

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 10.11.2025 11:57:19

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bffa679172803da5b7b559f69e7

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Согласовано

деканом физико-математического факультета

«28» февраля 2024 г.

/Кулешова Ю.Д./

## Рабочая программа дисциплины

Арифметика действительных чисел

## Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

## Профиль:

Математика и физика

## Квалификация

Бакалавр

## Формы обучения

Очная, очно-заочная

Согласовано учебно-методической комиссией  
физико-математического факультета

Протокол «28» февраля 2024 г. № 6

Председатель УМКом

/Кулешова Ю.Д./

Рекомендовано кафедрой высшей  
алгебры, математического анализа и  
геометрии

Протокол от «14» февраля 2024 г. № 6

Зав. кафедрой

/Кондратьева Г.В./

Мытищи

2024

Автор-составитель:  
Забелина С.Б., к.п.н., доцент.

Рабочая программа дисциплины «Арифметика действительных чисел» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ России от 22.02.2018 г. № 125.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2024

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения .....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	5
3. Объем и содержание дисциплины .....	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся .....	6
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине .....	8
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины .....	17
7. Методические указания по освоению дисциплины .....	19
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	19
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	20

# 1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

## 1.1. Цель и задачи дисциплины

### Цель освоения дисциплины:

Целью освоения дисциплины «Арифметика действительных чисел» является освоение знаний о числовых системах, построенных на базе генетического определения числа.

### Задачи дисциплины:

1. Формирование знаний о систематической теории построения арифметики действительных чисел на базе генетического определения числа.
2. Формирование математической культуры, обеспечивающей понимание взаимоотношения теории и практики, широкого математического кругозора как в содержательном, так и в идейном планах.
3. Развитие творческого потенциала студентов, необходимого для решения прикладных задач.

## 1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

# 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Для освоения дисциплины «Арифметика действительных чисел» студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел».

Изучение дисциплины «Арифметика действительных чисел» является базой для дальнейшего освоения студентами дисциплины «Методика преподавания математики», «Методика обучения математике», «Методика подготовки к государственной итоговой аттестации по математике».

# 3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

## 3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов	
	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения
Объем дисциплины в зачетных единицах	2	2
Объем дисциплины в часах	72	72
Контактная работа:	38,3	26,3
Лекции	18	12
Практические занятия	18	12
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2,3	2,3
Экзамен	0,3	0,3

Предэкзаменационная консультация	2	2
Самостоятельная работа	24	36
Контроль	9,7	9,7

Форма промежуточной аттестации: экзамен в 10 семестре на очной форме обучения, экзамен в 11 семестре на очно-заочной форме обучения.

### 3.2. Содержание дисциплины

#### Очная форма обучения

Наименование разделов (тем) дисциплины	Кол-во часов	
	Лекции	Практические занятия
<b>Раздел I. Арифметика целых неотрицательных чисел</b>		
<i>Тема 1. Натуральное число, как количественная характеристика конечных множеств.</i> Понятие конечного множества, равномощность и классы равномощных конечных множеств. Основные операции с натуральными числами. Операция сложения и ее свойства. Операция умножения, по Кантору и как частный случай сложения, Свойства операции умножения. Законы сокращения.	2	2
<i>Тема 2. Отношение порядка на множестве натуральных чисел.</i> Два пути определения отношения порядка на множестве натуральных чисел. Основные свойства отношения порядка. Отношение непосредственного следования и его свойства. Порядковое число.	3	2
<i>Тема 3. Система целых неотрицательных чисел.</i> Операции вычитания и деления в системе неотрицательных чисел, их формальное и неформальное определение. Свойства этих операций. Операция возведения в степень и ее основные свойства. Деление с остатком. Позиционные системы счисления	2	3
<b>Раздел II. Арифметика целых, рациональных и действительных чисел</b>		
<i>Тема 1. Величины и числа.</i> Общее понятие о величине. Сравнение величин, два типа сравнения, количественно-порядковая характеристика результата сравнения величин.	2	2
<i>Тема 2. Арифметика целых чисел.</i> Системы целочисленных величин и сравнение этих величин. Целое число, как количественно - порядковая характеристика результата сравнения, основное представление целого числа. Основные алгебраические операции и их свойства. Геометрическая модель арифметики целых чисел. Отношение порядка, отношение непосредственного следования и свойство двусторонней индукции. Положительные и отрицательные числа. Правила знаков. Правила выполнения основных операций.	3	3
<i>Тема 3. Арифметика рациональных чисел.</i> Системы соизмеримых величин и сравнение соизмеримых величин. Рациональное число как количественно - порядковая характеристика результата сравнения величин, основное представление рациональных чисел. Операции сложения и умножения рациональных чисел, их основные свойства. Правила оперирования с дробями. Положительные и отрицательные числа. Отношение порядка, основные свойства.	3	3

