств непустого множества больше мощности исходного множества. Предварительно привести доказательство этой теоремы для "конечномерного случая". Акцентировать внимание слушателей на то, что существует "неограниченная шкала мощностей". Теорема о мощности всех подмножеств натурального ряда.	1	1
Тема 7. **Теорема Кантора-Бернштейна.** Доказательство теоремы Кантора-Бернштейна и ее следствия - теоремы о промежуточном множестве. Примеры применения указанных выше теорем. Сформулирован ряд задач для самостоятельного решения.	1	1
Тема 8. **Множества точек в *N*-мерном евклидовом пространстве.** Множества точек на плоскости и в трехмерном пространстве. Напомнить: декартова прямоугольная система координат, координаты точки трехмерного пространства, радиус-вектор точки, операции сложения векторов и умножения на число. Длина вектора. Скалярное произведение векторов. Напомнить, как определяется расстояние на прямой, на плоскости, в трехмерном пространстве, сделать рисунки. Напомнить определение линейного (векторного) пространства. Аксиомы линейного пространства. Примеры линейных пространств.	1	1

Тема 9. **Скалярное произведение векторов в линейном пространстве.** Скалярное произведение векторов в линейном пространстве. Аксиомы скалярного произведения. Свойства скалярного произведения. Определение евклидова пространства, примеры. Норма вектора. Расстояние между точками на прямой, на плоскости, в трехмерном пространстве. Множества точек в N- мерном евклидовом пространстве $\mathbf{R}^N$.	1	1
Тема 10. **Метрические пространства.** Метрические пространства. Определение метрики. Аксиомы метрики. Свойства метрики. Определение метрического пространства. Примеры метрических пространств: $\mathbf{R}^N$, $\mathbf{R}_1^N$, $\mathbf{R}_2^N$, $\mathbf{R}_p^N$, $1 \le p < \infty$, $\mathbf{R}_\infty^N$, $\mathbf{R}_\infty^N$, l_1, l_2, l_p, $1 \le p < \infty$, l_∞ (обратить внимание на то, что первые пять пространств - конечномерные, остальные - бесконечномерные). Пространство изолированных точек. Ввести пространство непрерывных функций $\mathbf{C}$ (множество непрерывных функций с равномерной метрикой) и пространство $\mathbf{C}L_2$ (множество непрерывных функций с интегральной метрикой). Сформулирован ряд задач для самостоятельного решения	1	1
Тема 11. **Нормированные пространства.** Нормированные пространства. Определение нормы. Нормированное пространство. Примеры. Указать на "взаимосвязь" между метрическим, евклидовым и нормированным пространствами. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности в $\mathbf{R}^1$. Понятие полного пространства. Полнота $\mathbf{R}^N$. Примеры неполных пространств. Банаховы пространства. Привести пример метрического пространства, не являющегося нормированным.	1	1
Тема 12. **Неравенство Коши-Буняковского-Шварца.** Доказательство неравенства Коши-Буняковского-Шварца. Теоремы о том, что любое евклидово пространство можно сделать нормированным, любое нормированное метрическим и любое евклидово метрическим.	1	1
Тема 13. **Открытые и замкнутые множества. (Классификация точек и множеств по расположению точек.)** Открытые и замкнутые множества. В качестве "базового" ("модельного случая") рассматриваются открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве $\mathbf{R}^N$. Окрестности. Определение окрестности в метрическом пространстве. Определение окрестности в любом метрическом пространстве (X, ρ), в частности, в пространстве $\mathbf{C}$ (множестве непрерывных функций с равномерной метрикой). Внутренние точки, внутренность множества и открытые множества. Даны определения: внутренней точки, внутренности, открытого множества. Приведены примеры, введены обозначения. Свойства открытых множеств. Доказаны теоремы: 1) объединение (сумма) любого числа открытых множеств - открытое множество; 2) пересечение конечного числа открытых множеств есть открытое множество. Доказано, что бесконечное пересечение открытых множеств - не обязательно открытое множество. Даны определения: предельной точки, производного множества, изолированной точки, граничной точки, замыкания, замкнутого множества. (В частности, даны разные определения замкнутого множества, и доказана их эквивалентность.) Приведено большое число примеров, введены обозначения.	1	1
Тема 14. **Свойства замкнутых множеств.** Доказаны теоремы: 1) пересечение любого числа замкнутых множеств -замкнутое	1	1

