Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 07.11.2025 13:09:59
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Согласовано
деканом физико-математического факультета
«28» февраля 2024 г.
____
/Кулешова Ю.Д./

Рабочая программа дисциплины

Избранные вопросы высшей математики

Направление подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль:
Математика и информатика

Квалификация
Бакалавр

Формы обучения
Очная, очно-заочная, заочная

Согласовано учебно-методической комиссией физико-математического факультета Протокол «28» февраля 2024 г. № 6 Председатель УМКом ____________ /Кулешова Ю.Д./	Рекомендовано кафедрой высшей алгебры, математического анализа и геометрии Протокол от «14» февраля 2024 г. № 6 Зав. кафедрой ____________ /Кондратьева Г.В./

Мытищи
2024

Авторы-составители:

Зверев Н.В.. кандидат физико-математических наук, доцент

Пинчук И.А., кандидат физико-математических наук, доцент

Рабочая программа дисциплины «Избранные вопросы высшей математики» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ России от 22.02.2018 г. № 125.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины:

Целями освоения дисциплины «Избранные вопросы высшей математики» является формирование у студентов общей математической культуры, овладение ими основными математическими понятиями и методами решения типовых заданий, так необходимыми учителю математики.

Задачи дисциплины:

1. Формирование у студентов основных представлений о развитии математики и математического образования.
2. Формирование у студентов умения оперировать с абстрактными объектами и быть корректными в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.
3. Закрепления знаний, умений и навыков, полученных в ходе изучения других дисциплин (математический анализ, алгебра и теория чисел, геометрия).
4. Способствовать процессу профессионального самоопределения и укрепления профессиональной идентификации.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Для освоения дисциплины «Избранные вопросы высшей математики» студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплин «Алгебра», «Геометрия» и «Математический анализ».

Изучение дисциплины «Избранные вопросы высшей математики» является естественным и существенным дополнением к данным дисциплинам. Далее, ряд разделов этой дисциплины содержат материалы, которые оказываются уместными и весьма полезными при изучении таких предметов, как «Теория графов» и «Теория функций действительного и комплексного переменного». Наконец, полученные в результате освоения данной дисциплины знания и методы можно использовать в дальнейшем в педагогической деятельности.

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов		
	Очная форма обучения	**Очно-заочная форма обучения**	**Заочная форма обучения**
Объем дисциплины в зачетных единицах	9	9	9
Объем дисциплины в часах	324	324	324
Контактная работа:	164,7	88,7	42,7
Лекции	72	38	18
Практические занятия	90	48	22
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2,7	2,7	2,7
Зачет	0,4	0,4	0,4
Предэкзаменационная консультация	2	2	2
Экзамен	0,3	0,3	0,3
Самостоятельная работа	134	210	256
Контроль	25,3	25,3	25,3

Форма промежуточной аттестации:

зачет (7, 8 семестр), экзамен (9 семестр) на очной форме обучения;

зачет (8, 9 семестр), экзамен (10 семестр) на очно-заочной форме обучения;

зачет (8, 9 семестр), экзамен (10 семестр) на заочной форме обучения.

3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения

Наименование разделов (тем) Дисциплины	Кол-во часов	
	Лекции	**Практические занятия**
	Семестр 7	

Тема 1. Криволинейные интегралы. Спрямляемость и длина дуги кривой. Криволинейные интегралы 1-го рода и 2-го рода: определение, теоремы о существовании, основные свойства, методы вычисления. Связь криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Остроградского – Грина.	4	4
Тема 2. Поверхностные интегралы. Площадь поверхности в пространстве. Поверхностные интегралы 1-го рода и 2-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, методы вычисления. Площадь поверхности вращения. Телесный угол. Связь поверхностных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Остроградского – Гаусса, формула Стокса. Независимость криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Потенциальное векторное поле.	9	9
Тема 3. Кривизна и кручение кривых. Кривая в пространстве, касательный вектор и натуральный параметр. Центр и радиус кривизны кривой. Кручение, формулы Френе. Главные кривизны поверхности. Гауссова кривизна, средняя кривизна. Вторая квадратичная форма поверхности.	5	5
Итого в семестре 7	**18**	**18**
	Семестр 8	
Тема 4. Исторический обзор обоснования геометрии. Элементы геометрии Лобачевского. Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Критика системы Евклида. Пятый постулат Евклида. Н.И. Лобачевский и его геометрия. Система аксиом Гильберта. Обзор следствий из аксиом групп I-II; I-V. Аксиома Лобачевского. Параллельные прямые по Лобачевскому. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского. Взаимное расположение двух прямых на плоскости Лобачевского. Окружность, эквидистанта и орицикл.	5	4
Тема 5. Обоснование евклидовой геометрии. Понятие о математической структуре. Непротиворечивость, независимость и полнота системы аксиом. Доказательство логической непротиворечивости геометрии Лобачевского. Система аксиом Гильберта. Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Луч, угол, отрезок. Равенство отрезков и углов. Длина отрезка. Аксиоматика А.В. Погорелова школьного курса геометрии. Об аксиомах школьного курса геометрии.	5	4
Тема 6. Линейные пространства. Подпространства. Определение и свойства линейного пространства. Арифметическое n-мерное линейное пространство. Базис и координаты вектора в базисе. Преобразование координат. Матрица перехода. Определение подпространства. Критерий подпространства. Подпространство решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Линейное многообразие.	4	5
Тема 7. Изоморфизм линейных пространств. Линейные операторы. Понятие и свойства изоморфизма линейных пространств. Теоремы об изоморфизме линейных пространств. Определение, свойства, примеры линейных операторов. Теорема о задании линейного оператора. Матрица линейного оператора в базисе. Связь матриц в различных базисах. Действия над линейными операторами.	4	5