Систематические дроби, представление рациональных чисел систематическими дробями.		
<i>Тема 4. Арифметика действительных чисел.</i> Действительные числа, основные операции с действительными числами. Несоизмеримые величины, существование систем величин с несоизмеримыми величинами. Архимедовские и непрерывно упорядоченные системы величин и действительные числа, как количественно-порядковые характеристики результатов их сравнения, сечения Дедекинда в множестве рациональных чисел. Отношение порядка, основные алгебраические операции с действительными числами. Представление действительных чисел в позиционных системах счисления: свойство Архимеда и его следствия, рациональные приближения, систематические дроби.	3	3
Итого	18	18

## Очно-заочная форма обучения

Наименование разделов (тем) дисциплины	Кол-во часов	
	Лекции	Практические занятия
<b>Раздел I. Арифметика целых неотрицательных чисел</b>		
<i>Тема 1. Натуральное число, как количественная характеристика конечных множеств.</i> Понятие конечного множества, равномощность и классы равномощных конечных множеств. Основные операции с натуральными числами. Операция сложения и ее свойства. Операция умножения, по Кантору и как частный случай сложения, Свойства операции умножения. Законы сокращения.	1	1
<i>Тема 2. Отношение порядка на множестве натуральных чисел.</i> Два пути определения отношения порядка на множестве натуральных чисел. Основные свойства отношения порядка. Отношение непосредственного следования и его свойства. Порядковое число.	2	2
<i>Тема 3. Система целых неотрицательных чисел.</i> Операции вычитания и деления в системе неотрицательных чисел, их формальное и неформальное определение. Свойства этих операций. Операция возведения в степень и ее основные свойства. Деление с остатком. Позиционные системы счисления	2	2
<b>Раздел II. Арифметика целых, рациональных и действительных чисел</b>		
<i>Тема 1. Величины и числа.</i> Общее понятие о величине. Сравнение величин, два типа сравнения, количественно-порядковая характеристика результата сравнения величин.	1	1
<i>Тема 2. Арифметика целых чисел.</i> Системы целочисленных величин и сравнение этих величин. Целое число, как количественно - порядковая характеристика результата сравнения, основное представление целого числа. Основные алгебраические операции и их свойства. Геометрическая модель арифметики целых чисел. Отношение порядка, отношение непосредственного следования и свойство двусторонней индукции. Положительные и отрицательные числа. Правила знаков. Правила выполнения основных операций.	2	2
<i>Тема 3. Арифметика рациональных чисел.</i> Системы соизмеримых величин и сравнение соизмеримых величин. Рациональное число как количественно - порядковая характеристика	2	2

