

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

Дата подписания: 08.09.2025 11:10:19

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры

Протокол от «18» *августа* 20*25* г., № *5*

Зав. кафедрой *Кеч* /Кондратьева Г.В./

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)

Дифференциальные уравнения

Направление подготовки (специальности)

44.03.01 Педагогическое образование

Профиль (программа подготовки, специализация)

Математика

Москва

2025

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа
ПК – 1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
УК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основные понятия Уметь осуществлять поиск, анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Устный опрос, тест, конспект, доклад	Шкала, оценивания теста Шкала, оценивания конспекта Шкала, оценивания устного опроса, Шкала, оценивания доклада
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать понятия Уметь осуществлять творческий поиск, анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Устный опрос, тест, конспект, доклад	Шкала, оценивания теста Шкала, оценивания конспекта Шкала, оценивания устного опроса, Шкала, оценивания доклада

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ПК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основные понятия и теоремы Уметь решать изученные задачи	Устный опрос, тест, конспект, доклад	Шкала, оценивания теста Шкала, оценивания конспекта Шкала, оценивания устного опроса, Шкала, оценивания доклада
	Продвинутой	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать понятия и теоремы с доказательствами Уметь решать задачи, творчески используя полученные знания Владеть теоретическими знаниями и практическими умениями, применяя их в предметной области при решении профессиональных задач	Устный опрос, тест, конспект, доклад	Шкала, оценивания теста Шкала, оценивания конспекта Шкала, оценивания устного опроса, Шкала, оценивания доклада

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Знать: основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций

Примерные темы конспектов

1. Дифференциальные уравнения с разделёнными и разделяющимися переменными.
2. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и сводящиеся к ним уравнения.
3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянных.
4. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянных.
5. Уравнения Бернулли.
6. Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах.
7. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Уметь: осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий

Примерные вопросы устного опроса

1. Что такое общее и частное решения дифференциального уравнения, вырожденное решение?
2. В чём состоит задача Коши?
3. В чём состоит метод вариации постоянных?
4. Дать определение уравнения Бернулли.
5. Что такое линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения?
6. Что такое определитель Вронского и фундаментальная система решений?
7. Что такое характеристическое уравнение линейного дифференциального уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами?
8. Дать определение обыкновенного дифференциального уравнения n -го порядка.

Владеть: методами критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода, способами разработки стратегии действий

Примерные задания теста.

1. Определите тип дифференциального уравнения $(3x - 5x^2y^2)dx + (3y^2 - \frac{10}{3}x^3y)dy = 0$:

- | | |
|---|---|
| а) Уравнение с разделяющимися переменными | б) Линейное дифференциальное уравнение |
| в) Однородное дифференциальное уравнение | г) Дифференциальное уравнение в полных дифференциалах |

2. Укажите общее решение дифференциального уравнения $y'(x) - \frac{y}{x} = x^2$:

- а) $y = \frac{x^3}{3} + Cx$ б) $y = \frac{x^3}{2} + Cx$ в) $y = \frac{x^3}{2} + Cx^2$ г) $y = \frac{x}{2} + Cx^2$

3. Укажите решение задачи Коши $\sin x y'(x) - \cos x y = 1$, $y(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$:

а) $y = \sin x - 2 \cos x$

б) $y = 2 \sin x - 2 \cos x$

в) $y = 2 \sin x - \cos x$

г) $y = \sin x - 2 \cos x + x$

4. Общее решение дифференциального уравнения $y'(x) = \left(\frac{y-2}{x-1}\right)^2 + \frac{y-2}{x-1}$ имеет вид:

а) $y = 2 + C(x-1)$

б) $y = 2 + C(x-1) \ln |x-1|$

в) $y = 2 - \frac{C}{\ln |x-1|}$

г) $y = 2 - \frac{x-1}{\ln |x-1| + C}$

5. Укажите решение задачи Коши $(y^3 + \cos x)dx + (e^y + 3xy^2)dy = 0$, $y(0) = 0$:

а) $\cos x + xy^3 + e^y = 2$

б) $\sin x + x^2 y^3 + e^y = 1$

в) $\sin x + xy^3 + e^y = 1$

г) $\cos x + xy^3 - e^y = -1$

6. Укажите общее решение дифференциального уравнения $y''(x) - 3y'(x) + 2y = 30e^{-x}$:

а) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 5e^x$

б) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 5e^{-2x}$

в) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 5e^{2x}$

г) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 5e^{-x}$

7. Укажите решение задачи Коши $y''(x) + y(x) = 2(1-x)$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$:

