

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 03.04.2026 11:00:53

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bfff679172803da5b7b959269e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Экономический факультет

Кафедра финансово-экономического и бизнес-образования

Согласовано

деканом экономического факультета

«25» марта 2024 г.


/Фонина Т.Б./

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

Направление подготовки

38.03.01 Экономика

Профиль:

Экономика предприятий и организаций

Квалификация

Бакалавр

Формы обучения

Очная, очно-заочная

Согласовано учебно-методической комиссией
экономического факультета

Протокол от «25» марта 2024 г. № 7

Председатель УМКом


/Сюзева О.В./

Рекомендовано кафедрой финансово-
экономического и бизнес-образования

Протокол от «11» марта 2024 г. № 8

Зав. кафедрой


/Власова Т.И./

Мытищи

2024

Автор-составитель:
Юн Ф.А., кандидат технических наук,
доцент кафедры

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ России от 12.08.2020 г. № 954.

Дисциплина входит в обязательную часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1	Планируемые результаты обучения	4
2	Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
3	Объем и содержание дисциплины	5
4	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся	5
5	Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	7
6	Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины	19
7	Методические указания по освоению дисциплины	20
8	Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине	20
9	Материально-техническое обеспечение дисциплины	21

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины – овладение основами линейной алгебры, приобретение навыков использования ее универсального понятийного аппарата и широкого арсенала технических приемов при дальнейшем изучении профильных дисциплин, построении математических моделей различных экономических закономерностей и процессов, описании динамики социально–экономических систем и прогнозировании развития экономики.

Задачи дисциплины:

1. освоение математического инструментария и подготовка к изучению дальнейших математических и экономических дисциплин;
2. приобретение навыков решения стандартных задач линейной алгебры;
3. подготовка к изучению методов построения математических моделей экономических систем.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в обязательную часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Изучение дисциплины необходимо для дальнейшего успешного освоения таких дисциплин как: «Математический анализ», «Теория вероятности и математическая статистика», «Социально-экономическая статистика», «Статистика», «Основы экономико-математического моделирования», «Эконометрика», «Анализ хозяйственной деятельности», «Бизнес-планирование», а также при выполнении выпускной квалификационной работы.

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Форма обучения	
	Очная	Очно-заочная
Объем дисциплины в зачетных единицах	5	5
Объем дисциплины в часах	180	180
Контактная работа:	66.3	34.5
Лекции	32	12
Практические занятия	32	20
из них, в форме практической подготовки	32	20
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2.3	2.5
Контрольная работа	-	0.2
Экзамен	0.3	0.3
Предэкзаменационная консультация	2	2
Самостоятельная работа	104	132
Контроль	9.7	13,5

Форма промежуточной аттестации: по очной форме - экзамен во 2 семестре.

Форма промежуточной аттестации: по очно-заочной форме - экзамен и контрольная работа во 2 семестре.

3.2. Содержание дисциплины

По очной форме обучения

Наименование разделов (тем) дисциплины	Кол-во часов		
	Лекции	Практические занятия	
		общее количество	из них, в форме практической подготовки
Тема 1. Матрицы и определители. Матрицы, алгебра матриц. Обратная матрица. Признаки существования обратной матрицы. Ранг матрицы. Теоремы о ранге. Решение матричных уравнений. Обратная матрица.	6	6	6
Тема 2. Системы линейных уравнений. Определители свойства определителей, метод Крамера, метод Гаусса для систем линейных уравнений. Правило решения систем линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Модель многоотраслевой экономики Леонтьева. Продуктивные модели Леонтьева. Различные критерии продуктивности модели Леонтьева.	6	6	6
Тема 3. Элементы векторной алгебры. Понятие вектора. Основные определения. Проекция вектора. Базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Линейные операции над векторами. Длина вектора Направление вектора.	6	6	6
Тема 4. Аналитическая геометрия. Метод координат. Прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Преобразование прямоугольных координат. Расстояние между точками, деление отрезка в заданном отношении. Понятие об уравнении линий и поверхностей. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Основные задачи на прямую линию на плоскости. Уравнения плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве. Кривые второго порядка. Общий вид уравнения второго порядка, инварианты. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Определение вида кривой по уравнению. Полярные координаты на плоскости.	10	10	10
Тема 5. Комплексные числа. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера. Корни n-ой степени из комплексного числа. Формулировка основной теоремы алгебры.	4	4	4
Итого	32	32	32

ПРАКТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА

Тема	Задание на практическую подготовку	количество часов
Тема 1. Матрицы и определители.	Найти сумму двух матриц одинаковых размеров. Найти произведение матрицы на число. Найти произведение матриц. Вычислить линейную комбинацию матриц.	6
Тема 2. Системы линейных уравнений.	Решить системы с помощью разных методов: метода Крамера, метода Гаусса, метода обратной матрицы, а также задания на нахождение общего решения однородных систем	6
Тема 3. Элементы векторной алгебры. Понятие вектора.	Решение задач, связанных с определением вектора, линейными операциями над векторами. Например, найти координаты вектора по координатам его начала и конца	6
Тема 4. Аналитическая геометрия. Метод координат.	Решение задач: Задачи на плоскости - Составить уравнение прямой; Задачи на векторах; Задачи на кривых - Составить уравнение кривой; Задачи на поверхностях - Составить уравнение плоскости	10
Тема 5. Комплексные числа.	Решение задач на сложение, умножение, деление и извлечение корня из комплексного числа	4

По очно-заочной форме обучения

Наименование разделов (тем) дисциплины	Кол-во часов		
	Лекции	Практические занятия	
		общее количество	из них, в форме практической подготовки
Тема 1. Матрицы и определители. Матрицы, алгебра матриц. Обратная матрица. Признаки существования обратной матрицы. Ранг матрицы. Теоремы о ранге. Решение матричных уравнений. Обратная матрица.	2	4	4
Тема 2. Системы линейных уравнений. Определители свойства определителей, метод Крамера, метод Гаусса для систем линейных уравнений. Правило решения систем линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Модель многоотраслевой экономики Леонтьева. Продуктивные модели Леонтьева. Различные критерии продуктивности модели Леонтьева.	2	4	4
Тема 3. Элементы векторной алгебры. Понятие вектора. Основные определения. Проекция вектора. Базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Линейные операции над векторами. Длина вектора Направление вектора.	2	4	4
Тема 4. Аналитическая геометрия. Метод координат. Прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Преобразование прямоугольных	4	4	4

координат. Расстояние между точками, деление отрезка в заданном отношении. Понятие об уравнении линий и поверхностей. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Основные задачи на прямую линию на плоскости. Уравнения плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве. Кривые второго порядка. Общий вид уравнения второго порядка, инварианты. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Определение вида кривой по уравнению. Полярные координаты на плоскости.			
Тема 5. Комплексные числа. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера. Корни n-ой степени из комплексного числа. Формулировка основной теоремы алгебры.	2	4	4
Итого	12	20	20

ПРАКТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА

Тема	Задание на практическую подготовку	количество часов
Тема 1. Матрицы и определители.	Найти сумму двух матриц одинаковых размеров. Найти произведение матрицы на число. Найти произведение матриц. Вычислить линейную комбинацию матриц.	4
Тема 2. Системы линейных уравнений.	Задачи на решение систем с помощью разных методов: метода Крамера, метода Гаусса, метода обратной матрицы, а также задания на нахождение общего решения однородных систем	4
Тема 3. Элементы векторной алгебры. Понятие вектора.	Решение задач, связанных с определением вектора, линейными операциями над векторами. Например, найти координаты вектора по координатам его начала и конца	4
Тема 4. Аналитическая геометрия. Метод координат.	Решение задач: Задачи на плоскости - Составить уравнение прямой; Задачи на векторах; Задачи на кривых - Составить уравнение кривой; Задачи на поверхностях - Составить уравнение плоскости	4
Тема 5. Комплексные числа.	Решение задач на сложение, умножение, деление и извлечение корня из комплексного числа	4

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы, задания	Кол-во часов очная/очно-заочная	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
Тема 1. Матрицы и определители.	Матрицы, алгебра матриц. Обратная матрица. Признаки существования обратной матрицы. Ранг	20/26	1.Изучение основной и дополнительной рекомендованно	Учебно-методическое	Устный опрос