Итого в семестре 8	**18**	**18**
	Семестр 9	
Тема 8. Обратные операторы. Понятие обратимости линейного оператора. Ядро и образ линейного оператора, ранг и дефект.	6	10
Тема 9. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Понятие собственного вектора и собственного значения линейного оператора. Характеристическое уравнение линейного оператора, его инвариантность. Критерий существования у линейного оператора матрицы диагонального вида. Линейные операторы с простым спектром.	12	11
Тема 10. Ортогональные системы векторов. Определение ортогональной системы векторов. Связь ортогональности с линейной зависимостью и независимостью. Ортогональные и ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации базиса. Ортогональное дополнение к подпространству.	8	11
Тема 11. Метрические задачи в евклидовом пространстве. Расстояние от точки до линейного многообразия в евклидовом пространстве. Наименьший угол между вектором и линейным подпространством.	4	11
Тема 12. Линейные преобразования евклидовых пространств. Понятие линейного преобразования евклидова пространства. Ортогональные преобразования.	6	11
Итого в семестре 9	**36**	**54**
Итого	**72**	**90**

Очно-заочная форма обучения

Наименование разделов (тем) Дисциплины	**Кол-во часов**	
	Лекции	**Практические занятия**
	Семестр 8	

Тема 1. Криволинейные интегралы. Спрямляемость и длина дуги кривой. Криволинейные интегралы 1-го рода и 2-го рода: определение, теоремы о существовании, основные свойства, методы вычисления. Связь криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Остроградского – Грина.	3	3
Тема 2. Поверхностные интегралы. Площадь поверхности в пространстве. Поверхностные интегралы 1-го рода и 2-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, методы вычисления. Площадь поверхности вращения. Телесный угол. Связь поверхностных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Остроградского – Гаусса, формула Стокса. Независимость криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Потенциальное векторное поле.	6	6
Тема 3. Кривизна и кручение кривых. Кривая в пространстве, касательный вектор и натуральный параметр. Центр и радиус кривизны кривой. Кручение, формулы Френе. Главные кривизны поверхности. Гауссова кривизна, средняя кривизна. Вторая квадратичная форма поверхности.	3	3
Итого в семестре 8	**12**	**12**
	Семестр 9	
Тема 4. Исторический обзор обоснования геометрии. Элементы геометрии Лобачевского. Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Критика системы Евклида. Пятый постулат Евклида. Н.И. Лобачевский и его геометрия. Система аксиом Гильберта. Обзор следствий из аксиом групп I-II; I-V. Аксиома Лобачевского. Параллельные прямые по Лобачевскому. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского. Взаимное расположение двух прямых на плоскости Лобачевского. Окружность, эквидистанта и орицикл.	2	3
Тема 5. Обоснование евклидовой геометрии. Понятие о математической структуре. Непротиворечивость, независимость и полнота системы аксиом. Доказательство логической непротиворечивости геометрии Лобачевского. Система аксиом Гильберта. Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Луч, угол, отрезок. Равенство отрезков и углов. Длина отрезка. Аксиоматика А.В. Погорелова школьного курса геометрии. Об аксиомах школьного курса геометрии.	2	3
Тема 6. Линейные пространства. Подпространства. Определение и свойства линейного пространства. Арифметическое n-мерное линейное пространство. Базис и координаты вектора в базисе. Преобразование координат. Матрица перехода. Определение подпространства. Критерий подпространства. Подпространство решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Линейное многообразие.	3	3
Тема 7. Изоморфизм линейных пространств. Линейные операторы. Понятие и свойства изоморфизма линейных пространств. Теоремы об изоморфизме линейных пространств. Определение, свойства, примеры линейных операторов. Теорема о задании линейного оператора. Матрица линейного оператора в базисе. Связь матриц в различных базисах. Действия над линейными операторами.	3	3

