

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 22.01.2026 16:14:07

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bfff679172803da5b7b559fc69a2

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)**

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Согласовано

деканом физико-математического факультета

Ю.Д. Кулешов 2025 г.

/Кулешова Ю.Д./

Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика

Направление подготовки

44.03.01 Педагогическое образование

Профиль:

Информатика

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Согласовано учебно-методической комиссией

физико-математического факультета

Протокол от «19» марта 2025 г. № 7

Председатель УМКом

/ Кулешова Ю.Д./

Рекомендовано кафедрой высшей

алгебры, математического анализа и

геометрии

Протокол от «18» января 2025 г. № 5

Зав. кафедрой

/Кондратьева Г.В./

Москва

2025

Автор-составитель:

Кулешова Юлия Дмитриевна, физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ России от 22.02.2018 г. № 121.

Дисциплина входит в часть, формируемая участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2025

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Объем и содержание дисциплины	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся	6
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	7
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины	20
7. Методические указания по освоению дисциплины	22
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине	22
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	23

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины:

Целями освоения дисциплины «Дискретная математика» является формирование у студентов общей математической культуры и овладение основными математическими понятиями, так необходимыми учителю математики.

Задачи дисциплины:

1. формирование у студентов основных математических понятий и закономерностей теории множеств, математической логики, теории графов;
2. формирование у студентов умения оперировать с абстрактными объектами и быть корректными в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений;
3. формирование математического аппарата и освоение основных вычислительных схем и приемов.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в часть, формируемая участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Дисциплина основывается на ранее изученных дисциплинах: «Аналитическая геометрия», «Линейная алгебра».

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Математический анализ».

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов
Объем дисциплины в зачетных единицах	3
Объем дисциплины в часах	108
Контактная работа:	34,3
Лекции	16
Практические занятия	16
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2,3
Предэкзаменационная консультация	2
Экзамен	0,3
Самостоятельная работа	64
Контроль	9,7

Форма промежуточной аттестации: экзамен в 3 семестре.

3.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) Дисциплины с кратким содержанием	Кол-во часов	
	Лекции	Практические занятия
Тема 1. Введение и основные понятия теории множеств Основные понятия теории множеств. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность). Универсальное множество. Дополнение множества. Диаграммы Эйлера-Венна. Основные тождества теории множеств. Декартово (прямое произведение) произведение множеств и его свойства.	2	-
Тема 2. Бинарные отношения на множествах Определение отношения на паре множеств и примеры таких отношений. Бинарное отношение на множестве, свойство бинарных отношений (рефлексивность, антитечесивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность), примеры отношений, обладающих некоторыми из перечисленных свойств.	2	2
Тема 3. Отношение эквивалентности и отношение порядка Отношение эквивалентности и отношение порядка, примеры. Разбиение множества и отношение эквивалентности. Фактормножество.	2	2
Тема 4. Отображения и подстановки Отображение на паре множеств, виды отображений (инъективные, сюръективные, биективные). Композиция отображений и ее свойства. Подстановки как биективные отображения конечного множества на себя.	2	2
Тема 5. Основные понятия алгебры высказываний Высказывание, основные логические связки (операции) логики высказываний, логическая формула. Основные схемы логически правильных рассуждений. Алгебра логики, логические функции. Булева алгебра, примеры. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Эквивалентные преобразования.	2	2
Тема 6. Логика предикатов Понятие предиката, логика предикатов, формулы логики предикатов. Кванторы, области действия кванторов. Связанные и свободные переменные.	2	2
Тема 7. Виды графов Определение графа, вершины и ребра. Степень вершины. Лемма о рукопожатиях. Исторические задачи теории графов. Ориентированные и неориентированные графы. Полные графы, двудольные графы, плоские и планарные графы.	2	2
Тема 8. Графы и бинарные отношения Способы задания графов, матрицы смежности и инцидентности. Графы и бинарные отношения.	2	2
Тема 9. Эйлеровы и гамильтоновы графы Маршруты, пути, цепи и циклы в графе. Связные графы. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Критерий эйлерова графа, достаточные условия гамильтонова графа.	-	2
Итого	16	16