результата сравнения величин, основное представление рациональных чисел. Операции сложения и умножения рациональных чисел, их основные свойства. Правила оперирования с дробями. Положительные и отрицательные числа. Отношение порядка, основные свойства. Систематические дроби, представление рациональных чисел систематическими дробями.		
<i>Тема 4. Арифметика действительных чисел.</i> Действительные числа, основные операции с действительными числами. Несоизмеримые величины, существование систем величин с несоизмеримыми величинами. Архимедовские и непрерывно упорядоченные системы величин и действительные числа, как количественно-порядковые характеристики результатов их сравнения, сечения Дедекинда в множестве рациональных чисел. Отношение порядка, основные алгебраические операции с действительными числами. Представление действительных чисел в позиционных системах счисления: свойство Архимеда и его следствия, рациональные приближения, систематические дроби.	2	2
Итого	12	12

#### 4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов по формам обучения		Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
		Очная	Очно-заочная			
Тема 1. Число и множества.	1. Теоремы о конечных и бесконечных множествах	4	7	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Реферат
Тема 2. Нумерация чисел и введение нуля.	1. Ноль как число. 2. Нумерация чисел 3. Геометрическая интерпретация системы натуральных чисел и введения нуля.	5	7	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Реферат

Тема 3. Позиционные системы счисления.	1.Запись целого неотрицательно го числа в позиционной системе с любым наперед заданным основанием. 2.Правила выполнения основных операций с числами, записанными в позиционной системе, таблицы сложения и умножения. 3.Переход от одной позиционной системы к другой.	5	7	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Расчетная работа 1
Тема 4. Основы теории делимости.	1.Простые и составные числа. 2.НОД двух чисел и их НОК. 3.Общие алгоритмы нахождения НОД и НОК. 4.Решето Эратосфена.	5	7	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Расчетная работа 2



Тема 5. Систематические дроби.	1. Представление рациональных чисел систематически дробями. 2. Представление иррациональных чисел в позиционных системах: рациональные приближения, систематические дроби.	5	8	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Расчетная работа 3
Итого		24	36			

## **5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы**

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

## 5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ПК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	<i>Знать:</i> концептуальные содержательные идеи построения арифметики действительных чисел на базе генетического определения числа, основные методы решения задач <i>Уметь:</i> пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения	Расчетная работа, реферат	Шкала оценивания расчетной работы Шкала оценивания реферата
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	<i>Знать:</i> понятийно-категориальный аппарат, концептуальные содержательные идеи построения арифметики действительных чисел на базе генетического определения числа, идейные и логические связи понятий и фактов систематической теории о числе, методы решения задач <i>Уметь:</i> пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения, адаптировать результаты изучения понятий и фактов систематической теории	Расчетная работа, реферат	Шкала оценивания расчетной работы Шкала оценивания реферата

			<p>арифметики действительных чисел к школьному образовательному процессу</p> <p><i>Владеть:</i>  научным стилем изложения содержания, навыками поиска, сбора, систематизации и использования информации, методами и приемами устного и письменного изложения предметного материала</p>		
--	--	--	--	--	--

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ПК-3	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать особенности формирования развивающей образовательной среды; Уметь организовывать и руководить работой команды.	Расчетная работа, реферат	Шкала оценивания расчетной работы Шкала оценивания реферата
	Продвинутой	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать особенности формирования развивающей образовательной среды; Уметь организовывать и руководить работой команды. Владеть навыками организации и руководства работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели.	Расчетная работа, реферат	Шкала оценивания расчетной работы Шкала оценивания реферата

#### Шкала оценивания расчетной работы

Критерий оценивания	Балл
Если студент правильно решил все задания и обосновал полученные результаты	5 баллов
Если студент правильно решил все задания, но не смог обосновать полученные результаты	4 баллов
Если студент правильно решил 50% - 80% всех заданий, но не смог обосновать	3 баллов

полученные результаты	
Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал не все полученные результаты	2 балл
Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и смог обосновать полученные результаты	1 балл
Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и не смог обосновать полученные результаты	0 баллов