	матрицы. Теоремы о ранге. Решение матричных уравнений. Обратная матрица.		й учебно-методической литературы. 2.Подготовка к устному опросу	обеспечение дисциплины	
Тема 2. Системы линейных уравнений. Определитель и свойства определителей, Модель многоотраслевой экономики Леонтьева.	метод Крамера, метод Гаусса для систем линейных уравнений. Правило решения систем линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Продуктивные модели Леонтьева. Различные критерии продуктивности модели Леонтьева.	20/27	1.Изучение основной и дополнительной рекомендованной учебно-методической литературы. 2.Подготовка к устному опросу	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Устный опрос
Тема 3. Элементы векторной алгебры.	Понятие вектора. Основные определения. Проекция вектора. Базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Линейные операции над векторами. Длина вектора Направление вектора.	20/26	1.Изучение основной и дополнительной рекомендованной учебно-методической литературы. 2.Подготовка к устному опросу	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Устный опрос
Тема 4. Аналитическая геометрия. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Уравнения плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Кривые второго порядка. Полярные координаты на плоскости.	Метод координат. Прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Преобразование прямоугольных координат. Расстояние между точками, деление отрезка в заданном отношении. Понятие об уравнении линий и поверхностей Основные задачи на прямую линию на плоскости. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве. Общий вид уравнения второго порядка, инварианты. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Определение вида кривой по уравнению.	20/27	1.Изучение основной и дополнительной рекомендованной учебно-методической литературы. 2.Подготовка к устному опросу	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Устный опрос

Тема 5. Комплексные числа. Комплексные и алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера. Корни n -ой степени из комплексного числа. Формулировка основной теоремы алгебры.	24/26	1. Изучение основной и дополнительной рекомендованной учебно-методической литературы. 2. Подготовка к устному опросу	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Устный опрос
Итого	104/132			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: методы сбора, обработки и анализа информации; основные понятия современной высшей математики Уметь: осуществлять поиск информации и способов решения экономических задач	Устный опрос	Шкала оценивания устного опроса
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: математические методы решения типовых экономических задач; методы сбора, обработки и анализа информации; Уметь: применять математические методы для решения экономических задач;	Устный опрос Практическая подготовка	Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания практической подготовки

			самостоятельно осуществлять поиск информации и способов решения экономических задач Владеть: математическими методами решения типовых экономических задач; современными методами сбора, обработки и анализа данных, необходимых для решения экономических задач и обоснования принимаемых решений		
--	--	--	--	--	--

Шкала оценивания устного опроса

Критерии оценивания	Баллы
высокая активность на практических занятиях, содержание и изложение материала отличается логичностью и смысловой завершенностью, студент показал владение материалом, умение четко, аргументировано и корректно отвечает на поставленные вопросы, отстаивать собственную точку зрения.	10
участие в работе на практических занятиях, изложение материала носит преимущественно описательный характер, студент показал достаточно уверенное владение материалом, однако недостаточное умение четко, аргументировано и корректно отвечает на поставленные вопросы и отстаивать собственную точку зрения.	5
низкая активность на практических занятиях, студент показал неуверенное владение материалом, неумение отстаивать собственную позицию и отвечать на вопросы.	2
отсутствие активности на практических занятиях, студент показал незнание материала по содержанию дисциплины.	0

Шкала оценивания практической подготовки

Критерии оценивания	Баллы
высокая активность на практической подготовке, выполнены все необходимые расчеты и задания сформированы выводы, даны рекомендации	10
средняя активность на практической подготовке, выполнены не все необходимые расчеты и допущены ошибки, неточности в рекомендациях	5
низкая активность на практической подготовке, не выполнены необходимые расчеты и допущены ошибки, нет выводов и рекомендаций	0

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерный перечень тем для устного опроса

1. Матрицы, алгебра матриц.
2. Обратная матрица.
3. Признаки существования обратной матрицы.
4. Ранг матрицы. Теоремы о ранге.