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

ОБЕСПЕЧЕНИЕ

САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Количество часов	Формы самостоятельной работы	Методические обеспечения	Формы отчетности
Тема 1. Эквивалентность множеств, свойство транзитивности, теорема Бернштейна	Определение взаимно однозначного соответствия, примеры. Определение эквивалентных (равномощных) множеств и свойство транзитивности. Теорема Бернштейна.	6	Изучение литературы	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Опрос, самостоятельная работа
Тема 2. Булева алгебра, алгебра множеств и алгебра высказываний	Определение булевой алгебры. Алгебра множеств и алгебра высказываний как примеры булевой алгебры.	6	Изучение литературы	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Тест
Тема 3. Группа подстановок S_n .	Определение группы. Свойства умножения подстановок, подгруппа. Разложение подстановок в произведение независимых циклов. Четные и нечетные подстановки, их число.	6	Изучение литературы	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Опрос
Тема 4. Доказательства в математике	Определение теоремы, виды теорем, необходимые и достаточные условия. Доказательство от противного.	6	Изучение литературы	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Устный опрос, контрольная работа
Тема 5. Операции над графами	Определения удаления вершин и ребер графа, дополнения графа, объединения графов, сложения графов, произведения	6	Изучение литературы	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Опрос, самостоятельная работа

	графов. Примеры.				
Тема 6. Исторические задачи теории графов	Задача о Кёнигсбергских мостах, эйлеровы и гамильтоновы графы, их использование при решении олимпиадных задач.	8	Изучение литературы	Рекомендуем ая литература. Ресурсы Интернет.	Опрос, тест
Тема 7. Цикломатическ ое число, деревья, каркасы и леса	Определение цикломатического числа. Дерево как граф без циклов, лес. Перечисление деревьев, оствное дерево (каркас), применение деревьев.	8	Изучение литературы	Рекомендуем ая литература. Ресурсы Интернет.	Опрос, тест
Тема 8. Плоские и планарные графы	Определение, примеры планарных и непланарных графов. Критерий планарности.	6	Изучение литературы	Рекомендуем ая литература. Ресурсы Интернет.	Опрос, тест, самостоите льная работа
Тема 9. Проблема четырех красок и правильные раскраски графов	История вопроса, определение правильной раскраски, примеры раскрасок, хроматический многочлен и хроматическое число.	8	Изучение литературы	Рекомендуем ая литература. Ресурсы Интернет.	Опрос, тест, самостоите льная работа
Итого		60			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа

предметов	
-----------	--

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
УК-1	Пороговый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход	Контрольная работа, тест, опрос, задание для самостоятельной работы	Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания теста Шкала оценивания опроса Шкала оценивания задания для самостоятельной работы
		1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход Владеть способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Контрольная работа, тест, опрос, задание для самостоятельной работы	Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания теста Шкала оценивания опроса Шкала оценивания задания для самостоятельной работы
ПК-3	Пороговый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать основы формирования развивающей образовательной среды Уметь формировать развивающую	Контрольная работа, тест, опрос, задание для самостоятельной работы	Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания

			образовательную среду для достижения нужных результатов		теста Шкала оценивания опроса Шкала оценивания задания для самостоятельной работы
	Продвинутый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать основы формирования развивающей образовательной среды Уметь формировать развивающую образовательную среду для достижения нужных результатов Владеть способностью формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	Контрольная работа, тест, опрос, задание для самостоятельной работы	Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания теста Шкала оценивания опроса Шкала оценивания задания для самостоятельной работы

Описание шкал оценивания

Шкала оценивания задания для самостоятельной работы.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% всех заданий	0
Студент правильно выполнил 5 – 10% всех заданий	1
Студент правильно выполнил 11 – 20% всех заданий	2
Студент правильно выполнил 21 – 30% всех заданий	3
Студент правильно выполнил 31 – 40% всех заданий	4
Студент правильно выполнил 41 – 50% всех заданий	5
Студент правильно выполнил 51 – 60% всех заданий	6
Студент правильно выполнил 61 – 70% всех заданий	7
Студент правильно выполнил 71 – 80% всех заданий	8
Студент правильно выполнил 81 – 90% всех заданий	9
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех заданий	10
Всего (максимум)	10