Итого в семестре 9	**10**	**12**
	Семестр 10	
Тема 8. Обратные операторы. Понятие обратимости линейного оператора. Ядро и образ линейного оператора, ранг и дефект.	3	4
Тема 9. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Понятие собственного вектора и собственного значения линейного оператора. Характеристическое уравнение линейного оператора, его инвариантность. Критерий существования у линейного оператора матрицы диагонального вида. Линейные операторы с простым спектром.	3	5
Тема 10. Ортогональные системы векторов. Определение ортогональной системы векторов. Связь ортогональности с линейной зависимостью и независимостью. Ортогональные и ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации базиса. Ортогональное дополнение к подпространству.	3	5
Тема 11. Метрические задачи в евклидовом пространстве. Расстояние от точки до линейного многообразия в евклидовом пространстве. Наименьший угол между вектором и линейным подпространством.	3	5
Тема 12. Линейные преобразования евклидовых пространств. Понятие линейного преобразования евклидова пространства. Ортогональные преобразования.	4	5
Итого в семестре 10	**16**	**24**
Итого	**38**	**48**

Заочная форма обучения

Наименование разделов (тем) Дисциплины	**Кол-во часов**	
	Лекции	**Практические занятия**
	Семестр 8	

Тема 1. Криволинейные интегралы. Спрямляемость и длина дуги кривой. Криволинейные интегралы 1-го рода и 2-го рода: определение, теоремы о существовании, основные свойства, методы вычисления. Связь криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Остроградского – Грина.	2	1
Тема 2. Поверхностные интегралы. Площадь поверхности в пространстве. Поверхностные интегралы 1-го рода и 2-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, методы вычисления. Площадь поверхности вращения. Телесный угол. Связь поверхностных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Остроградского – Гаусса, формула Стокса. Независимость криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Потенциальное векторное поле.	2	3
Тема 3. Кривизна и кручение кривых. Кривая в пространстве, касательный вектор и натуральный параметр. Центр и радиус кривизны кривой. Кручение, формулы Френе. Главные кривизны поверхности. Гауссова кривизна, средняя кривизна. Вторая квадратичная форма поверхности.	2	2
Итого в семестре 8	**6**	**6**
	Семестр 9	
Тема 4. Исторический обзор обоснования геометрии. Элементы геометрии Лобачевского. Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Критика системы Евклида. Пятый постулат Евклида. Н.И. Лобачевский и его геометрия. Система аксиом Гильберта. Обзор следствий из аксиом групп I-II; I-V. Аксиома Лобачевского. Параллельные прямые по Лобачевскому. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского. Взаимное расположение двух прямых на плоскости Лобачевского. Окружность, эквидистанта и орицикл.	1	1
Тема 5. Обоснование евклидовой геометрии. Понятие о математической структуре. Непротиворечивость, независимость и полнота системы аксиом. Доказательство логической непротиворечивости геометрии Лобачевского. Система аксиом Гильберта. Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Луч, угол, отрезок. Равенство отрезков и углов. Длина отрезка. Аксиоматика А.В. Погорелова школьного курса геометрии. Об аксиомах школьного курса геометрии.	1	1
Тема 6. Линейные пространства. Подпространства. Определение и свойства линейного пространства. Арифметическое n-мерное линейное пространство. Базис и координаты вектора в базисе. Преобразование координат. Матрица перехода. Определение подпространства. Критерий подпространства. Подпространство решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Линейное многообразие.	2	2
Тема 7. Изоморфизм линейных пространств. Линейные операторы. Понятие и свойства изоморфизма линейных пространств. Теоремы об изоморфизме линейных пространств. Определение, свойства, примеры линейных операторов. Теорема о задании линейного оператора. Матрица линейного оператора в базисе. Связь матриц в различных базисах. Действия над линейными операторами.	2	2

Итого в семестре 9	**6**	**6**
	Семестр 10	
Тема 8. Обратные операторы. Понятие обратимости линейного оператора. Ядро и образ линейного оператора, ранг и дефект.	2	1
Тема 9. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Понятие собственного вектора и собственного значения линейного оператора. Характеристическое уравнение линейного оператора, его инвариантность. Критерий существования у линейного оператора матрицы диагонального вида. Линейные операторы с простым спектром.	1	3
Тема 10. Ортогональные системы векторов. Определение ортогональной системы векторов. Связь ортогональности с линейной зависимостью и независимостью. Ортогональные и ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации базиса. Ортогональное дополнение к подпространству.	1	2
Тема 11. Метрические задачи в евклидовом пространстве. Расстояние от точки до линейного многообразия в евклидовом пространстве. Наименьший угол между вектором и линейным подпространством.	1	2
Тема 12. Линейные преобразования евклидовых пространств. Понятие линейного преобразования евклидова пространства. Ортогональные преобразования.	1	2
Итого в семестре 10	**6**	**10**
Итого	**18**	**22**

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	**Изучаемые вопросы**	**Кол-во часов**			**Формы самостоятельной работы**	**Методическое обеспечение**	**Формы отчетности**
		Очная форма обучения	**Очно-заочная форма обучения**	**Заочная форма обучения**			
		Семестр 7	**Семестр 8**	**Семестр 8**			

