

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 08.09.2025 10:51:12

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bff679172803da507b559d26982

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,
математического анализа и геометрии

Протокол от «18» января 2025 г., № 5

Зав. кафедрой К.И. /Кондратьева Г.В./

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)

Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки (специальности)

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль (программа подготовки, специализация)

Математика и информатика

Москва

2025

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

1.Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ПК-1 – Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.
ПК – 3 - Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ПК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основные понятия и теоремы Уметь решать изученные задачи Контрольная работа, индивидуальное домашнее задание	Устный опрос, тест, контрольная работа, индивидуальное домашнее задание	Шкала оценивания теста Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания устного опроса, Шкала оценивания индивидуального домашнего задания

	Прод винутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоя тельная работа	Знать понятия и теоремы с доказательствами Уметь решать задачи, творчески используя полученные знания Владеть теоретическими знаниями и практическими умениями, применяя их в предметной области при решении профессиональных задач	Устный опрос, тест, контрольная работа, индивидуаль ное домашнее задание	Шкала оценивания теста Шкала оцени вания контрольной работы Шкала оценивания устного опроса, Шкала оценивания индивидуального домашнего задания
--	-----------------	---	--	---	---

Оцени ваемые компет енции	Уровень сфор миро ванно сти	Этап форми рования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оцени вания
ПК-3	Порог овый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоя тельная работа	Знать понятие развивающей образовательной среды Уметь формировать развивающую образовательную среду для достижения необходимых результатов	Устный опрос, тест, контрольная работа, индивидуальное домашнее задание	Шкала оцени вания теста Шкала оцени вания контрольной работы Шкала оцени вания устного опроса, Шкала оценивания индивидуального домашнего задания

	Прод винутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоя тельная работа	Знать понятие развивающей образовательной среды Уметь формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов. Владеть навыками работы с развивающей образовательной средой	Устный опрос, тест, контрольная работа, индивидуальное домашнее задание	Шкала оцени вания теста Шкала оцени вания контрольной работы Шкала оцени вания устного опроса, Шкала оценивания индивидуального домашнего задания
--	-----------------	---	---	---	--

Шкала оценивания домашнего задания.

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	1
Представлено решение задач несколькими способами (если это возможно)	1
Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом	1
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы	1-2

Шкала оценивания работы студентов на практических занятиях во время проведения опросов.

Шкала	Показатели степени обученности
0,5 балл	Присутствовал на занятии, слушал, смотрел, записывал под диктовку, переписывал с доски и т.п. Отличает какой-либо процесс, объект и т.п. от их аналогов только тогда, когда ему их предъявляют в готовом виде.
1 балла	Запомнил большую часть текста, правил, определений, формулировок, законов и т.п., но объяснить ничего не может (механическое запоминание). Демонстрирует полное воспроизведение изученных правил, законов, формулировок, математических и иных формул и т.п., однако затрудняется что-либо объяснить.
1,5 баллов	Объясняет отдельные положения усвоенной теории, иногда выполняет такие мыслительные операции, как анализ и синтез.

	Отвечает на большинство вопросов по содержанию теории, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.
2 балла	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях. Демонстрирует полное понимание сути изложенной теории и свободно применяет ее на практике. Выполняет почти все практические задания, иногда допуская незначительные ошибки, которые сам и исправляет. Легко выполняет практические задания на уровне переноса, свободно оперируя усвоенной теорией в практической деятельности. Оригинально, нестандартно применяет полученные знания на практике, формируя самостоятельно новые умения на базе полученных ранее знаний и сформированных умений и навыков.

Шкала оценивания теста.

Показатель	баллы
Выполнено до 40% заданий	0-4
Выполнено 41-60% заданий	5-6
Выполнено 61-80% заданий	7-8
Выполнено более 81% заданий	9-10

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	баллы
Выполнено до 40% заданий	0-4
Выполнено 41-60% заданий	5-6
Выполнено 61-80% заданий	7-8
Выполнено более 81% заданий	9-10

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль

ПК-1 – Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

Знать основные понятия и теоремы

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

Задание № 1.

На пяти одинаковых карточках написаны буквы: на двух карточка Л, на трех остальных И. Выкладываем наудачу эти карточки подряд. Какова вероятность того, что при этом получится слово «ЛИЛИИ»?

Задание № 2.

Ткачиха обслуживает 3 станка. Вероятности того, что в течение часа станок не потребует внимания, равны соответственно 0,9; 0,8; 0,7. Составить закон распределения для числа станков, потребовавших внимания в течение часа. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. Построить функцию распределения.

Задание № 3.

В среднем левши составляют 1%. Какова вероятность того, что среди 200 студентов найдется:

- а) ровно 4 левши;
- б) не менее чем 4 левши.

Контрольная работа №2

Задача №1

В магазин поставляют изделия две фабрики. В продукции первой из них 90% стандартных изделий, второй – 80%. Известно, что во всей стандартной продукции магазина количество изделий фабрик относятся как 27 : 8. Изделие, отобранное случайным образом из всей продукции, оказалось нестандартным. Найти вероятность, что оно изготовлено на второй фабрике.