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	Баллы
Студент решил задачу и показал полное и уверенное знание темы задания	5
Студент решил задачу, однако в решении имеются несущественные ошибки, недостатки и недочеты	4
Студент в целом решил задачу, но в решении имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	3
Студент не решил задачу, но имеются более двух правильных идей или подходов к решению задачи	2
Студент не решил задачу, но имеются только одна-две идеи или подходы к решению задачи	1
Студент не решил задачу и показал полное незнание темы задания	0
Всего (максимум)	40

Шкала оценивания устного опроса

Критерий оценивания	Баллы
Дан верный ответ на вопрос по лекционному материалу	1
Дан неверный ответ на вопрос по лекционному материалу	0
Максимальное количество баллов	1

Шкала оценивания теста

Критерий оценивания	Баллы
Дан верный ответ на вопрос теста (1-10)	1
Дан неверный ответ на вопрос теста	0
Максимальное количество баллов	1

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные задания к текущему контролю

Примерный список вопросов к экзамену:

1. Множества, основные операции теории множеств и их свойства с доказательствами.
2. Универсальное множество и дополнение множества.
3. Графические иллюстрации в теории множеств.
4. Декартово произведение множеств и его свойства с доказательствами.
5. Бинарное отношение и его свойства с доказательствами.
6. Отношение эквивалентности, примеры.
7. Разбиение множества и отношение эквивалентности на нем.
8. Теорема о связи отношения эквивалентности, заданного на множестве, и разбиения этого множества
9. Фактор-множество, примеры.
10. Отношение порядка, примеры.
11. Отображения, виды отображений, примеры.
12. Композиция отображений, свойства композиции с доказательствами.
13. Подстановки. Разложение подстановок в произведение независимых циклов.
14. Умножение подстановок и его свойства
15. Декремент и четность подстановок.

16. Высказывания и операции над ними.
17. Основные схемы логически правильных рассуждений.
18. Алгебра логики, логические функции.
19. Булева алгебра, примеры.
20. Предикат и формулы логики предикатов.
21. Кванторы, области действия кванторов.
22. Доказательства в математике.
23. Основные определения теории графов.
24. Степень вершины. Лемма о рукопожатиях с доказательством.
25. Теорема о сумме степеней вершин графа с доказательством и ее следствие.
26. Графы и бинарные отношения.
27. Виды графов, примеры.
28. Способы задания графов, примеры.
29. Операции над графиками, примеры.
30. Определения маршрутов, цепей, циклов. Примеры.
31. Алгоритмы нахождения кратчайших цепей.
32. Пути во взвешенных ориентированных графах.
33. Алгоритм нахождения максимального пути.
34. Цикломатическое число. Деревья, каркасы.
35. Нахождение фундаментальных циклов.
36. Эйлеровы графы, критерий эйлерова графа.
37. Гамильтоновы графы, достаточные условия.
38. Задачи, связанные с поиском гамильтоновых графов.
39. Плоские и планарные графы.
40. Теорема Эйлера и ее следствия.
41. Раскраски графов.

Примерные вопросы для устного опроса:

1. Перечислите основные операции над множествами.
2. Сформулируйте основные свойства операций над множествами?
3. Опишите диаграммы Эйлера-Венна и их использование.
4. Какими свойствами могут обладать бинарные отношения на множестве?
5. Что такое разбиение множества и какова его роль?
6. Дайте определение отношения эквивалентности.
7. Какие виды отношений порядка существуют? Приведите примеры.
8. Какие отношения на паре множеств называются отображениями?
9. Дайте определение биективного отображения.
10. Дайте определение подстановки.
11. Как определяется умножение подстановок?
12. Какими свойствами обладает умножение подстановок?
13. Что такое транспозиция?
14. Докажите, что любую подстановку можно представить в виде произведения транспозиций.
15. Дайте определение высказываниям и логическим операциям с ними.
16. Что такое логическая формула?
17. Какие формулы называются тождественно истинными, тождественно ложными и выполнимыми?
18. Как проверить, какая формула дана?
19. Что такое логическая функция?
20. Дайте определение кванторов и опишите их использование.
21. Что такое доказательство в математике?
22. Сформулируйте правила вывода.
23. Обоснуйте метод доказательства от противного.