Тема 1. Криволинейные интегралы.	Спрямляемость и длина дуги кривой. Криволинейные интегралы 1-го рода и 2-го рода: определение, теоремы о существовании, основные свойства, методы вычисления. Связь криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Остроградского – Грина.	9	25	20	Изучение научно - методической литературы	Рекомендуемая научно - методическая литература, сеть Интернет	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 2. Поверхностные интегралы.	Площадь поверхности в пространстве. Поверхностные интегралы 1-го рода и 2-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, методы вычисления. Площадь поверхности вращения. Телесный угол. Связь поверхностных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Остроградского – Гаусса, формула Стокса. Независимость криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Потенциальное векторное поле.	9	25	43	Изучение научно - методической литературы	Рекомендуемая научно - методическая литература, сеть Интернет	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 3. Кривизна и кручение кривых.	Кривая в пространстве, касательный вектор и натуральный параметр. Центр и радиус кривизны кривой. Кручение, формулы Френе. Главные кривизны поверхности. Гауссова кривизна, средняя кривизна. Вторая квадратичная форма поверхности.	10	26	25	Изучение научно - методической литературы	Рекомендуемая научно - методическая литература, сеть Интернет	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Итого в семестре 7 / семестре 8 / семестре 8		**28**	**76**	**88**			
		Семестр 8	**Семестр 9**	**Семестр 9**			
Тема 4. Исторический обзор обоснования геометрии. Элементы	Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Критика системы Евклида. Пятый постулат Евклида. Н.И. Лобачевский и его геометрия. Система аксиом Гильберта. Обзор следствий из аксиом групп I-II; I-V. Аксиома Лобачевского. Параллельные прямые по Лобачевскому. Треугольники и	7	20	22	Изучение научно - методической литературы	Рекомендуемая научно - методическая литература, сеть	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная

геометрии Лобачевского.	четырехугольники на плоскости Лобачевского. Взаимное расположение двух прямых на плоскости Лобачевского. Окружность, эквидистанта и орицикл.					Интернет	работа
Тема 5. Обоснование евклидовой геометрии.	Понятие о математической структуре. Непротиворечивость, независимость и полнота системы аксиом. Доказательство логической непротиворечивости геометрии Лобачевского. Система аксиом Гильберта. Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Луч, угол, отрезок. Равенство отрезков и углов. Длина отрезка. Аксиоматика А.В. Погорелова школьного курса геометрии. Об аксиомах школьного курса геометрии.	7	20	22	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 6. Линейные пространства. Подпространства.	Определение и свойства линейного пространства. Арифметическое n-мерное линейное пространство. Базис и координаты вектора в базисе. Преобразование координат. Матрица перехода. Определение подпространства. Критерий подпространства. Подпространство решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Линейное многообразие.	7	19	22	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 7. Изоморфизм линейных пространств. Линейные операторы.	Понятие и свойства изоморфизма линейных пространств. Теоремы об изоморфизме линейных пространств. Определение, свойства, примеры линейных операторов. Теорема о задании линейного оператора. Матрица линейного оператора в базисе. Связь матриц в различных базисах. Действия над линейными операторами.	7	19	22	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Итого в семестре 8 / семестре 9 / семестре 9		**28**	**78**	**88**			
		Семестр 9	**Семестр 10**	**Семестр 10**			

Тема 8. Обратные операторы.	Понятие обратимости линейного оператора. Ядро и образ линейного оператора, ранг и дефект.	15	11	16	Изучение научно - методической литературы	Рекомендуемая научно - методическая литература, сеть Интернет	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 9. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	Понятие собственного вектора и собственного значения линейного оператора. Характеристическое уравнение линейного оператора, его инвариантность. Критерий существования у линейного оператора матрицы диагонального вида. Линейные операторы с простым спектром.	15	12	16	Изучение научно - методической литературы	Рекомендуемая научно - методическая литература, сеть Интернет	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 10. Ортогональные системы векторов.	Определение ортогональной системы векторов. Связь ортогональности с линейной зависимостью и независимостью. Ортогональные и ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации базиса. Ортогональное дополнение к подпространству.	16	11	16	Изучение научно - методической литературы	Рекомендуемая научно - методическая литература, сеть Интернет	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 11. Метрические задачи в евклидовом пространстве.	Расстояние от точки до линейного многообразия в евклидовом пространстве. Наименьший угол между вектором и линейным подпространством.	16	11	16	Изучение научно - методической литературы	Рекомендуемая научно - методическая литература, сеть Интернет	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 12. Линейные преобраз	Понятие линейного преобразования евклидова пространства. Ортогональные преобразования.	16	11	16			

ования евклидовых пространств.							
Итого в семестре 9 / семестре 10 / семестре 10		**78**	**56**	**80**			
Итого		**134**	**210**	**256**			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ПК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать основные понятия и теоремы Уметь решать изученные задачи	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа.	Шкала оценивания домашнего задания. Шкала оценивания устного опроса. Шкала оценивания контрольной работы.
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: понятия и теоремы с доказательствами. Уметь: решать задачи, творчески используя полученные знания. Владеть: теоретическими знаниями и	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа	Шкала оценивания домашнего задания. Шкала оценивания устного опроса. Шкала оценивания

Оценива емые компете нции	Уровень сформиро-ванности	Этап формирова ния	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
			практическими умениями, применяя их в предметной области при решении профессиональных задач.		контрольной работы.