множество; 2) объединение конечного числа замкнутых множеств - замкнутое множество; 3) дополнение открытого множества (до всего пространства) есть замкнутое множество, дополнение замкнутого множества (до всего пространства) есть открытое множество. Доказательство первых двух теорем опирается на принцип двойственности, свойства открытых множеств (см. теоремы об объединении и пересечении открытых множеств) и результат теоремы 3. Доказано, что бесконечное объединение замкнутых множеств – не обязательно замкнутое множество. Доказана теорема: если F - замкнутое множество, а G - открытое множество, то $F \setminus G$ - замкнутое, а $G \setminus F$- открытое множества. (Сделан акцент на то, что все доказанные в пунктах 2^0 и 3^0 теоремы справедливы для любых метрических пространств (X, ρ).)		
Тема 15. **Строение открытых и замкнутых множеств на прямой.** Строение открытых и замкнутых множеств на прямой. Доказаны теоремы о структуре открытых и замкнутых множеств на числовой прямой. Сформулирована теорема об отделимости (замкнутых множеств на прямой). Предлагается самостоятельно доказать указанную теорему для сегментов.	1	1
Тема 16. **Канторово совершенное множество.** Канторово совершенное множество. Дано определение совершенного множества. Приведены примеры совершенных множеств. Строится канторово совершенное множество (доказывается, что оно совершенное). Выясняется арифметическая структура, "удивительные" свойства канторова совершенного множества (мощность канторова совершенного множества равна континууму, а сумма длин "удаляемых" при его построении интервалов равна единице), даны определения нигде не плотного и всюду плотного множеств. Приведены примеры таких множеств. Доказано, что канторово совершенное множество является нигде не плотным. "Канторово совершенное множество" в $\mathbf{R}^N,\ N \geq 2$. Построены "гребенка Кантора", "ковер Серпинского", "кладбище Серпинского", "снежинка Коха". Вводится понятие фрактала. Дается историческая справка, делается акцент на современных исследованиях в математике и физике фрактальной геометрии природы. Обсуждается задача современного естествознания: исследование морфологии аморфного.	1	2
Тема 17. **Непрерывные отображения метрических пространств.** Непрерывные отображения метрических пространств. Отметим, что ряд вопросов, связанных с существованием и единственностью решений уравнений того или иного типа (например, дифференциальных уравнений), можно сформулировать в виде вопроса о существовании и единственности неподвижной точки при некотором отображении метрического пространства в себя. Дается определение непрерывного отображения метрических пространств, приводятся примеры. Неподвижная точка отображения. Сжимающее отображение. Примеры.	1	2
Тема 18. **Принцип сжимающих отображений.** Принцип сжимающих отображений. Доказывается теорема Банаха о Принципе сжимающих отображений. Комментируется важность этой теоремы и ее применение в различных разделах математики. Применение принципа сжимающих отображений для доказательства Теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.	1	2

Тема 19**. Комплексные числа** Операции над комплексными числами как над свободными векторами (сложение и умножение на число). Умножение и деление комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексных чисел. Неравенства с модулем.	2	1
Тема 20.**Показательная форма комплексных чисел** Формулы Эйлера. Показательная функция. Синус и косинус кратных углов. Теоремы сложения для показательной функции, для синуса и косинуса.	2	1
Тема 21 **Формулы Муавра: первая и вторая** Извлечение корней из комплексных чисел. Изображение корней на комплексной плоскости. Формулы школьной тригонометрии.	2	1
Тема 22. **Множества, кривые и области** Задание кривых в параметрической форме. Односвязные и многосвязные области. Ориентация плоскости. Граница многосвязных областей. Отображения и функции.	2	1
Тема 23. **Логарифмическая функция** Различные формы введения логарифмической функции. Решение тригонометрических уравнений. Обратные тригонометрические функции и их свойства.	2	2
Тема 24. **Аналитические и гармонические функции** Понятия дифференцируемости и аналитичности. Необходимые и достаточные условия аналитичности. Понятие гармонической функции. Оператор Лапласа. Теорема о гармоничности действительной и мнимой частей аналитической функции. Восстановление действительной и мнимой частей аналитической функции.	1	2
Тема 25 **Элементарные функции и их свойства** Целая линейная функция и ее геометрический смысл. Дробно-линейная функция и ее свойства: круговое свойство, групповое свойство.	1	1
Тема 26 **Элементарные функции и их свойства (продолжение)** Показательная и тригонометрические функции, степенная функция и радикал, логарифмическая и обратные тригонометрические функции	1	1
Тема 27 **Интеграл в комплексной плоскости** Понятие интеграла в комплексной плоскости. Свойства интеграла. Интегральная теорема Коши: для односвязной области, для многосвязной области. Примеры. Контурные интегралы.	1	1
Тема 28 **Интегральная формула Коши** Выражение значения аналитической функции в области через ее значения на границе односвязной или многосвязной области. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.	1	1
Тема 29 **Ряды Тейлора** Теорема Тейлора. Примеры. Неравенства Коши и теорема Лиувилля.	1	1
Тема 30 **Ряды Лорана** Теорема единственности и следствия из нее. Теорема Лорана.	1	1

Тема 31 **Особые точки аналитической функции** Изолированные особые точки однозначной аналитической функции. Связь нулей и полюсов.	1	1
Всего	36	36