5. Решение матричных уравнений.
6. Обратная матрица.
7. Метод Крамера, метод Гаусса для систем линейных уравнений.
8. Правило решения систем линейных однородных уравнений.
9. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
10. Понятие вектора. Проекция вектора.
11. Базис. Разложение вектора по базису.
12. Координаты вектора. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
13. Линейные операции над векторами. Длина вектора Направление вектора.
14. Метод координат.
15. Прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве.
16. Преобразование прямоугольных координат.
17. Расстояние между точками, деление отрезка в заданном отношении.
18. Понятие об уравнении линий и поверхностей
19. Основные задачи на прямую линию на плоскости.
20. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве.
21. Общий вид уравнения второго порядка, инварианты.
22. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Определение вида кривой по уравнению.
23. Комплексные числа.
24. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи.
25. Модуль и аргумент.
26. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера.
27. Корни n-ой степени из комплексного числа.
28. Формулировка основной теоремы алгебры.

Примерное задание на практическую подготовку

ЗАДАНИЕ 1 Ступенчатым видом матрицы, полученным с помощью элементарных

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

преобразований, является...

1. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 6 & -5 \\ 3 & 0 & 13 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 6 & -5 \\ 0 & 6 & -5 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 6 & -5 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

ЗАДАНИЕ 2 Если $C = A - 2B$ имеет вид...

1. $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -4 & -6 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

ЗАДАНИЕ 3 Операция произведения матриц правильно определена для матричного умножения вида ...

1. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot (-2 \ 3)$

2. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. $(-2 \ 3) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

ЗАДАНИЕ 4

Вычислить: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}^T$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -7 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

ЗАДАНИЕ 5 Разложение определителя по третьей строке имеет вид ...

1. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -7 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$

2. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -7 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$

$$3. \begin{vmatrix} 2 & 1 & -7 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 2 & 1 & -7 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

ЗАДАНИЕ 6

Найти указанные миноры и алгебраическое дополнение к элементам матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad M_{42}, \quad A_{23}$$

ЗАДАНИЕ 7

Для заданной матрицы A найти обратную матрицу. Провести проверку.

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -5 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

ЗАДАНИЕ 8

Для заданной матрицы A найти обратную матрицу. Провести проверку.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

ЗАДАНИЕ 9 Установите соответствие между системой линейных уравнений и ее расширенной матрицей.

$$1. \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ 5x_2 - 2x_3 = -3, \\ -2x_1 + x_2 - 4 = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 2x_3 + 3 = 0, \\ -2x_2 + x_3 = -4 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} -5x_1 + 3x_3 + 3 = 0, \\ 5x_1 - 2x_2 = 4, \\ -2x_1 + x_3 - 5 = 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} -5x_2 + 3x_3 - 3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 = -4, \\ -2x_1 + x_2 + 5 = 0 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 10

Решить системы уравнений методом Гаусса и Крамера, сравнить ответы

$$а) x_1 - x_2 + x_3 = 6 \quad б) x_1 - 2x_2 + x_3 = 9$$

ЗАДАНИЕ 11

Решить системы линейных алгебраических уравнений.

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 7x_1 + 5x_2 - 7x_3 - x_4 = 8 \\ x_1 + 8x_2 - 18x_3 - 5x_4 = -6; \end{cases}
 \quad
 \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 10x_4 = 10 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 12

Решить систему линейных однородных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + 4x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 13 Два вектора называются равными, если они...

1. имеют равную длину,
2. сонаправлены и имеют равную длину,
3. имеют одинаковое направление,
4. коллинеарны и имеют равную длину.

ЗАДАНИЕ 14

Является ли система векторов линейно независимой. Определить ее ранг (расположив векторы как строки матрицы)

$$a_1 = (2; -1; 3; 4), \quad a_2 = (-3; 0; 2; 3), \quad a_3 = (9; -3; 7; 9), \quad a_4 = (-5; 1; -1; -1).$$

ЗАДАНИЕ 15

Записать координаты точки А в полярной системе, точки В - в декартовой системе $A(2; -1)$ и $B(2; -\pi/3)$

ЗАДАНИЕ 16

Найти расстояние между точками А и В $A(2; -1)$ и $B(-5; 4)$

ЗАДАНИЕ 17

Найти расстояние от точки А до прямой $A(2; -1)$ $y = 2/3 x - 7$

ЗАДАНИЕ 18

Для прямой на плоскости, заданной общим уравнением, выписать вектор нормали. Записать уравнение прямой (АВ). $4x - 2y - 5 = 0$, $A(1; -2)$, $B(3; 7)$

ЗАДАНИЕ 19

При каком значении m векторы $\vec{a} = (m; 3; 4)$, $\vec{b} = (4; m; -7)$ перпендикулярны?