Шкала оценивания домашнего задания

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 10% домашнего задания	0
Студент правильно выполнил 11 – 20% домашнего задания	1
Студент правильно выполнил 21 – 40% домашнего задания	2
Студент правильно выполнил 41 – 60% домашнего задания	3
Студент правильно выполнил 61 – 80% домашнего задания	4
Студент правильно выполнил 81 – 100% домашнего задания	5

Шкала оценивания устного опроса

Критерий оценивания	Баллы
Студент ответил на вопрос и показал полное и уверенное знание темы	5
Студент ответил на вопрос, однако в ответе присутствуют несущественные ошибки, недостатки и недочёты	4
Студент в целом ответил на вопрос, но в ответе имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	3
Студент не ответил на вопрос, но имеются более двух правильных идей или подходов к правильному ответу	2
Студент не ответил на вопрос, но имеются только одна-две идеи или подходы к правильному ответу	1
Студент не ответил на вопрос и показал полное незнание темы задания	0

Шкала оценивания контрольной работы

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 2% всех заданий	0
Студент правильно выполнил 3 – 5% всех заданий	1
Студент правильно выполнил 6 – 10% всех заданий	2
Студент правильно выполнил 11 – 15% всех заданий	3
Студент правильно выполнил 16 – 20% всех заданий	4
Студент правильно выполнил 21 – 25% всех заданий	5
Студент правильно выполнил 26 – 30% всех заданий	6
Студент правильно выполнил 31 – 35% всех заданий	7
Студент правильно выполнил 36 – 40% всех заданий	8
Студент правильно выполнил 41 – 45% всех заданий	9
Студент правильно выполнил 46 – 50% всех заданий	10
Студент правильно выполнил 51 – 55% всех заданий	11
Студент правильно выполнил 56 – 60% всех заданий	12

Студент правильно выполнил 61 – 65% всех заданий	13
Студент правильно выполнил 66 – 70% всех заданий	14
Студент правильно выполнил 71 – 75% всех заданий	15
Студент правильно выполнил 76 – 80% всех заданий	16
Студент правильно выполнил 81 – 85% всех заданий	17
Студент правильно выполнил 86 – 90% всех заданий	18
Студент правильно выполнил 91 – 95% всех заданий	19
Студент правильно выполнил 96 – 100% всех заданий	20

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные домашние задания

Семестр 7 (очная форма обучения), семестр 8 (очно-заочная и заочная формы обучения)

1. Вычислить криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода:
   а) $\int\limits_{\Gamma} y\,\mathrm{d}x - 3x\,\mathrm{d}y$, где $\Gamma = \{x = \sin t,\ y = \cos t,\ 0 \le t \le \pi\}$, обход контура по возрастанию t;
   б) $\int\limits_{\Gamma} x^2 \mathrm{d}l$, где $\Gamma = \left\{x = \sqrt{8}\cos t,\ y = \sqrt{8}\sin t,\ z = t,\ 0 \le t \le \pi\right\}$;
   в) $\int\limits_{\Gamma} xy^3 \mathrm{d}y$, где $\Gamma = \left\{y = (x^2+1)^{1/4},\ 0 \le x \le 2\right\}$, обход контура по возрастанию x;
   г) $\int\limits_{\Gamma} \mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}l$, где $\Gamma = \left\{x = \ln(1+t^2),\ y = 2\operatorname{arctg} t - t,\ 0 \le t \le 1\right\}$.

2. Вычислить поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода:
   а) $\iint\limits_{\sigma} \mathrm{d}z\,\mathrm{d}x$, где $\sigma = \{x + 3y + z = 5,\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0\}$, нормаль $\vec{n}$ к σ образует острый угол с осью OY; б) $\iint\limits_{\sigma} z\,\mathrm{d}S$, где $\sigma = \{x + y + z = 3,\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0\}$;
   в) $\iint\limits_{\sigma} z^3 \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, где $\sigma = \left\{x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0\right\}$, нормаль $\vec{n}$ к σ образует острый угол с осью OZ; г) $\iint\limits_{\sigma} z^2 \mathrm{d}S$, где $\sigma = \left\{x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ y \ge x\sqrt{3} \ge 0,\ z \ge 0\right\}$.