Очно-заочная форма обучения

Наименование разделов (тем)дисциплины	Кол-во часов	
	Лекции	Практические занятия
Тема 1**. Общее введение (краткая аннотация курса).** Элементы теории множеств. Введение (роль теории множеств в математике). Множество, подмножество, пустое множество. (Обозначения, определения, примеры). Операции объединения и пересечения множеств. Их свойства. Теорема о свойствах операций объединения и пересечения множеств. Определения объединения и пересечения любой совокупности множеств (множество множеств) с использованием кванторов. Дополнение множеств. Принцип двойственности. Определение разности, дополнения множеств. Доказательство теоремы "принцип двойственности".	1	
Тема 2. **Счетные и несчетные множества.** Эквивалентные множества. Определение отображения. Определение отображения "на" (сюръекции), определение отображения "в" (инъекции), определение взаимно однозначного отображения (биекции). Понятие эквивалентности множеств. Примеры. Свойства понятия эквивалентности. Счетные множества. Примеры. Счетность множества рациональных чисел. Определение несчетного множества.	1	
Тема 3. **Свойства счетных множеств.** Доказываются теоремы: 1) всякое непустое подмножество счетного множества конечно или счетно; 2) объединение (сумма) любой конечной или счетной совокупности счетных множеств есть снова счетное множество; 3) всякое бесконечное множество имеет счетное подмножество; 4) всякое бесконечное множество эквивалентно своему истинному подмножеству. Вводятся алгебраические и трансцендентные числа. Доказывается, что множество алгебраических чисел - счетно. Сформулирован ряд задач для самостоятельного решения	1	
Тема 4. **Несчетные множества.** Доказывается теорема о том, что множество действительных чисел, заключенных между 0 и 1, несчетно. Приводятся примеры множеств, эквивалентных [0,1]. Акцентируется внимание на то, что доказанная теорема является, так называемой, "теоремой существования" (существования объектов с "плохими свойствами"). Используя данную теорему, доказывается существование иррациональных чисел и трансцендентных чисел. Далее, доказывается, что множество иррациональных чисел - несчетно, и более того, эквивалентно отрезку [0,1]. Аналогичная задача решается относительно трансцендентных чисел (обращается особое внимание на методы доказательства таких задач). Решается задача: доказать, что множество всех последовательностей	1	

из 0 и 1 эквивалентно отрезку [0,1]. При этом подробно рассматривается представление чисел из отрезка [0,1] в виде двоичной дроби. Сформулирован ряд задач для самостоятельного решения.		
Тема 5. **Мощность множества.** Понятие мощности множества. Сравнение мощностей. Определения. Мощность счетного множества. Множества мощности континуума. Аксиома выбора (аксиома C или аксиома Цермело). Парадокс Банаха-Тарского. Примеры "известных" утверждений, где "используется" аксиома выбора (в частности, при доказательстве теоремы о том, что объединение любой конечной или счетной совокупности счетных множеств есть снова счетное множество). Историческая справка: антиномии и парадоксы, парадокс Рассела (парадокс Гонсета), теорема Геделя о неполноте, аксиоматика теории множеств (аксиоматики Z, BG, ZF), гипотеза Кантора (CH), работа П.Коэна 1963 г. (аксиоматика ZF и аксиомы C , CH и их отрицания).	1	
Тема 6. **Мощность множества всех подмножеств данного множества.** Доказательство теоремы о том, что мощность всех подмножеств непустого множества больше мощности исходного множества. Предварительно привести доказательство этой теоремы для "конечномерного случая". Акцентировать внимание слушателей на то, что существует "неограниченная шкала мощностей". Теорема о мощности всех подмножеств натурального ряда.	1	
Тема 7. **Теорема Кантора-Бернштейна.** Доказательство теоремы Кантора-Бернштейна и ее следствия - теоремы о промежуточном множестве. Примеры применения указанных выше теорем. Сформулирован ряд задач для самостоятельного решения.	1	
Тема 8. **Множества точек в *N*-мерном евклидовом пространстве.** Множества точек на плоскости и в трехмерном пространстве. Напомнить: декартова прямоугольная система координат, координаты точки трехмерного пространства, радиус-вектор точки, операции сложения векторов и умножения на число. Длина вектора. Скалярное произведение векторов. Напомнить, как определяется расстояние на прямой, на плоскости, в трехмерном пространстве, сделать рисунки. Напомнить определение линейного (векторного) пространства. Аксиомы линейного пространства. Примеры линейных пространств.	1	
Тема 9. **Скалярное произведение векторов в линейном пространстве.** Скалярное произведение векторов в линейном пространстве. Аксиомы скалярного произведения. Свойства скалярного произведения. Определение евклидова пространства, примеры. Норма вектора. Расстояние между точками на прямой, на плоскости, в трехмерном пространстве. Множества точек в N- мерном евклидовом пространстве $\mathbf{R}^N$.	1	
Тема 10. **Метрические пространства.** Метрические пространства. Определение метрики. Аксиомы метрики. Свойства метрики. Определение метрического пространства. Примеры метрических пространств: $\mathbf{R}^N$, $\mathbf{R}^N_1$, $\mathbf{R}^N_2$, $\mathbf{R}^N_p$, $1 \le p < \infty$, $\mathbf{R}^N_\infty$, $\mathbf{R}^N_\infty$, l_1, l_2, l_p, $1 \le p < \infty$, l_∞ (обратить внимание на то, что первые пять пространств - конечномерные, остальные - бесконечномерные). Пространство изолированных точек. Ввести пространство непрерывных функций $\mathbf{C}$ (множество непрерывных функций с равномерной метрикой) и пространство $\mathbf{C}L_2$ (множество непрерывных функций с интегральной метрикой). Сформулирован ряд задач для самостоятельного решения	1	