ЗАДАНИЕ 20

Найти базисное решение системы уравнений $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$, если x_3 и x_4 являются основными переменными.

ЗАДАНИЕ 21

Образуют ли базис векторы $\vec{a}(3; -1; 1)$, $\vec{b}(0; 1; 1)$, $\vec{c}(1; 2; 0)$?

ЗАДАНИЕ 22

Для прямой на плоскости, заданной общим уравнением, выписать вектор нормали. Записать уравнение прямой (AB).

1) $4x - 2y - 5 = 0$, $A(1; -2)$, $B(3; 7)$

2) $4x + 2y + 5 = 0$, $A(-1; 2)$, $B(3; 5)$

ЗАДАНИЕ 23

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; -2; 3)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = 2\vec{i} + 4\vec{k}$.

ЗАДАНИЕ 24

Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 0)$, $C(3; 0; 1)$.

ЗАДАНИЕ 25

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; 3; -4)$ параллельно плоскости yOz (перпендикулярно оси Ox).

ЗАДАНИЕ 26

Определить угол между плоскостями $x+2y-3z+4=0$ и $2x+3y+z+8=0$.

ЗАДАНИЕ 27

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2; 1; 4)$ параллельно плоскости $3x+2y-7z+8=0$.

ЗАДАНИЕ 28

Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1; 1; 1)$, $M_2(0; 1; -1)$ перпендикулярно плоскости $x+y+z=0$.

ЗАДАНИЕ 29

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2; 3; 6)$ перпендикулярно плоскостям $2x+3y-2z-4=0$ и $3x+5y+z=0$.

ЗАДАНИЕ 30

Найти уравнения прямой проходящей через точку $M_1(1; 2; 3)$ параллельно прямой l_1 :

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z - 7 = 0, \\ 3x - 4y + z - 8 = 0. \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 31

Составить уравнения прямой, проходящей через точку $M_1(-4; 0; 2)$ и перпендикулярной прямым:

и $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{2}$.

ЗАДАНИЕ 32

Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(2; -3; 4)$ параллельно прямым

и $\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+5}{2}$.

ЗАДАНИЕ 33

Найти угол между прямой $\begin{cases} x - 3y - 1 = 0, \\ z = 4. \end{cases}$ и плоскостью $3x + y + 4 = 0$.

ЗАДАНИЕ 34

Найдите точку, симметричную данной $M(0; -3; -2)$ относительно прямой

$$\frac{x-0.5}{0} = \frac{y+1.5}{-1} = \frac{z-1.5}{1}.$$

ЗАДАНИЕ 35

Написать уравнение гиперболы с асимптотами $y = \pm \frac{3}{4}x$, проходящими через точку $(6; 3/2)$.
Найти расстояние между ее вершинами.

ЗАДАНИЕ 36

Построить кривую $y = -3x^2 + 10x - 3$

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Матрицы, их виды. Операции над матрицами. Сложение (вычитание) матриц и умножение матриц на числа, свойства линейных операций.
2. Умножение матриц, свойства и примеры. Элементарные преобразования над строками и столбцами матрицы.
3. Миноры, алгебраические дополнения к элементам квадратных матриц. Определитель высшего порядка, способы его вычисления. Теорема Лапласа.
4. Обратная матрица: определение, условие существования, алгоритм вычисления с помощью элементарных преобразований.
5. Обратная матрица: определение, условие существования. Формула обратной матрицы и алгоритм нахождения (метод присоединенной матрицы). Решение матричных уравнений.
6. Характеристики матриц: собственные числа, собственные векторы, ранг, продуктивность.
7. Системы линейных уравнений и связанные с ними понятия. Эквивалентность систем. Элементарные преобразования над системами.
8. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений (примеры решения определенной, неопределенной и несовместной систем).
9. Правило Крамера решения систем линейных уравнений. Матричный способ решения систем линейных уравнений.
10. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
11. Линейная модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Продуктивность модели.
12. Деление отрезка в данном отношении. Применение определителей в аналитической геометрии для нахождения площадей фигур.
13. Эллипс: определения, характеристики и свойства.
14. Гипербола: определения, характеристики и свойства.
15. Парабола: определения, характеристики и свойства.
16. Векторы: основные понятия, линейные операции над векторами на плоскости в геометрической форме. Разложение вектора по базису. Линейные операции над векторами в координатной форме.
17. Скалярное произведение векторов на плоскости: определение, свойства, координатная форма. Условие перпендикулярности.
18. Векторное произведение векторов: определение, свойства, координатная форма.