3. Вычислить поверхностный интеграл 2-го рода через поверхность σ, являющуюся границей фигуры H, если нормаль к σ внешняя:
   а) $\oiint\limits_{\sigma} x^3 \mathrm{d}y\mathrm{d}z + 2x^2 y\,\mathrm{d}z\mathrm{d}x + (2x-1)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, $H = \left\{x^2 + y^2 \le 1,\ 0 \le z \le 1\right\}$;
   б) $\oiint\limits_{\sigma} x^2 \mathrm{d}y\mathrm{d}z + x\,\mathrm{d}z\mathrm{d}x + xz\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, $H = \left\{x^2 + y^2 \le z \le 1,\ x \ge 0,\ y \ge 0\right\}$.

4. Найти потенциал $U(x, y, z)$ векторного поля $\vec{F} = \{P(x,y,z), Q(x,y,z), R(x,y,z)\}$, если:
   а) $P(x,y,z) = 2xyz + z^3$, $Q(x,y,z) = x^2 z + 3y^2 z^2$, $R(x,y,z) = x^2 y + 2y^3 z + 3xz^2$;
   б) $P(x,y,z) = 6xy - 2x$, $Q(x,y,z) = 3x^2 - 2z$, $R(x,y,z) = 1 - 2y$.

5. Найти кривизну и кручение кривых в трехмерном пространстве:

а) $\vec{r} = \mathrm{e}^{t}\{\sin t, \cos t, 1\}$; б) $\vec{r} = a\{\operatorname{ch} t, \operatorname{sh} t, t\}$ $(a > 0)$; в) $\vec{r} = \{\cos^3 t, \sin^3 t, \cos 2t\}$.

6. Вычислить гауссову и среднюю кривизны поверхности:

а) $z = f(x) + g(y)$; б) $\vec{r} = \{u\cos \mathrm{v}, u\sin \mathrm{v}, a\mathrm{v}\}$ $(a > 0)$.

Семестр 8(очная форма обучения), семестр 9 (очно-заочная и заочная формы обучения)

1. Докажите свойства параллельных прямых:

   а) если прямая a параллельна прямой b в заданном направлении, то прямая b также параллельна a в том же направлении;

   б) две прямые, параллельные третьей в одном и том же направлении, параллельны между собой в том же направлении.

2. Докажите, что в системе аксиом Гильберта каждое из следующих предложений эквивалентно аксиоме параллельности:

   а) сумма внутренних углов треугольника равна двум прямым;

   б) если различные прямые a и b не перпендикулярны, то перпендикуляр, проведённый в любой точке прямой a, пересекает прямую b;

   в) каковы бы ни были три различные прямые, всегда существует прямая, отличная от данных прямых и пересекающая все три прямые в трех различных точках.

3. Используя аксиоматику Вейля, докажите:

   а) теорему о средней линии треугольника; б) теорему косинусов; в) теорему синусов;

   г) теорему о двух перпендикулярах; д) теорему о трёх перпендикулярах.

4. Найти базисы суммы и пересечения линейных подпространств, натянутых на системы векторов **a** и **b**:

   а) $\mathbf{a}_1 = (1, 2, 1)$, $\mathbf{a}_2 = (1, 1, -1)$, $\mathbf{a}_3 = (1, 3, 3)$; $\mathbf{b}_1 = (2, 3, -1)$, $\mathbf{b}_2 = (1, 2, 2)$, $\mathbf{b}_3 = (1, 1, -3)$.

   б) $\mathbf{a}_1 = (1, 2, 1, -2)$, $\mathbf{a}_2 = (2, 3, 1, 0)$, $\mathbf{a}_3 = (1, 2, 2, -3)$; $\mathbf{b}_1 = (1, 1, 1, 1)$, $\mathbf{b}_2 = (1, 0, 1, -1)$, $\mathbf{b}_3 = (1, 3, 0, -4)$.

5. Найти матрицу **A** линейного оператора f линейного пространства $\mathbf{R}^3$ в стандартном базисе, если для любого $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3$ значение $f(\mathbf{x})$ равно

   а) $f(\mathbf{x}) = (x_2, x_3, x_1 + 2x_2)$; б) $f(\mathbf{x}) = (5x_1 + 2x_2 - x_3, 0, x_1 + x_3)$; в) $f(\mathbf{x}) = (x_2, x_3, x_1 + x_2)$.

6. Пусть $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3$. Является ли оператор $f(\mathbf{x})$ линейным?

   а) $f(\mathbf{x}) = (x_1 - x_2, x_2 - x_3, x_3 - x_1)$; б) $f(\mathbf{x}) = (|x_1|, x_2 + x_3, x_2 - x_3)$; в) $f(\mathbf{x}) = (x_2^3, x_3, x_1)$;

   г) $f(\mathbf{x}) = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 1, x_2^4 + 2x_3)$; д) $f(\mathbf{x}) = (x_1 + 3x_2 - 2x_3, x_1 + x_2 - x_3, 5x_2 + 6x_3)$.

7. Используя свойство сохранения ранга при изоморфном отображении, найти ранг следующих систем векторов в соответствующих пространствах:

   а) $\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$.

   б) $f_1(x) = 1 + 2x + x^2 + 2x^3$, $f_2(x) = -1 + 3x + 4x^2 + 5x^3$, $f_3(x) = -5 + 2x^2 + 3x^3$.