24. Перечислите существующие виды теорем.
25. Дайте определение необходимым и достаточным условиям.
26. Дайте определение графа.
27. Каково графическое представление графа?
28. Какие виды графа существуют?
29. Какими способами можно задать граф?
30. Что такое псевдограф, мультиграф, подграф?
31. Что такое степень вершины?
32. Какими свойствами обладает граф отношения эквивалентности?
33. Дайте определение связного графа. Назовите компоненты связности графа, их число.
34. Назовите число различных графов с n вершинами.
35. Что такое изоморфные графы?
36. Что такое путь, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл в графе?
37. Какие графы называются эйлеровыми? Сформулируйте критерий эйлерового графа.
38. Какие графы называются гамильтоновыми?
39. Дайте определение дерева.
40. Дайте определение правильной раскраски графа?
41. Что такое раскраска вершин и ребер графа?
42. Какой граф называется двудольным?
43. Какие графы называются плоскими и планарными?
44. Какие графы не являются планарными?
45. Опишите исторические задачи теории графов.

Примерный вариант теста. Элементы теории множеств и математической логики

1. Заданы множества $A=\{1,2,3\}$ и $B=\{1,2,3,4,5\}$. Верным для них будет утверждение:
 - a) множества A и B состоят из одинаковых элементов;
 - b) множества A и B равны;
 - c) множество A включает в себя множество B ;
 - d) множество A - подмножество множества B .
2. На факультете учатся студенты, имеющие домашний персональный компьютер и студенты, не имеющие домашнего персонального компьютера. Пусть A - множество всех студентов факультета; B - множество студентов факультета, имеющих домашний персональный компьютер. Тогда разностью $A \setminus B$ этих множеств будет ...
 - a) множество студентов факультета, не имеющих домашнего персонального компьютера;
 - b) множество всех студентов факультета;
 - c) множество студентов факультета, имеющих домашний персональный компьютер;
 - d) пустое множество.
3. Выберите такие множества A и B , где A является подмножеством B .
 - a) $A=\{1,2,5\}$ $B=\{1,2,3,4\}$;
 - b) $A=\{1,2,3,4\}$ $B=\{1,2,3\}$;
 - c) $A=\{1,2,4\}$ $B=\{1,2,4,5\}$.
4. Дано множество $A=\{34,68,136,272\}$. Чему равна мощность этого множества?
5. Если отношение задано неравенством: $4x-2y>0$, то данному отношению принадлежит следующая пара чисел:

a) $(-1,0)$;	b) $(1,1)$;
c) $(0,1)$;	d) $(0,-1)$.

6. Какие из следующих предложений не являются высказываниями?
- В созвездии Кассиопеи есть жизнь;
 - 2 – четное число;
 - город Париж находится в Азии;
 - $3 > 5$.

7. Выберите правильный вариант:

- $\forall x B = \forall x(A \vee B)$;
- $(\forall x A \vee \forall x B) = (A \vee B)$;
- $(\forall x A \vee \forall x B) = \forall x(A \vee B)$;
- $(\forall x A \vee \forall x B) = B$.

8. Выражение $A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \models B \Rightarrow (A \Rightarrow C)$ это правило:

- отрицания;
- перестановки посылок;
- силлогизма;
- соединения посылок.

9. Примером выполнимой формулы является:

- $\forall x A(x, y, b1)$;
- $A \rightarrow B$;
- $A \equiv B$;
- $\vdash A$.