Задача №2

Каждый выстрел в тире стоит 2 руб., за каждое попадание в цель выплачивается вознаграждение – 3 руб. Стрелок произвел 6 выстрелов. Какова вероятность, что он останется в выигрыше, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,7?

Задача №3

Вероятность того, что стиральная машина потребует ремонта в течение гарантийного срока равна 0,01. Найти вероятность того, что из 500 стиральных машин в течение гарантийного срока потребуют ремонта:

- а) три машины;
- б) не менее одной машины.

Задача №4

Среди купленных семи билетов – три билета в партер. Наудачу взяли 4 билета. Составить закон распределения числа билетов в партер среди взятых. Найти функцию распределения случайной величины.

Задача №5

Ошибки измерений некоторой величины подчинены нормальному закону с плотностью вероятности

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Проведено 1000 независимых измерений. Найти вероятность того, что не менее чем при 800 из них будет выполнено условие $|X| \leq 1,65$.

Уметь решать изученные задачи

**Тест для контроля знаний студентов по курсу теории вероятностей и
математическая статистика**

1. На экзамене 40 вопросов, Коля не выучил 4 из них. Какова вероятность того, что ему попадется выученный вопрос?
- 0,9
- 1,0
- 0,5
- 1,5
2. В фирме такси в данный момент свободно 35 машин: 11 красных, 17 фиолетовых и 7 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней придет зеленое такси.
- 0,6
- 0,2
- 1,75
- 2,2
3. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.
- 0,06
- 1,25
- 0,7
- 1,9
4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.
- 0,055
- 0,63
- 0,66
- 0,625
5. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 75 докладов — в первый день 27 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?
- 0,32
- 2,68
- 0,36
- 0,55
5. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелка равны 0,7 и 0,4 соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадет хотя бы один стрелок равна...
- 0,4
- 0,11
- 0,82

- 0,72

6. Разрыв электрической цепи может произойти вследствие выхода из строя элемента А или двух элементов В и С, которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3, 0,2 и 0,2. Вероятность разрыва электрической цепи равна...

- 0,7

- 0,325

- 0,012

- 0,425

7. Детали изготавливаются на двух станках. На первом станке — 40 %, на втором — 60%. Среди деталей, изготовленных на первом станке, брак составляет 2%, на втором 1,5%. Вероятность того, что взятая случайным образом деталь для контроля бракованная равна...

- 0,017

- 0,035

- 0,983

- 0,48

8. Готовность каждого прибора к работе оценивается вероятностью, равной $\frac{1}{2}$. Вероятность того, что из 7 имеющихся одинаковых приборов готовы к работе ровно 4 равна...

- 4/7

- 1/35

- 35/128

- 35/64

9. Магазин получил 50 изделий. Вероятность наличия нестандартного изделия в этой партии равна 0,02. Тогда наиболее вероятное число нестандартных изделий в этой партии равно...

- 10

- 1

- 3

10. Дан закон распределения дискретной случайной величины x :

x	1	3	5
P	0,2	0,5	a

Тогда значения a равно...

- 0,3

- 0,6

- 0,2

- 0,1

11. Дан ряд распределения случайной величины x :

x	1	2	3
P	0,2	0,3	0,5

Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно...

- 0,9

- 1

- 1,5

- 2,3

12. Случайная величина x принимает только два произвольных значения $x_1 = 5$; $x_2 = -5$.

Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно...

- 2,5

- 2,5
- 0
- 5

13. Случайная величина x распределена по закону Пуассона с параметром $a = 4$. Тогда среднее квадратическое отклонение этой случайной величины равно...

- 4
- 3
- 2
- 1

14. Случайная величина x подчиняется нормальному закону распределения с параметрами $m = 3$ и $\sigma = 2$. Тогда математическое ожидание случайной величины $y = 2x + 1$ равно...

- 7
- 5
- 9
- 11

Владеть теоретическими знаниями и практическими умениями, применяя их в предметной области при решении профессиональных задач

Примерные вопросы для проведения опроса

1. Доказательство теорем сложения вероятностей двух и трех совместных событий.
2. Вывод формулы полной вероятности. Вероятность появления хотя бы одного события (вывод).
3. Доказательство интегральной теоремы Лапласа.
4. Доказательство теоремы Пуассона.
5. Наивероятнейшее число появлений события в схеме Бернулли (вывод). Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
6. Доказательство свойств функции распределения. Доказательство свойств функции плотности вероятностей и ее вероятностный смысл.
7. Числовые характеристики основных законов распределения непрерывных случайных величин: равномерного, показательного и нормального (вывод).
8. Доказательство свойств функции распределения и функции плотности вероятностей двумерной случайной величины.
9. Доказательство леммы Маркова и неравенства Чебышева.
10. Доказательство теорем Чебышева и теоремы Бернулли.