19. Условие коллинеарности векторов.
20. Смешанное произведение векторов: определение, свойства, координатная форма. Условие компланарности векторов.
21. Прямая линия на плоскости, виды ее уравнений.
22. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
23. Линейные неравенства и их системы.
24. Уравнения плоскости в пространстве.
25. Взаимное расположение плоскостей.
26. Расстояние от точки до плоскости. Алгоритм выписывания уравнения плоскости на основе условия компланарности векторов.
27. Уравнения прямой в пространстве: общее, каноническое, через две точки.
28. Взаимное расположение прямых в пространстве.
29. Переход от общего уравнения прямой в пространстве к каноническому. Параметрическое уравнение прямой. Условия пересечения и скрещивания прямых.
30. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
31. Уравнение прямой через точку перпендикулярно заданной плоскости. Уравнение плоскости через прямую и не принадлежащую ей точку.
32. Уравнение плоскости: через две пересекающиеся прямые; через две параллельные прямые.
33. Множества и операции над ними: пересечение, объединение, разность, симметрическая разность.
34. Множество комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа.
35. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическое изображение комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Операции с комплексными числами в тригонометрической форме.

Примерные задания для контрольных работ

ЗАДАНИЕ 1

Определить угол между плоскостями $x+2y-3z+4=0$ и $2x+3y+z+8=0$.

ЗАДАНИЕ 2

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2; 1; 4)$ параллельно плоскости $3x+2y-7z+8=0$.

ЗАДАНИЕ 3

Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1; 1; 1)$, $M_2(0; 1; -1)$ перпендикулярно плоскости $x+y+z=0$.

ЗАДАНИЕ 4

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2; 3; 6)$ перпендикулярно плоскостям $2x+3y-2z-4=0$ и $3x+5y+z=0$.

ЗАДАНИЕ 5

Найти уравнения прямой проходящей через точку $M_1(1;2;3)$ параллельно прямой l_1 :

$$\begin{cases} 2x+3y+5z-7=0, \\ 3x-4y+z-8=0. \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 6

Составить уравнения прямой, проходящей через точку $M_1(-4;0;2)$ и перпендикулярной прямым:

$$\text{и } \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{2}.$$

ЗАДАНИЕ 7

Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(2;-3;4)$ параллельно прямым

$$\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+5}{2}$$

и

ЗАДАНИЕ 8

Найти угол между прямой $\begin{cases} x-3y-1=0, \\ z=4. \end{cases}$ и плоскостью $3x+y+4=0$.

ЗАДАНИЕ 9

Найдите точку, симметричную данной $M(0;-3;-2)$ относительно прямой

$$\frac{x-0.5}{0} = \frac{y+1.5}{-1} = \frac{z-1.5}{1}$$

ЗАДАНИЕ 10

Написать уравнение гиперболы с асимптотами $y = \pm \frac{3}{4}x$, проходящими через точку $(6; 3/2)$.
Найти расстояние между ее вершинами.

ЗАДАНИЕ 11

Построить кривую $y = -3x^2 + 10x - 3$

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Основными формами текущего контроля являются устный опрос, практическая подготовка.

Максимальное количество баллов, которое может набрать обучающийся в течение семестра за различные виды работ – 70 баллов.