Примерный вариант контрольной работы

Контрольная работа 1. Основы теории множеств

- Составить таблицу истинности для высказывания: $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\bar{B} \Rightarrow \bar{A})$.
- Проверьте равносильность: $A \& \bar{B} \Rightarrow \bar{C} = \bar{A} \vee B \vee \bar{C}$.
- Установите, находятся ли в отношении логического следования предложения А и В, если: а) А – «Число х – четное», В – «число х кратно 7»; б) А – «В четырехугольнике ABCD диагонали равны», В – «Четырехугольник ABCD – прямоугольник».
- Даны множества $A = \{x \mid -2 < x \leq 3,1; x \in R\}$ и $B = \{x \mid 1 < x \leq 6,4; x \in R\}$. Найти и изобразить на числовой прямой множества $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$. Рисунки сопроводить соответствующими записями. На координатной плоскости изобразить $A \times B$.
- Расположите следующие множества так, чтобы каждое из них было подмножеством следующего $(K \cap F) \cup M$, $M \cap K$, $M \cap (K \setminus F)$, $M \cap (F \cup K)$.
- В группе 9 человек – 4 девушки и 5 юношей. Нужно сформировать команду из 4-ех человек так, чтобы в ее составе было не менее 2-х девушек. Сколько существует различных вариантов формирования команды?
- Из 100 человек английский язык изучают 28, немецкий – 30, французский – 42, английский и немецкий 8, английский и французский – 10, немецкий и французский – 5. Все три языка изучают три студента. Сколько студентов изучает только один язык? Сколько студентов не изучает ни одного языка?

Контрольная работа 2. Элементы теории графов

- Изобразить все попарно неизоморфные 4-вершинные графы без петель и кратных ребер.

2. Существует ли 6-вершинный граф без петель и кратных ребер, имеющий такой набор степеней вершин: $(2, 2, 2, 4, 5, 5)$?
3. Доказать, что для всякого $n \geq 3$ существует n -вершинный связный граф без петель и кратных ребер, содержащий $n-1$ вершин с неравными друг другу степенями.
4. В государстве 100 городов, и из каждого из них выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?
5. Дан кусок проволоки длиной 120 см. Можно ли, не ломая проволоки, изготовить каркас куба с ребром 10 см?
6. Какое наименьшее число раз придется ломать проволоку, чтобы всё же изготовить требуемый каркас?
7. Границы некоторого многогранника раскрашены в два цвета так, что соседние грани имеют разные цвета. Известно, что все грани, кроме одной, имеют число рёбер, кратное 3. Доказать, что и эта одна грань имеет кратное 3 число рёбер.

Примерное задание для самостоятельной работы

(Задачи к экзаменационным билетам)

1. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9?
2. В государстве 100 городов, и из каждого из них выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?
3. Докажите, что в дереве есть вершина, из которой выходит ровно одно ребро (такая вершина называется висячей).
4. В классе 30 человек. Может ли быть так, что 9 из них имеют по 3 друга (в этом классе), 11 – по 4 друга, а 10 – по 5 друзей?
5. Докажите, что при удалении любого ребра из дерева оно превращается в несвязный граф.
6. а) Дан кусок проволоки длиной 120 см. Можно ли, не ломая проволоки, изготовить каркас куба с ребром 10 см?
б) Какое наименьшее число раз придется ломать проволоку, чтобы всё же изготовить требуемый каркас?
7. Границы некоторого многогранника раскрашены в два цвета так, что соседние грани имеют разные цвета. Известно, что все грани, кроме одной, имеют число рёбер, кратное 3. Доказать, что и эта одна грань имеет кратное 3 число рёбер.
8. В компании у каждого двух людей ровно пять общих знакомых. Докажите, что количество пар знакомых делится на 3.

Подсказка: Выразите количество троек попарно знакомых людей через количество пар знакомых.

9. 12 шахматистов сыграли турнир в один круг. Потом каждый из них написал 12 списков. В первом только он, в $(k+1)$ -м – те, кто были в k -м и те, у кого они выиграли. Оказалось, что у каждого шахматиста 12-й список отличается от 11-го. Сколько было ничьих?

10. Дано несколько белых и несколько чёрных точек. Из каждой белой точки идет стрелка в каждую чёрную, на каждой стрелке написано натуральное число. Известно, что если пройти по любому замкнутому маршруту, то произведение чисел на стрелках, идущих по направлению движения, равно произведению чисел на стрелках, идущих против направления движения. Обязательно ли тогда можно поставить в каждой точке натуральное число так, чтобы число на каждой стрелке равнялось произведению чисел на ее концах?