### Шкала оценивания рефератов

Оценка	Критерии
5 балла	реферат по теме написан самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы
3-4 балла	реферат удовлетворяет требованиям на оценку в 3 балла, но при этом допущены один–два недочета при освещении основного содержания темы, исправленные по замечанию преподавателя, или допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя, или в реферате может быть недостаточно полно развернута
1-2 балл	неполно, непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, или студент не может применить теорию в новой ситуации
0 баллов	не раскрыто основное содержание учебного материала, обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких замечаний преподавателя

### 5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### Примерный вариант расчетной работы № 1

1. Записать число  $(46203)_7$  в системе с основанием  $t=12$ .
2. Записать число  $(44203)_5$  в системе с основанием  $t=11$ .
3. Записать число  $(4016203)_7$  в системе с основанием  $t=14$ .
4. Записать число  $(3013203)_4$  в системе с основанием  $t=2$ .
5. Вычислить  $(100102)_3 - (1112)_3$ ,  $(456543)_7 + (34235)_7$ ,  $(465)_9 \cdot (37)_9$ ,  $(1123)_5 / (203)_5$ .
6. Вычислить  $(102103)_4 - (1132)_4$ ,  $(46909)_{11} + (87838)_{11}$ ,  $(465)_8 \cdot (37)_8$ ,  $(2121)_3 / (1022)_3$ .

#### Примерный вариант расчетной работы № 2

1. Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 100.  
А) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 90? Ответ обоснуйте.  
Б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 88? Ответ обоснуйте.  
В) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр? Ответ обоснуйте.
2. Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).
3. Докажите, что  $(n^3 - n)$  делится на 6 при всяком натуральном  $n$ .
4. Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля).  
А) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 12? Ответ обоснуйте.  
Б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 87? Ответ обоснуйте.  
В) Какое наименьшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр? Ответ обоснуйте.
5. Произведение нескольких различных простых чисел делится на каждое из этих чисел, уменьшенное на 1. Чему может быть равно его произведение?
6. Докажите, что  $(n^7 - n)$  делится на 42 при всяком натуральном  $n$ .
7. Найти остаток от деления натурального числа на 96, если это число делится на 12, а полученное при этом частное при делении на 8 дает остаток 2.
8. Существует ли такое натуральное число, которое при делении на 12 дает в остатке 6, а при делении на 18 дает остаток 7? Ответ обоснуйте.
9. По кругу в некотором порядке по одному разу написаны числа от 9 до 18. Для каждой из десяти пар соседних чисел нашли их наибольший общий делитель.  
А) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители равны 1? Ответ обоснуйте.  
Б) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители попарно различны? Ответ обоснуйте.  
В) Какое наибольшее количество попарно различных наибольших общих делителей могло при этом получиться? Ответ обоснуйте.
10. Ученик должен был умножить двузначное число на трехзначное и разделить их произведение на пятизначное. Однако, он не заметил знака умножения и принял записанные рядом двузначное и трехзначное числа за одно пятизначное. Поэтому полученное частное (натуральное) оказалось в три раза больше истинного. Найдите все три числа.
11. Разработать примеры для школьников, позволяющие демонстрировать свойства натуральных чисел.