Тема 11. **Нормированные пространства.** Нормированные пространства. Определение нормы. Нормированное пространство. Примеры. Указать на "взаимосвязь" между метрическим, евклидовым и нормированным пространствами. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности в $\mathbf{R}^1$. Понятие полного пространства. Полнота $\mathbf{R}^N$. Примеры неполных пространств. Банаховы пространства. Привести пример метрического пространства, не являющегося нормированным.	1	1
Тема 12. **Неравенство Коши-Буняковского-Шварца.** Доказательство неравенства Коши-Буняковского-Шварца. Теоремы о том, что любое евклидово пространство можно сделать нормированным, любое нормированное метрическим и любое евклидово метрическим.	1	1
Тема 13. **Открытые и замкнутые множества. (Классификация точек и множеств по расположению точек.)** Открытые и замкнутые множества. В качестве "базового" ("модельного случая") рассматриваются открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве $\mathbf{R}^N$. Окрестности. Определение окрестности в метрическом пространстве. Определение окрестности в любом метрическом пространстве (X, ρ), в частности, в пространстве $\mathbf{C}$ (множестве непрерывных функций с равномерной метрикой). Внутренние точки, внутренность множества и открытые множества. Даны определения: внутренней точки, внутренности, открытого множества. Приведены примеры, введены обозначения. Свойства открытых множеств. Доказаны теоремы: 1) объединение (сумма) любого числа открытых множеств - открытое множество; 2) пересечение конечного числа открытых множеств есть открытое множество. Доказано, что бесконечное пересечение открытых множеств - не обязательно открытое множество. Даны определения: предельной точки, производного множества, изолированной точки, граничной точки, замыкания, замкнутого множества. (В частности, даны разные определения замкнутого множества, и доказана их эквивалентность.) Приведено большое число примеров, введены обозначения.	1	1
Тема 14. **Свойства замкнутых множеств.** Доказаны теоремы: 1) пересечение любого числа замкнутых множеств -замкнутое множество; 2) объединение конечного числа замкнутых множеств - замкнутое множество; 3) дополнение открытого множества (до всего пространства) есть замкнутое множество, дополнение замкнутого множества (до всего пространства) есть открытое множество. Доказательство первых двух теорем опирается на принцип двойственности, свойства открытых множеств (см. теоремы об объединении и пересечении открытых множеств) и результат теоремы 3. Доказано, что бесконечное объединение замкнутых множеств – не обязательно замкнутое множество. Доказана теорема: если F - замкнутое множество, а G - открытое множество, то $F \setminus G$ - замкнутое, а $G \setminus F$- открытое множества. (Сделан акцент на то, что все доказанные в пунктах 2^0 и 3^0 теоремы справедливы для любых метрических пространств (X, ρ).)	1	1
Тема 15. **Строение открытых и замкнутых множеств на прямой.** Строение открытых и замкнутых множеств на прямой. Доказаны теоремы о структуре открытых и замкнутых множеств на числовой прямой. Сформулирована теорема об отделимости (замкнутых множеств на прямой). Предлагается самостоятельно доказать указанную теорему для сегментов.	1	1