Семестр 9 (очная форма обучения), семестр 10 (очно-заочная и заочная формы обучения)

1. Линейное преобразование f в некотором базисе задано матрицей **A**. Найти в этом базисе матрицу обратного линейного преобразования f^{-1}, если

а) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1&3&4\\0&1&5\\0&0&-1\end{pmatrix}$; б) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}0&1&0\\-1&4&0\\-3&2&1\end{pmatrix}$; в) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&6&5\\1&0&0\end{pmatrix}$. г) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&8\end{pmatrix}$.

2. Найти собственные значения и собственные векторы линейных преобразований f, заданных в некотором базисе матрицами **A**:

а) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}$; б) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}0&1&0\\-4&4&0\\-2&1&2\end{pmatrix}$; в) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}4&-5&2\\5&-7&3\\6&-9&4\end{pmatrix}$; г) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}2&-1&2\\5&-3&3\\-1&0&-2\end{pmatrix}$.

3. Проверить, что векторы следующих систем попарно ортогональны, и дополнить их до ортонормированных базисов:

а) $\mathbf{a}_1=(1,-2,2,-3)$; $\mathbf{a}_2=(2,-3,2,4)$. б) $\mathbf{a}_1=(1,1,1,2)$; $\mathbf{a}_2=(1,2,3,-3)$.

в) $\mathbf{a}_1=(2,1,2)$; $\mathbf{a}_2=(1,2,-2)$. г) $\mathbf{a}_1=(1,1,1,1)$; $\mathbf{a}_2=(1,1,-1,-1)$.

4. Найти расстояние от точки, заданной вектором **x**, до линейного многообразия, заданного системой уравнений:

а) $\mathbf{x}=(4,2,-5,1)$; $\begin{cases}2x_1-2x_2+x_3+2x_4=9,\\2x_1-4x_2+2x_3+3x_4=12.\end{cases}$ б) $\mathbf{x}=(2,4,-4,2)$; $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3-x_4=1,\\x_1+3x_2+x_3-3x_4=2.\end{cases}$

5. Привести симметричную матрицу **A** к виду $\mathbf{A}=\mathbf{QDQ}^{-1}$, где **D** – диагональная матрица, а **Q** – ортогональная матрица, если

а) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1&3\\3&9\end{pmatrix}$; б) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}-2&2&-3\\2&2&2\\-3&2&-2\end{pmatrix}$; в) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1&1&3\\1&1&-3\\3&-3&3\end{pmatrix}$; г) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}-3&1&4\\1&9&2\\4&2&3\end{pmatrix}$.

Примерные задания контрольной работы

Семестр 7 (очная форма обучения), семестр 8 (очно-заочная и заочная формы обучения)

1. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода $\int_\Gamma y\cos x\,\mathrm{d}l$, где $\Gamma=\{y=\sin x,\ 0\le x\le \pi/2\}$.
2. Вычислить криволинейный интеграл II-го рода $\int_\Gamma x^{-1}\mathrm{d}y+y\,\mathrm{d}x+y^{-1}\mathrm{d}z$, где

   $\Gamma=\{x=t^2,\ y=t^3,\ z=t^4,\ 1\le t\le 2\}$, обход контура по возрастанию t.
3. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода $\iint_\sigma \mathrm{d}S$, где $\sigma=\{x+y+z=2,\ y\ge x\ge 0,\ z\ge 0\}$.
4. Вычислить поверхностный интеграл 2-го рода $\iint_\sigma z^2\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, где

   $\sigma=\{z=\sqrt{x^2+y^2},\ x\le 0,\ y\ge 0,\ z\le 1\}$, нормаль $\bar{n}$ к σ образует острый угол с осью OZ.

5. Вычислить поверхностный интеграл 2-го рода $\iint_{\sigma} x^2 \mathrm{d}y\mathrm{d}z + y^2 \mathrm{d}z\mathrm{d}x + z^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y$ через поверхность σ, являющуюся границей фигуры $H = \{x + y \le 1,\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ 0 \le z \le 1\}$. Нормаль к σ внешняя.
6. Найти потенциал $U(x, y, z)$ векторного поля $\vec{F} = \{2xyz + z^3,\ x^2 z + 3y^2 z^2,\ x^2 y + 2y^3 z + 3xz^2\}$.
7. Найти кривизну и кручение кривой в трехмерном пространстве $\vec{r} = \{a\cos t,\ a\cos t,\ bt\}$, где $a > 0$ и $b \ne 0$.