### Примерный вариант расчетной работы № 3

1. Представить систематической дробью с основанием  $10^n$  следующие дроби:  
 $\frac{17}{333}, \frac{25}{27}, \frac{1889}{1776}$ .
2. Записать в виде систематических дробей:  
а)  $\frac{2}{27}$  в троичной системе, б)  $\frac{1000}{8^5}$  в системе счисления с основанием  $t = 8$ , в)  $(378,8359375)_{10}$  в системе счисления с основанием  $t=8$ .
3. Записать в виде систематических дробей:  
а)  $\frac{2}{25}$  в пятеричной системе, б)  $\frac{1106}{6^5}$  в системе счисления с основанием  $t = 6$ , в)  $(278,8259375)_{10}$  в системе счисления с основанием  $t=8$ .
4. Можно ли представить в виде систематических дробей следующие числа:
5. а)  $\frac{51}{24}$  в двоичной системе, б)  $\frac{35}{54}$  в шестеричной системе, в)  $\frac{55}{72}$  в двенадцатеричной системе, г)  $\frac{(1010)_2}{(20101)_3}$  в пятеричной системе, д)  $\frac{(22013)_4}{1596}$  в восьмеричной системе. Если можно, то найдите соответствующие систематические дроби.
6. Найдите суммы числовых рядов, представляющих следующие бесконечные периодические дроби: а)  $0,0(21)$ , б)  $14,(051)_6$ .
7. Можно ли представить в виде систематических дробей следующие числа: а)  $\frac{135}{24}$  в двоичной системе, б)  $\frac{35}{54}$  в шестеричной системе, в)  $\frac{35}{90}$  в двенадцатеричной системе, г)  $\frac{114}{75}$  в пятеричной системе, д)  $\frac{21}{1596}$  в восьмеричной системе. Если можно, то найдите соответствующие систематические дроби.
8. Найдите суммы числовых рядов, представляющих следующие бесконечные периодические дроби: а)  $0,(25)$ , б)  $0,(5)_8$ .
9. Докажите, что число рациональное:  $\sqrt[3]{3 + \sqrt{\frac{242}{27}}} + \sqrt[3]{3 - \sqrt{\frac{242}{27}}}$
10. Докажите, что число рациональное:  $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$

### Примерная тематика рефератов

1. Числа и множества.
2. Устная нумерация и пальцевый счет.
3. Происхождение названий чисел.
4. Письменная нумерация чисел.
5. Происхождение нуля.
6. Ноль как число.
7. Происхождение арифметических терминов.
8. Именованные числа.
9. Индийские цифры в России и их эволюция.
10. Средства для счета.
11. Аксиоматическое построение арифметики.
12. Проблемы Варинга и Гольдбаха.
13. Практические «правила» арифметики.
14. Арифметические забавы.
15. Цепные дроби.

### Примерные вопросы к экзамену

1. Конечные множества, равномощность конечных множеств. Натуральное число.



2. Сумма натуральных чисел как класса равномоощных конечных множеств. Основные свойства.
3. Произведение натуральных чисел, два подхода: как частный случай сложения, по Кантору. Основные свойства.
4. Законы сокращения для суммы и произведения натуральных чисел.
5. Отношения «меньше» («больше») в множестве натуральных чисел. Формальное и неформальное определения. Основные свойства.
6. Отношение «непосредственно следует» в множестве натуральных чисел, его основные свойства.
7. Нумерация чисел и введение нуля. Ноль как число. Геометрическая интерпретация натуральных чисел и введения нуля.
8. Разность и частное в системе неотрицательных целых чисел. Основные свойства. Степень с натуральным показателем.
9. Деление с остатком. Теорема о делении с остатком в системе целых неотрицательных чисел.
10. Позиционные системы счисления. Представление целого неотрицательного числа в позиционной системе.
11. Выполнение операций сложения и умножения неотрицательных чисел в позиционных системах счисления.
12. НОД двух неотрицательных чисел. Его основные свойства.
13. НОК двух неотрицательных чисел. Способы его нахождения.
14. Простые и составные числа. Представление целого неотрицательного числа в виде произведения простых чисел.
15. «Решето» Эратосфена. Составление таблиц простых чисел.
16. Целое число как количественно-порядковая характеристика результата сравнения величин. Геометрическая модель системы целых чисел.
17. Определение суммы целых чисел. Основные свойства.
18. Определение произведения целых чисел. Основные свойства.
19. Отношение порядка для целых чисел. Его неформальное и формальное определения. Основные свойства.
20. Отношение «непосредственно следует» на множестве целых чисел, его свойства.
21. Целые положительные числа и числа натуральные.
22. Правила выполнения основных операций в системе целых чисел, «правило знаков».
23. Степень целого числа с натуральным показателем. Основные свойства.
24. Рациональное число как количественно-порядковая характеристика результата сравнения величин. Представления о рациональных числах.
25. Сумма рациональных чисел, операция сложения и ее основные свойства.
26. Произведение рациональных чисел, операция умножения и ее основные свойства.
27. Отношение «меньше» («больше») в множестве рациональных чисел. Основные свойства.
28. Представление рационального числа систематической дробью. Простые и смешанные систематические дроби.
29. Несоизмеримые величины. Существование систем величин, содержащих несоизмеримые величины.
30. Сравнение величин и дедекиндовские сечения множества рациональных чисел.
31. Сравнение величин в непрерывно и архимедовски упорядоченных системах величин и действительные числа.
32. Отношение порядка в множестве действительных чисел. Основные свойства.
33. Операции сложения, основные факты и свойства.
34. Операции умножения, основные факты и свойства.
35. Представление действительных чисел в позиционных системах. Систематические дроби.
36. Рациональные приближения иррациональных чисел.