Тема 16. **Канторово совершенное множество.** Канторово совершенное множество. Дано определение совершенного множества. Приведены примеры совершенных множеств. Строится канторово совершенное множество (доказывается, что оно совершенное). Выясняется арифметическая структура, "удивительные" свойства канторова совершенного множества (мощность канторова совершенного множества равна континууму, а сумма длин "удаляемых" при его построении интервалов равна единице), даны определения нигде не плотного и всюду плотного множеств. Приведены примеры таких множеств. Доказано, что канторово совершенное множество является нигде не плотным. "Канторово совершенное множество" в $\mathbf{R}^N$, $N \geq 2$. Построены "гребенка Кантора", "ковер Серпинского", "кладбище Серпинского", "снежинка Коха". Вводится понятие фрактала. Дается историческая справка, делается акцент на современных исследованиях в математике и физике фрактальной геометрии природы. Обсуждается задача современного естествознания: исследование морфологии аморфного.	1	1
Тема 17. **Непрерывные отображения метрических пространств.** Непрерывные отображения метрических пространств. Отметим, что ряд вопросов, связанных с существованием и единственностью решений уравнений того или иного типа (например, дифференциальных уравнений), можно сформулировать в виде вопроса о существовании и единственности неподвижной точки при некотором отображении метрического пространства в себя. Дается определение непрерывного отображения метрических пространств, приводятся примеры. Неподвижная точка отображения. Сжимающее отображение. Примеры.	1	1
Тема 18. **Принцип сжимающих отображений.** Принцип сжимающих отображений. Доказывается теорема Банаха о Принципе сжимающих отображений. Комментируется важность этой теоремы и ее применение в различных разделах математики. Применение принципа сжимающих отображений для доказательства Теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.	1	1
Тема 19**. Комплексные числа** Операции над комплексными числами как над свободными векторами (сложение и умножение на число). Умножение и деление комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексных чисел. Неравенства с модулем.	1	1
Тема 20.**Показательная форма комплексных чисел** Формулы Эйлера. Показательная функция. Синус и косинус кратных углов. Теоремы сложения для показательной функции, для синуса и косинуса.	1	1
Тема 21 **Формулы Муавра: первая и вторая** Извлечение корней из комплексных чисел. Изображение корней на комплексной плоскости. Формулы школьной тригонометрии.	1	1
Тема 22. **Множества, кривые и области** Задание кривых в параметрической форме. Односвязные и многосвязные области. Ориентация плоскости. Граница многосвязных областей. Отображения и функции.		1
Тема 23. **Логарифмическая функция** Различные формы введения логарифмической функции. Решение		1

тригонометрических уравнений. Обратные тригонометрические функции и их свойства.		
Тема 24. **Аналитические и гармонические функции** Понятия дифференцируемости и аналитичности. Необходимые и достаточные условия аналитичности. Понятие гармонической функции. Оператор Лапласа. Теорема о гармоничности действительной и мнимой частей аналитической функции. Восстановление действительной и мнимой частей аналитической функции.		1
Тема 25 **Элементарные функции и их свойства** Целая линейная функция и ее геометрический смысл. Дробно-линейная функция и ее свойства: круговое свойство, групповое свойство.		1
Тема 26 **Элементарные функции и их свойства (продолжение)** Показательная и тригонометрические функции, степенная функция и радикал, логарифмическая и обратные тригонометрические функции		1
Тема 27 **Интеграл в комплексной плоскости** Понятие интеграла в комплексной плоскости. Свойства интеграла. Интегральная теорема Коши: для односвязной области, для многосвязной области. Примеры. Контурные интегралы.		1
Тема 28 **Интегральная формула Коши** Выражение значения аналитической функции в области через ее значения на границе односвязной или многосвязной области. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.		1
Тема 29 **Ряды Тейлора** Теорема Тейлора. Примеры. Неравенства Коши и теорема Лиувилля.		1
Тема 30 **Ряды Лорана** Теорема единственности и следствия из нее. Теорема Лорана.		1
Тема 31 **Особые точки аналитической функции** Изолированные особые точки однозначной аналитической функции. Связь нулей и полюсов.		1
Всего	24	24

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Количество часов		Формы самостоятельной работы	Методические обеспечения	Формы отчетности
		Очная	Очно-заочная			

1. Аксиома выбора.	Парадокс Банаха-Тарского. Примеры "известных" утверждений, где "используется" аксиома выбора (в частности, при доказательстве теоремы о том, что объединение любой конечной или счетной совокупности счетных множеств есть снова счетное множество).	3	5	Изучение учебной литературы , решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
2. Аксиоматика теории множеств.	Теорема Геделя о неполноте, гипотеза Кантора (CH), работа П.Коэна 1963 г. (аксиоматика ZF и аксиомы C , CH и их отрицания).	3	5	Изучение учебной литературы , решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
3."Канторово совершенное множество" в $\mathbf{R}^N$, $N \geq 2$.	"Гребенка Кантора", "ковер Серпинского", "кладбище Серпинского", "снежинка Коха".	3	5	Изучение учебной литературы , решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
4.Структура открытого множества на прямой.	Строение открытых и замкнутых множеств.	3	5	Изучение учебной литературы , решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
5.Полнота метрического пространства C([a,b]).	Фундаментальная последовательность.	3	5	Изучение учебной литературы , решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
6.Метрическое пространство $\mathbf{C}L_2$ ([a,b]).	Фундаментальная последовательность, не являющаяся сходящейся.	3	5	Изучение учебной литературы , решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
7. Теоремы о том, что любое	Метрическое, нормированное и евклидово	3	5	Изучение учебной литературы	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/	Домашнее задан