11. В стране Мера расположено несколько замков. Из каждого замка ведут три дороги. Из какого-то замка выехал рыцарь. Странствуя по дорогам, он из каждого замка, стоящего на его пути, поворачивает либо направо, либо налево по отношению к дороге, по которой приехал. Рыцарь никогда не сворачивает в ту сторону, в которую он свернул перед этим. Доказать, что когда-нибудь он вернётся в исходный замок.

12. Между зажимами А и В включено несколько сопротивлений. Каждое сопротивление имеет входной и выходной зажимы. Какое наименьшее число сопротивлений необходимо иметь и какова

может быть схема их соединения, чтобы при порче любых девяти сопротивлений цепь оставалась соединяющей зажимы А и В, но не было короткого замыкания? (Порча сопротивления: короткое замыкание или обрыв.)

13. В классе учится 15 мальчиков и 15 девочек. В день 8 Марта некоторые мальчики позвонили некоторым девочкам и поздравили их с праздником (никакой мальчик не звонил одной и той же девочке дважды). Оказалось, что детей можно единственным образом разбить на 15 пар так, чтобы в каждой паре оказались мальчик с девочкой, которой он звонил. Какое наибольшее число звонков могло быть сделано?

14. Докажите, что среди любых шести человек есть либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых.

15. За круглым столом сидят несколько гостей. Некоторые из них знакомы между собой; знакомство взаимно. Все знакомые каждого гостя (считая его самого) сидят вокруг стола через равные промежутки. (Для другого человека эти промежутки могут быть другими.) Известно, что каждые двое имеют хотя бы одного общего знакомого. Докажите, что все гости знакомы друг с другом.

16. В классе больше 32, но меньше 40 человек. Каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка – с пятью мальчиками. Сколько человек в классе?

17. Можно ли провести в городе 10 автобусных маршрутов и установить на них остановки так, что какие бы 8 маршрутов ни были взяты, найдётся остановка, не лежащая ни на одном из них, а любые 9 маршрутов проходят через все остановки.

18. Изобразить все попарно неизоморфные 4-вершинные графы без петель и кратных ребер.

19. Построить все попарно неизоморфные несвязные 5-вершинные графы, не имеющие петель, кратных ребер и изолированных вершин.

20. Изобразить все попарно неизоморфные 6-вершинные графы без петель и кратных ребер, состоящие из 4 компонент; 2) из 3 компонент; 3) из одной компоненты и имеющие 7 ребер и 2 висячие вершины.

21. Сколько существует попарно неизоморфных 6-вершинных графов без петель и кратных ребер со следующим набором степеней вершин: (2, 2, 3, 3, 3, 5)?

22. Сколько существует попарно неизоморфных, не имеющих петель и кратных ребер, кубических графов с 6 вершинами? Есть ли среди них двудольные графы?

23. Существует ли 6-вершинный граф без петель и кратных ребер, имеющий такой набор степеней вершин: (2, 2, 2, 4, 5, 5)?

24. Выяснить, какие наборы степеней вершин могут быть у 6-вершинных связных графов без петель и кратных ребер, имеющих 7 ребер и содержащих вершину степени 2 и вершину степени 3. Для каждого допустимого набора степеней вершин построить пример соответствующего графа.

25. Показать, что в любом графе без петель и кратных ребер, содержащем не менее 2 вершин, найдутся 2 вершины с одинаковыми степенями.

26. Доказать, что для всякого $p \geq 3$ существует p -вершинный связный граф без петель и кратных ребер, содержащий $p-1$ вершин с неравными друг другу степенями.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Общая оценка (100 баллов) складывается из оценки за текущий контроль (70 баллов), и оценки за промежуточную аттестацию (30 баллов).

За выполнение контрольных работ можно набрать 40 баллов.

За выполнение заданий для самостоятельной работы обучающийся может набрать максимально

10 баллов.

За ответ на вопросы опроса можно набрать 10 баллов.

За выполнение теста можно набрать 10 баллов.