### ***Примерные задачи к экзаменационным билетам***

1. Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 100.
2. а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 90? Ответ обоснуйте.

3. б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 88? Ответ обоснуйте.
  4. в) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр? Ответ обоснуйте.
  5. Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).
  6. Докажите, что  $(n^3 - n)$  делится на 6 при всяком натуральном  $n$ .
  7. Существует ли такое натуральное число, которое при делении на 12 дает в остатке 6, а при делении на 18 дает остаток 7? Ответ обоснуйте.
  8. Найдите трёхзначное натуральное число, которое при делении и на 4, и на 15 даёт равные ненулевые остатки, и средняя цифра в записи которого является средним арифметическим крайних цифр. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.
- $$\frac{36\frac{2}{3} : 15 + 8\frac{2}{3} \cdot 7}{12\frac{1}{3} + 8\frac{6}{7} : 2\frac{4}{7}} + \frac{2\frac{3}{8} : \frac{3}{4} + 24 \cdot \frac{7}{9}}{7\frac{2}{3} - 157\frac{4}{5} : 24}$$
9. Вычислить
  10. Найдите положительное число, если 45% от него составляют столько же, сколько составляют 20% от числа, ему обратного.
  11. Записать число  $(46203)_7$  в системе с основанием  $t=12$ .
  12. Вычислить  $(102102)_3 - (1122)_3$ ,  $(46503)_7 + (54235)_7$ ,  $(465)_8 \cdot (37)_8$ ,  $(2121)_3 / (1022)_3$ .
  13. Докажите, что число рациональное:  $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$
  14. Решите в целых числах уравнения:  $x^2 - 7x - 144 = y^2 - 25y$ ;  $x^2 - xy - 2y^2 = 7$ .
  15. Сравните числа  $\log_{15} 19$  и  $\log_{17} 21$
  16. Записать в виде систематических дробей:
    - а)  $\frac{2}{27}$  в троичной системе, б)  $\frac{1000}{8^5}$  в системе счисления с основанием  $t = 8$ , в)  $(378,8359375)_{10}$  в системе счисления с основанием  $t=8$ .
  17. Можно ли представить в виде систематических дробей следующие числа: а)  $\frac{135}{24}$  в двоичной системе, б)  $\frac{35}{54}$  в шестеричной системе, в)  $\frac{35}{90}$  в двенадцатеричной системе, г)  $\frac{114}{75}$  в пятеричной системе, д)  $\frac{21}{1596}$  в восьмеричной системе. Если можно, то найдите соответствующие систематические дроби.
  18. Найдите суммы числовых рядов, представляющих следующие бесконечные периодические дроби: а)  $0,(25)$ , б)  $0,(5)_8$
  19. При каких целых  $n$  число  $20^n + 16^n - 3^n - 1$  делится на 323?
  20. Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 4200 рублей, а за каждый следующий метр – на 1300 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 11 метров

#### 5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В рамках освоения дисциплины предусмотрены: подготовка реферата, расчетная работа.