евклидово пространство можно сделать нормированным, любое нормированное метрическим и любое евклидово метрическим.	пространство.			, решение задач	books_mat.html	ие
8.Полярные координаты	Полярные координаты на плоскости и их связь с декартовыми координатами	3	5	Изучение учебной литературы , решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
9. Кривые, заданные в полярной системе координат	Кривая Эйлера, логарифмические кривые	3	5	Изучение учебной литературы , решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
10. Круговое свойство дробно-линейной функции	Отображение окружности или прямой на круг и (или) прямую	3	5	Изучение учебной литературы , решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
11. Групповое свойство дробно-линейной функции	Свойства группы, обратное отображение, композиция отображений	3	5	Изучение учебной литературы , решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
12. Множества и области на комплексной плоскости	Открытые множества, замкнутые множества, проколотые окрестности	3	5	Изучение учебной литературы , решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
13. Окрестности конечных точек и бесконечной удаленной точки	Окрестности конечных точек и бесконечной удаленной точки, кольца	5	5	Изучение учебной литературы , решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
14.	Отображения	5	5	Изучение	http://eqworld.ipmne	Дома

Отображения, осуществляемые элементарными функциями	синуса, косинуса, экспоненты			учебной литературы, решение задач	t.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	шнее задание
15. Линейная функция и ее свойства	Разложение линейного отображения на три составляющих отображения	5	5	Изучение учебной литературы, решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
16. Понятие о римановой поверхности	Конструкция римановой поверхности квадратного корня	5	5	Изучение учебной литературы, решение задач	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm http://www.ph4s.ru/books_mat.html	Домашнее задание
Итого		56	80			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
УК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: •современные теории и методы в области теории функции действительного переменного; •значение и место дисциплины в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично излагать полученные	Домашнее задание контрольная работа Коллоквиум	Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания коллоквиума

			базовые знания; •демонстрировать понимание общей структуры дисциплины и взаимосвязи с другими дисциплинами • решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; •применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.		
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоя-тельная работа.	Знать: •современные теории и методы в области теории функции действительного переменного; •значение и место дисциплины в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично излагать полученные базовые знания; •демонстрировать понимание общей структуры дисциплины и взаимосвязи с другими дисциплинами • решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; •применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и	Домашнее задание контрольная работа Коллоквиум	Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания коллоквиума

			прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; • основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.		
ПК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: •современные теории и методы в области теории функции действительного переменного; •значение и место дисциплины в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично излагать полученные базовые знания; •демонстрировать понимание общей структуры дисциплины и взаимосвязи с другими дисциплинами • решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; •применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.	Домашнее задание контрольная работа Коллоквиум	Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания коллоквиума
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоя-	Знать: •современные теории и методы в области теории функции	Домашнее задание контрольная работа	Шкала оценивания домашнего задания

		тельная работа.	действительного переменного; •значение и место дисциплины в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично излагать полученные базовые знания; •демонстрировать понимание общей структуры дисциплины и взаимосвязи с другими дисциплинами • решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; •применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; • основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.	Коллоквиум	Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания коллоквиума

Шкала оценивания домашнего задания

Оценка	Критерии оценки
Оценка "отлично" (8-10 баллов)	решение всех трех примеров из приведенных заданий или решение двух примеров из приведенных заданий, но при условии предоставления черновиков не получившегося задания
Оценка "хорошо" (5-7 баллов)	решение двух примеров из приведенных заданий
Оценка "удовлетворительно" (до 4 баллов)	решение одного примера из приведенных заданий

Шкала оценивания коллоквиума

Оценка	Критерии оценки

Оценка "отлично" (16-20 баллов)	четкий и логичный ответ на поставленный вопрос по лекционному материалу. Студент безошибочно, самостоятельно решает задачи или доказывает теоремы
Оценка "хорошо" (6-15 баллов)	ответ на вопрос по лекционному материалу, в котором студент допускает «не грубые» ошибки. Студент решает задачи или доказывает теоремы и небольшими подсказками
Оценка "удовлетворительно" (до 6 баллов)	ответ на вопрос по лекционному материалу, в котором студент допускает «грубые» ошибки. Студент решает задачи или доказывает теоремы, но с значительными подсказками

Шкала оценивания контрольной работы

Оценка	**Критерии оценки**
Оценка "отлично" (31-40 баллов)	решение всех примеров из приведенных заданий
Оценка "хорошо" (21-30 баллов)	решение четырех примеров из приведенных заданий
Оценка "удовлетворительно" (до 20 баллов)	решение двух примеров из приведенных заданий

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примеры домашнего задания

1. Доказать равенство: $\left(A\bigcup B\right)\setminus C=\left(A\setminus C\right)\bigcup\left(B\setminus C\right)$.
2. Существует ли функция $f\in\mathbf{C}([a,b])$: $[a,b]\ \xleftrightarrow[\text{в.о.с.}]{f}[0,11]\bigcup[20,21]$?