а) $y = 2 \cos x + 2(1-x)$

б) $y = 2 \sin x + 2(1-x)$

в) $y = 2(1-x)$

г) $y = 2 \sin x - 2x$

8. Решение задачи Коши $y''(x) = 50y^3(x)$, $y(3) = 1$, $y'(3) = 5$ имеет вид:

а) $y = (x-2)^5$

б) $y = \frac{1}{5x-14}$

в) $y = e^{5(x-3)}$

г) $y = \frac{1}{16-5x}$

9. Общее решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x'(t) = 2x + y \\ y'(t) = 6x - 3y \end{cases}$ имеет вид:

а) $\begin{cases} x = C_1 e^{3t} + C_2 e^{-4t} \\ y = C_1 e^{3t} - 6C_2 e^{-4t} \end{cases}$

б) $\begin{cases} x = C_1 e^{2t} + C_2 e^{-3t} \\ y = C_1 e^{2t} - C_2 e^{-3t} \end{cases}$

в) $\begin{cases} x = C_1 e^t + C_2 e^{-t} \\ y = 3C_1 e^t - 2C_2 e^{-t} \end{cases}$

г) $\begin{cases} x = C_1 e^{4t} + C_2 e^{-2t} \\ y = C_1 e^{4t} + 5C_2 e^{-2t} \end{cases}$

Примерные темы докладов

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Общие понятия. Задача Коши. Общее и частное решения, интегральная кривая.
2. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка.

3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянных.
4. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Определитель Вронского системы решений и его свойства.
5. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Интеграл Коши. Импульсная функция Коши и её свойства.
6. Уравнения Эйлера. Сведение к линейным дифференциальным уравнениям с постоянными коэффициентами.
7. Краевые задачи. Функция Грина решения краевой задачи.
8. Устойчивость по Ляпунову системы дифференциальных уравнений. Функция Ляпунова.
9. Классификация точек покоя системы двух дифференциальных уравнений.

Промежуточная аттестация

ПК-1. Способен квалифицированно толковать правовые акты, в том числе в ситуациях наличия пробелов и коллизий норм прав

Знать:

содержание профессиональных задач, знать как осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

Уметь:

пользоваться языком математики;

вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий, логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения, адаптировать результаты изучения понятий и фактов алгебры и теории чисел к школьному образовательному процессу

Владеть:

научным стилем изложения содержания, навыками поиска, сбора, систематизации и использования информации, методами и приемами устного и письменного изложения предметного материала его жизненного цикла;

Примерные вопросы к экзамену

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Общие понятия. Общее и частное решения. Вырожденное решение.
2. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка.
3. Простейшие дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения с разделёнными и разделяющимися переменными.
4. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и сводящиеся к ним уравнения.
5. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянных.

6. Уравнения Бернулли. Метод вариации постоянных и метод сведения к линейному дифференциальному уравнению первого порядка.
7. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
8. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
9. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
10. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод построения общего решения по известному частному решению.
11. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Определитель Вронского системы решений и фундаментальная система решений.
12. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации постоянных построения общего решения по фундаментальной системе решений.
13. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и фундаментальная система решений.
14. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Структура общего решения.
15. Операторный метод решения линейных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.
16. Системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы. Задача Коши. Фазовое пространство системы, фазовые траектории, поле скоростей.
17. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши нормальных систем дифференциальных уравнений.
18. Метод исключений и метод интегрируемых комбинаций решения систем дифференциальных уравнений.
19. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица решений.
20. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Метод вариации постоянных построения общего решения по фундаментальной матрице решений.
21. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За выполнение теста обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За выполнения доклада обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За выполнения конспект обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания экзамена

Количество баллов	Критерии оценивания
0–5	С грубыми ошибками излагает теоретический материал, не владеет понятиями и терминологией, не отвечает на вопросы
6–11	Демонстрирует частичное воспроизведение изученного. Объясняет отдельные положения усвоенной теории. Не отвечает на большинство вопросов
12–21	Излагает теоретический материал, владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях.
22–27	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее. Отвечает на большинство вопросов.
28–30	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить теорию. Отвечает на все вопросы, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по пятибалльной системе	Оценка по стобалльной системе
---------------------------------------	--------------------------------------

5	отлично	81-100
4	хорошо	61-80
3	удовлетворительно	41-60
2	неудовлетворительно	0-40