Примеры задач для индивидуальных домашних заданий

Основные понятия классической теории вероятностей

Классическое определение вероятности

1. В урне тысяча лотерейных билетов с номерами от 1 до 1000. Найти вероятность того, что номер наудачу вынутого билета: а) четный; б) нечетный; в) < 100 ; г) < 1000 .

Теоремы сложения и умножения

2. Три фирмы выполняют один и тот же заказ. Вероятность того, что первая фирма выполнит

заказ в срок 0.75, вторая — 0.8, третья — 0.9, по отдельности. Определить вероятность того, что: а) одновременно первая и вторая выполнят заказ, а третья не успеет; б) все три одновременно не выполнят заказ в срок.

Применение комбинаторики

3. В клетке 30 попугаев: 20 говорящих и 10 неговорящих. Наудачу выбирают 4 попугая. Какова вероятность того, что среди них трое будут говорящих?

Полная вероятность. Повторение испытаний

Полная вероятность. Формула Байеса.

4. Вероятность того, что змея умрет в первом террариуме = $1/5$, во втором террариуме = $1/7$, в третьем террариуме = $1/4$. Змею поместили в один из террариумов. Какова вероятность выжить?

5. В условиях предыдущей задачи змея умерла. Какова вероятность, что она умерла в третьем террариуме? Схема Бернулли.

6. 7% австралийцев — бушмены. Какова вероятность того, что среди 4 австралийцев будет хотя бы 1 бушмен?

7. 9% жителей Техаса — индейцы. Какова вероятность, что среди 1000 техасцев индейцев будет: а) 70, б) от 60 до 95.

Промежуточная аттестация

ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

Знать понятие развивающей образовательной среды

Уметь формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

Владеть навыками работы с развивающей образовательной средой

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-3

Примерный список вопросов к экзамену:

1.Случайные события. Соотношения между случайными событиями.

2.Классическое определение вероятности события.

3.Статистические закономерности. Статистическое определение вероятности события. Частота появления события.

4.Элементы комбинаторики и их применение к решению вероятностных задач.

5.Геометрические вероятности.

6.Теоремы сложения и умножения вероятностей.

7.Формула полной вероятности.

8.Формула Байеса.

9.Аксиоматическое построение теории вероятностей.

10.Вычисление вероятности появления события m раз при повторных независимых

испытаниях. (Формула Бернулли; закон Пуассона; теорема Муавра-Лапласа без доказательства).

11. Формула наивероятнейшего числа появления события при n независимых испытаниях.

Примерный список вопросов к зачету с оценкой:

12. Определение случайной величины; виды случайных величин (примеры).

13. Ряд распределения случайной величины. Многоугольник распределения.

14. Функции распределения случайной величины.

15. Числовые характеристики случайной величины.

16. Закон распределения случайной величины («биномиальный» Паскаля, Пуассона, равномерный, нормальный).

17. Вероятность попадания случайной величины на заданный числовой промежуток.

18. Вероятность отклонения нормально распределенной случайной величины от своего математического ожидания.

19. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.

20. Неравенство Чебышева.

21. Закон больших чисел (т. Чебышева, т. Бернулли).

22. Понятие о центральной предельной теореме.

23. Система случайных величин. Законы распределения системы случайных величин.

24. Зависимые и независимые случайные величины. Условные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики.

25. Числовые характеристики системы случайных величин.

26. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.

27. Основные понятия математической статистики.

28. Задача оценки параметров статистики. Оценки для дисперсии и математического ожидания.

29. Доверительный интервал. Доверительная вероятность. Задача об оценке вероятности по частоте.

30. Метод наибольшего правдоподобия для нахождения оценок параметров.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За выполнение теста обучающийся может набрать максимально 15 баллов.

За выполнение контрольной работы обучающийся может набрать максимально - 20 баллов.

За выполнение индивидуального домашнего задания обучающийся может набрать максимально 15 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные

сроки. На экзамен выносится материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях

Шкала оценивания ответов студентов на экзамене

Баллы	Критерии оценивания
0-5	С грубыми ошибками излагает теоретический материал, не владеет понятиями и терминологией, не отвечает на вопросы
6-11	Демонстрирует частичное воспроизведение изученного. Объясняет отдельные положения усвоенной теории. Не отвечает на большинство вопросов
12-21	Излагает теоретический материал, владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях.
22-27	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее. Отвечает на большинство вопросов
28-30	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее . Отвечает на все вопросы, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.

Шкала оценивания ответа зачета с оценкой.

Баллы	Критерии оценивания
0-5	С грубыми ошибками излагает теоретический материал, не владеет понятиями и терминологией, не отвечает на вопросы
6-11	Демонстрирует частичное воспроизведение изученного. Объясняет отдельные положения усвоенной теории. Не отвечает на большинство вопросов
12-21	Излагает теоретический материал, владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях.

22-27	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее. Отвечает на большинство вопросов
28-30	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее . Отвечает на все вопросы, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Зачтено
61 - 80	Зачтено
41 - 60	Зачтено
0 - 40	Не зачтено