3. Установить в.о.с. между замкнутым единичным кругом с 10 выколотыми точками и открытым единичным кругом с 5 выколотыми точками.

Примерные задания к контрольной рботе

1. Пусть $E=\left\{(x,y)\in\left(\mathbf{J}\bigcap[-1,2]\right)\text{x}\left(\mathbf{J}\bigcap[-1,2]\right)\right\}\subset\mathbf{R}^1,\mathbf{J}$ - иррациональные числа, $\mathbf{J}\subset\mathbf{R}^1$.

Найти FrE, $\overline{E}$, $E^{/}$, $\operatorname{int}E$, $FrCE$, $\overline{CE}$, $\operatorname{int}CE$, $(CE)^{/}$, если $CE=S\setminus E$, S=[-1,2]x[-1,2].

2. Найти в канторовом множестве какую-либо точку второго рода, заключенную между десятичными дробями: 0.001 и 0.025.

3. Доказать, что объединение конечного числа попарно не пересекающихся множеств мощности $\aleph_1$ имеет мощность $\aleph_1$.

Примерные теоретические вопросы к текущему контролю

1. Счетные множества. Несчетные множества.
2. Эквивалентные множества. Мощность множества. Множества мощности континуума.
3. Множество всех подмножеств данного множества.
4. Метрические пространства.
5. Нормированные пространства.
6. Евклидовы пространства.

7. Банаховы пространства. Полные метрические пространства.
8. Окрестность точки. Внутренняя точка. Внутренность. Предельная точка. Изолированная точка. Граничная точка. Граница.
9. Открытое множество. Замкнутое множество. Замыкание множества.
10. Совершенное множество. Канторово совершенное множество.
11. Всюду плотное множество. Нигде не плотное множество.

Примерные вопросы коллоквиума (письменный коллоквиум на 5 - 10 минут)

1) Дать определение $A\bigcup B$.

2) Дать определение окрестности точки $x_0 \in \mathbf{R}^1$.

3) Дать определение $\bigcup\limits_{\alpha\in J} A_\alpha$. 4) Дать определение счетного множества, примеры.

5) Дать определение $\bigcap\limits_{\alpha\in J} A_\alpha$.

6) Дать определение совершенного множества, примеры.

7) Дать определение $A\setminus B$.

8) Дать определение границы множества, примеры.

9) Дать определение замкнутого множества, примеры.

10) Дать определение $\operatorname{int} E$, примеры множеств E с указанием $\operatorname{int} E$.

11) Дать определение несчетного множества, примеры.

12) Дать определение открытого множества, примеры

13) Дать определение $M\sim N$ (эквивалентность), примеры.

14) Дать определение граничной точки множества E, примеры.

15) Дать определение $\overline{\overline{M}} = \overline{\overline{N}}$ (что это значит?), примеры.

16) Дать определение изолированной точки множества E, примеры.

17) Дать определение $\overline{\overline{M}} > \overline{\overline{N}}$ (что это значит?), примеры.

18) Дать определение предельной точки множества E, примеры.

19) Каким множеством должно быть объединение конечного числа замкнутых множеств? Дайте определение замкнутого множества.

20) Дать определение внутренней точки множества E , примеры.

21) Дать определение замыкания множества, примеры.

22) Открытое множество на прямой (его структура ?).

23) Дать определение метрического пространства, примеры.

24) Множество мощности $\aleph_1$ (что это значит?), примеры

25) Множество мощности $\aleph_0$ (что это значит?).

26) Каким должно быть множество (открытым или замкнутым), являющееся объединением любой совокупности открытых множеств? Дайте определение открытого множества.

27) Сформулируйте теорему Кантора-Бернштейна.

28) Как определяется пространство $\mathbf{C}([a,b])$?

29) Что такое полное метрическое пространство ? Примеры.

30) Дайте определение окрестности точки $x_0 \in \mathbf{R}^4$.

31) Дайте определение окрестности точки $x_0 \in \mathbf{C}([a,b])$.

32) Какое множество $E \subset \mathbf{R}^2$ называется всюду плотным (в $\mathbf{R}^2$)?

33) Множество $E \subset \mathbf{R}^1$ называется нигде не плотным, если ... (продолжите фразу).

34) Какой вид сходимости порождает метрика в пространстве $\mathbf{C}([a,b])$? Дайте определение этой сходимости (в терминах ε и N).

35) FrE (дайте определение), примеры множеств E с указанием FrE.

36) Что такое сходящаяся последовательность в метрическом пространстве?