Формой промежуточной аттестации является экзамен.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. На экзамен выносится материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания экзамена

Критерии оценивания	Баллы
Ставится, если студент обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание программного материала по дисциплине; обстоятельно анализирует структурную взаимосвязь рассматриваемых тем и разделов дисциплины; усвоил основную и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой, а также усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии; проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебного материала.	24-30
Ставится, если студент, обнаруживает полное знание программного материала, успешно выполняет предусмотренные в программе задания; усвоил основную литературу, рекомендованную в программе; показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей образовательной деятельности.	15-23
Ставится, если студент обнаруживает знание основного программного материала в объеме, необходимом для дальнейшего обучения и профессиональной деятельности; справляется с выполнением заданий, предусмотренных программой; знаком с основной литературой, рекомендованной программой; допускает погрешности непринципиального характера в ответе на экзамене.	6-14
Ставится в том случае, если студент обнаруживает пробелы в знаниях основного программного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.	0-5

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине выставляется по приведенной ниже шкале. При выставлении итоговой оценки преподавателем учитывается работа обучающегося в течение освоения дисциплины, а также оценка по промежуточной аттестации.

Количество баллов	Оценка по традиционной шкале
81-100	Отлично
61-80	Хорошо
41-60	Удовлетворительно
0-40	Неудовлетворительно

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Баврин, И.И. Дискретная математика: учебник и задачник для вузов. - М. : Юрайт, 2017. - 208с. – Текст: непосредственный
2. Гашков, С. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. — 3-е изд. — Москва : Юрайт, 2023. — 483 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/511483>
3. Поликанова, И. В. Дискретная математика : учебное пособие. — Барнаул : Алтайский государственный педагогический университет, 2020. — 168 с. — Текст : электронный. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/108878.html>

6.2. Дополнительная литература

1. Гисин, В. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов . — 2-е изд. — Москва : Юрайт, 2023. — 468 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/531659>
2. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / Д. С. Ананичев [и др]. — Москва : Юрайт, 2022. — 108 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/492307>
3. Иванов, Б. Н. Дискретная математика и теория графов : учебное пособие для вузов. — Москва : Юрайт, 2023. — 177 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/520078>
4. Кудрявцев, В. Б. Дискретная математика. Теория однородных структур : учебник для вузов / В. Б. Кудрявцев, А. С. Подколзин, А. А. Болотов. — 2-е изд. — Москва : Юрайт, 2023. — 295 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/513156>
5. Математический анализ и дискретная математика : учебное пособие для вузов / под ред. Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд. — Москва : Юрайт, 2023. — 300 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/515514>
6. Палий, И. А. Дискретная математика и математическая логика : учебное пособие для вузов. — 3-е изд. — Москва : Юрайт, 2023. — 370 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/515003>
7. Судоплатов, С. В. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд. — Москва : Юрайт, 2023. — 279 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/510824>
8. Таранников, Ю. В. Дискретная математика. Задачник : учебное пособие для вузов . — Москва : Юрайт, 2023. — 385 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/511496>

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ: <http://lib.mexmat.ru/>
2. Математическое бюро: Учебники по математическому анализу: <http://www.matburo.ru>
3. <http://www.library.mephi.ru/>
4. <http://ega-math.narod.ru/>
5. <http://neo-chaos.narod.ru/fikhtengolts.html>
6. <http://www.alleng.ru>
7. <http://www.twirpx.com>
8. <http://elibrary.ru>
9. <http://www.znanium.com>
10. <http://www.pedlib.ru>
11. <http://www.gnpbu.ru>
12. <http://www.rsl.ru/ru/s2/s101>
13. <http://lib.walla.ru>
14. <http://www.iqlib.ru>
15. Электронно-библиотечная система Лань <https://e.lanbook.com>
16. ООО «Электронное издательство Юрайт» <https://urait.ru>

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.
2. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы по дисциплинам.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

[fgosvo.ru – Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования](http://fgosvo.ru)

[pravo.gov.ru - Официальный интернет-портал правовой информации](http://pravo.gov.ru)

[www.edu.ru – Федеральный портал Российской образование](http://www.edu.ru)

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

OMC Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)

7-zip

Google Chrome

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;

- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.