Шкала оценивания контрольной работы

Баллы	Требования к критерию
81-100 Зачтено	Глубоко, осмысленно, в полном объеме усвоил программный материал, излагает его на высоком научном уровне, изучил обязательную и дополнительную литературу, способен к самостоятельному анализу и оценке проблемных ситуаций; Усвоил методологию данной дисциплины, свободно владеет понятиями, определениями, терминами; Умеет анализировать и выявлять взаимосвязь вопросов, изученных в рамках курса, с другими дисциплинами; Умеет творчески применять теоретические знания при решении практических ситуаций; Показывает способность самостоятельно пополнять и обновлять знания в процессе учёбы и профессиональной деятельности.
61-80 Зачтено	Полно раскрыл материал, предусмотренный программой, изучил обязательную литературу;

	<p>Владеет методологией данной дисциплины, методами исследования, знает определение понятий в области технических средств;</p> <p>Умеет установить взаимосвязь вопросов, изученных в рамках курса, с другими областями знаний;</p> <p>Применяет теоретические знания на практике;</p> <p>Допустил незначительные неточности при изложении материала, не искажающие содержание ответа по существу вопроса.</p>
41-60 Зачтено	<p>Владеет материалом в пределах программы курса, знает основные понятия и определения;</p> <p>Обладает достаточными знаниями для продолжения обучения и профессиональной деятельности;</p> <p>Способен разобраться в конкретной практической ситуации.</p>
0-40 Не зачтено	<p>Показал проблемы в знании основного учебного материала;</p> <p>Не может дать чётких определений, понятий;</p> <p>Не может разобраться в конкретной практической ситуации;</p> <p>Не может успешно продолжать дальнейшее обучение в связи с недостаточным объёмом знаний.</p>

Шкала оценивания экзамена

Критерии оценивания	Интервал оценивания
студент быстро и самостоятельно готовится к ответу; при ответе полностью раскрывает сущность поставленного вопроса; способен проиллюстрировать свой ответ конкретными примерами; демонстрирует понимание проблемы и высокий уровень ориентировки в ней; формулирует свой ответ самостоятельно, используя лист с письменным вариантом ответа лишь как опору, структурирующую ход рассуждения	21-30
студент самостоятельно готовится к ответу; при ответе раскрывает основную сущность поставленного вопроса; демонстрирует понимание проблемы и достаточный уровень ориентировки в ней, при этом затрудняется в приведении конкретных примеров.	11-20
студент готовится к ответу, прибегая к некоторой помощи; при ответе не в полном объеме раскрывает сущность поставленного вопроса, однако, при этом, демонстрирует понимание проблемы.	6-10
студент испытывает выраженные затруднения при подготовке к ответу, пытается воспользоваться недопустимыми видами помощи; при ответе не раскрывает сущность поставленного вопроса; не ориентируется в рассматриваемой проблеме; оказываемая стимулирующая помощь и задаваемые уточняющие вопросы не способствуют более продуктивному ответу студента.	0-5

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	отлично
61 – 80	хорошо
41 – 60	удовлетворительно
0 – 40	неудовлетворительно

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнева ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 334 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-3568-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/532507>
2. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517596>
3. Малугин, В. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 478 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02976-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511452>

6.2. Дополнительная литература

1. Александров, П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник. - 2-е изд. - СПб. : Лань, 2019. - 512с. - Текст: непосредственный.
2. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник. - 16-е изд. - СПб. : Лань, 2019. - 448с. - Текст: непосредственный.
3. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва : Юрайт, 2019. — 421 с. — Текст : электронный. — URL: <http://biblio-online.ru/bcode/425852>
4. Красс, М.С. Математика для экономического бакалавриата: учебник / М.С.Красс, Б.П.Чупрынов. -М.: ИНФРА-М, 2017. - 472с. - Текст: электронный. - Режим доступа: <http://www.znaniium.com/catalog.php>,
5. Малугин, В. А. Линейная алгебра для экономистов: учебник, практикум и сборник задач : для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Юрайт, 2020. — 478 с. — Текст : электронный. — URL: <http://biblio-online.ru/bcode/450583>
6. Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнева. — Москва : Юрайт, 2019. — 334 с. — Текст : электронный. — URL: <http://biblio-online.ru/bcode/425853>

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- Сайт прикладной математики для студентов и преподавателей <http://www.exponenta.ru/>
- Материалы электронной библиотечной системы znaniium.com.
- Ресурс: <http://matembook.chat.ru/>

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.
2. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы по дисциплинам.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

fgosvo.ru – Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования

pravo.gov.ru - Официальный интернет-портал правовой информации

www.edu.ru – Федеральный портал Российское образование

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)

7-zip

Google Chrome

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;

- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.