Формой промежуточной аттестации на очной и заочной формах обучения является экзамен. Экзамен проходит в форме устного собеседования по вопросам и решения задач.

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За расчетные работы обучающийся может набрать максимально 35 баллов.

За подготовку рефератов обучающийся может набрать максимально 35 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

#### **Шкала оценивания ответов студентов на экзамене**

Количество баллов	Критерии оценивания
26-30	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач
15-25	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
8-14	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
0-7	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств, не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

#### **Шкала оценивания ответов студентов на экзамене**

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Отлично
61 – 80	Хорошо
41 – 60	Удовлетворительно
0 – 40	Неудовлетворительно

## **6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Основная литература**

1. Федяев О.И. Арифметика действительных чисел [Текст] : лекции по спец.курсу элемент.матем. : учеб.пособие / О. И. Федяев. - М. : МГОУ, 2006. - 192с. – Текст: непосредственный.
2. Смолин Ю.Н., Числовые системы [Электронный ресурс] / Ю.Н. Смолин. - 2-е изд., стер. - М. : ФЛИНТА, 2016. - 112 с. - ISBN 978-5-9765-0794-4. - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976507944.html> (дата обращения 19.07.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Консультант студента. – Текст: электронный.

## 6.2. Дополнительная литература

1. Арнольд И.В. Теоретическая арифметика / И.В. Арнольд – М.: Учпедгиз, 1939 г. – 482 с. - Режим доступа: <http://bookre.org/index.php?page=o-nas>
2. Брадис В.М. Теоретическая арифметика / В.М. Брадис – М.: Учпедгиз, 1954 г. – 208 с. -Режим доступа: <https://www.twirpx.com>
3. Клейн Ф. Элементарная математика: с точки зрения высшей : лекции. т.1. арифметика, алгебра, анализ / Ф. Клейн. - 4-е изд. - М. : Наука, 1987. - 432с. – Текст: непосредственный.
4. **Клейн, Ф.** Элементарная математика [Текст] : с точки зрения высшей : лекции. ч.2. геометрия / Ф. Клейн. - 2-е изд. - М. : Наука, 1987. - 416с. – Текст: непосредственный.
5. **Ларин С.В.** Числовые системы: учеб.пособие для вузов / С. В. Ларин. - М. : Академия, 2001. - 160с. – Текст: непосредственный.
6. Ларин, С. В. Числовые системы : учебное пособие для вузов / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 149 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09500-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/515447> (дата обращения: 02.06.2023).
7. Смолин, Ю. Н. Числовые системы : учеб. пособие / Смолин Ю. Н. - 3-е изд. , стер. - Москва : ФЛИНТА, 2021. - 112 с. - ISBN 978-5-9765-0794-4. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/flinta20122559.html> (дата обращения: 02.06.2023). - Режим доступа : по подписке.
8. **Федяев, О.И.** Числовые системы: учеб.пособие / учеб.Федяев О.И. - М. : МОПИ им.Н.К.Крупской, 1991. - 68с. – Текст: непосредственный.
9. Феферман С. Числовые системы/ С Феферман - М.: Наука, 1971 г. - 440 с. - Режим доступа: <http://bookre.org/index.php?page=o-nas>

## 6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Eq.Word.Мир математических уравнений [Электронный ресурс]. - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/elementary.htm>
2. Образовательный студенческий портал [Электронный ресурс]. -<http://area7.ru/>
3. Место знаний в сети [Электронный ресурс]. -[www.y10k.ru](http://www.y10k.ru)
4. Электронные книги [Электронный ресурс]. -[https://eknigi.org/estestvennye\\_nauki/148213-kurs-yelementarnoj-geometrii.html](https://eknigi.org/estestvennye_nauki/148213-kurs-yelementarnoj-geometrii.html)

## 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы бакалавров
2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

## 8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

fgosvo.ru  
pravo.gov.ru  
[www.edu.ru](http://www.edu.ru)

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)

7-zip

Google Chrome

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;

- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.