37) Счетное объединение открытых множеств - каким должно быть это множество? Дайте определение открытого множества.

Примерные вопросы к зачету с оценкой.
8 семестр / 9 семестр

1. Понятие множества. Операции над множествами.
2. Эквивалентные множества. Определение. Примеры эквивалентных множеств. Теорема о том, что всякое бесконечное множество эквивалентно своему истинному подмножеству.
3. Счетные множества. Определение. Примеры. Счетность множества рациональных чисел. Свойства счетных множеств.
4. Счетные множества. Определение. Доказательство счетности множества всех многочленов с целыми коэффициентами и множества алгебраических чисел.
5. Несчетные множества. Определение. Теорема о несчетности множества точек сегмента [0,1]. Существование иррациональных и трансцендентных чисел.
6. Понятие мощности множества. Сравнение мощностей. Аксиома выбора.
7. Понятие мощности множества. Теорема о мощности множества всех подмножеств данного множества.
8. Понятие мощности множества. Теорема о мощности множества всех подмножеств натурального ряда. Теорема Кантора - Бернштейна (б/д) и ее следствие (с доказательством).

9 семестр / 10 семестр

1. Определение метрических, евклидовых и нормированных пространств. Примеры указанных пространств. Полные и неполные метрические пространства. Примеры указанных пространств.
2. Внутренние точки и открытые множества. Определения. Примеры. Свойства открытых множеств.
3. Предельные точки. Изолированные точки. Граничные точки. Замыкание множества. Замкнутые множества. Совершенные множества. Определения. Примеры.
4. Замыкание, замкнутые множества. Свойства замкнутых множеств.
5. Строение открытых и замкнутых множеств на прямой (б/д). Канторово совершенное множество.
6. Выражение значения аналитической функции в области через ее значения на границе односвязной или многосвязной области.
7. Изолированные особые точки однозначной аналитической функции.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За ответы на коллоквиуме обучающийся может набрать максимально 25 баллов.

За выполнение текущего контроля обучающийся может набрать максимально 25 баллов.

За выполнения контрольной работы обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета с оценкой, составляет 30 баллов.

Для сдачи зачета с оценкой необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки.

На зачет с оценкой выносится материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания зачета с оценкой

Баллы	Критерии оценивания
0-5	С грубыми ошибками излагает теоретический материал, не владеет понятиями и терминологией, не отвечает на вопросы
6-11	Демонстрирует частичное воспроизведение изученного. Объясняет отдельные положения усвоенной теории. Не отвечает на большинство вопросов
12-21	Излагает теоретический материал, владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях. .
22-27	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее. Отвечает на большинство вопросов
28-30	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее . Отвечает на все вопросы, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по пятибалльной системе	**Оценка по стобалльной системе**
отлично	**81-100**
хорошо	**61-80**
удовлетворительно	**41-60**
неудовлетворительно	**0-40**

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1.Основная литература

1. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа : учебное пособие / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. — 16-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 736 с. — Текст : электронный . — URL: https://e.lanbook.com/book/210707
2. Далингер, В. А. Теория функций действительного переменного : учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер, С. Д. Симонженков. — 2-е изд. — Москва : Юрайт, 2023. — 242 с. — Текст : электронный. — URL: https://urait.ru/bcode/513288
3. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебное пособие для вузов. — 8-е изд. — Москва : Юрайт, 2023. — 447 с. — Текст : электронный. — URL: https://urait.ru/bcode/510530

6.2 Дополнительная литература

1. Арестов, В. В. Введение в теорию функций действительного переменного: мера и интеграл Лебега

на прямой : учебное пособие / В. В. Арестов, П. Ю. Глазырина. — Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2018. — 209 с.— Текст : электронный. — URL: https://www.iprbookshop.ru/106351.html

2. Быкова, О. Н. Теория функций действительного переменного : учебное пособие / О. Н. Быкова, С. Ю. Колягин, Б. Н. Кукушкин. - Москва : КУРС, 2019. - 196 с. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1027407

3. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд. — Москва : Юрайт, 2023. — Текст : электронный . — URL:

https://urait.ru/bcode/513351

https://urait.ru/bcode/513352

4. Смолин, Ю. Н. Введение в теорию функций действительной переменной : учеб. пособие. - Москва : ФЛИНТА, 2017. - 516 с. - Текст : электронный. - URL : https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976514836.htm

6.3.Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm, http://www.ph4s.ru/books_mat.html, http://www.dmvn.mexmat.net/.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.
2. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы по дисциплинам.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:
Microsoft Windows
Microsoft Office
Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:
Система ГАРАНТ
Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных
fgosvo.ru – Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования
pravo.gov.ru - Официальный интернет-портал правовой информации
www.edu.ru – Федеральный портал Российское образование

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства
ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)
7-zip
Google Chrome

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;

- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.