Семестр 8 (очная форма обучения), семестр 9 (очно-заочная и заочная формы обучения)

1. Докажите неравенство треугольника, используя аксиоматику Вейля.
2. Докажите на основании аксиом I – III аксиоматики Д. Гильберта теорему о равенстве вертикальных углов.
3. Используя аксиоматику Вейля, докажите, что в евклидовой геометрии не существует прямой, пересекающей все стороны треугольника.
4. Докажите теорему о сумме углов треугольника в аксиоматике А.Д. Александрова.
5. Найти матрицу перехода от базиса $\mathbf{e}_1 = (1, 2, 1)$, $\mathbf{e}_1 = (2, 3, 3)$, $\mathbf{e}_1 = (3, 7, 1)$ линейного пространства к базису $\mathbf{g}_1 = (3, 1, 4)$, $\mathbf{g}_2 = (5, 2, 1)$, $\mathbf{g}_3 = (1, 1, -6)$ этого пространства.
6. Найти базисы суммы и пересечения линейных подпространств, натянутых на системы векторов **a** и **b**: $\mathbf{a}_1 = (1, 2, 1, 3)$, $\mathbf{a}_2 = (1, 1, 1, 3)$, $\mathbf{a}_3 = (1, 0, 1, 3)$, $\mathbf{a}_4 = (3, -5, 7, 2)$; $\mathbf{b}_1 = (1, 1, 1, 1)$, $\mathbf{b}_2 = (3, 3, 3, 3)$.
7. Найти матрицу **A** линейного оператора f линейного пространства $\mathbf{R}^3$ в стандартном базисе, если для любого $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3$ значение $f(\mathbf{x})$ равно
$$f(\mathbf{x}) = (2x_1 + x_2,\ x_2 - 2x_3,\ 3x_1 - 4x_2 - 5x_3).$$
8. Найти матрицу **A** линейного оператора fg линейного пространства $\mathbf{R}^3$ в стандартном базисе, если для любого $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3$ значения $f(\mathbf{x})$ и $g(\mathbf{x})$ равны
$$f(\mathbf{x}) = (x_1 + x_2,\ x_2 + x_3,\ x_3 + x_1), \quad g(\mathbf{x}) = (x_2,\ x_3,\ x_1 + x_2 + x_3).$$

Семестр 9 (очная форма обучения), семестр 10 (очно-заочная и заочная формы обучения)

1. Линейное преобразование f в некотором базисе задано матрицей $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{pmatrix}$. Найти в этом базисе матрицу обратного линейного преобразования f^{-1}.
2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора f, заданного в некотором базисе матрицей $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.
3. Проверить, что векторы следующих систем попарно ортогональны, и дополнить их до ортонормированных базисов: $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 1, 2)$, $\mathbf{a}_2 = (2, 3, 5, -5)$.
4. Найти длины сторон и углы треугольника ABC в пространстве $\mathbf{R}^5$, если $A = (2, 4, 2, 4, 2)$, $B = (6, 4, 4, 4, 6)$, $C = (5, 7, 5, 7, 2)$.

5. Найти проекцию вектора $\mathbf{x} = (4, -1, -3, 4)$ на подпространство L и ортогональную составляющую вектора **x**, если $\mathrm{L} = \{(1,1,1,1),\ (1,2,2,-1),\ (1,0,0,3)\}$.
6. Привести симметричную матрицу $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ к виду $\mathbf{A} = \mathbf{QDQ}^{-1}$, где **D** – диагональная матрица, а **Q** – ортогональная матрица.

Примерные вопросы устного опроса

Семестр 7(очная форма обучения), семестр 8 (очно-заочная и заочная формы обучения)

1. Что такое спрямляемая кривая? Привести примеры спрямляемых кривых в пространстве.
2. Что такое криволинейный интеграл 1-го рода? Каково достаточное условие его существования?
3. Каковы основные свойства и как вычисляют криволинейные интегралы 1-го рода?
4. Что такое криволинейный интеграл 2-го рода?
5. Каковы основные свойства криволинейных интегралов 2-го рода? Как вычисляют криволинейные интегралы 2-го рода?
6. Что такое положительное (против часовой стрелки) и отрицательное (по часовой стрелке) направления обхода кривой на плоскости? Как выглядит формула Остроградского – Грина?
7. Как определяют площадь поверхности в пространстве?
8. Что такое поверхностный интеграл 1-го рода?
9. Каковы основные свойства и как вычисляют поверхностные интегралы 1-го рода?
10. Как вычисляют площадь боковой поверхности вращения?
11. Что такое телесный угол и как вычисляют меру телесного угла?
12. Что такое поверхностный интеграл 2-го рода?
13. Каковы основные свойства поверхностных интегралов 2-го рода? Как вычисляют поверхностные интегралы 2-го рода?
14. Что такое внешняя нормаль к поверхности, являющейся границей ограниченной трёхмерной фигуры? Как выглядит формула Остроградского – Гаусса?
15. Что означает направление обхода против часовой стрелки кривой в пространстве относительно нормали к поверхности? Как выглядит формула Стокса?
16. Каковы условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования?
17. Что такое потенциальное векторное поле?
18. Что такое касательный вектор и натуральный параметр кривой?
19. Как определяют центр и радиус кривизны кривой?
20. Что такое кручение и как выглядят формулы Френе?
21. Что такое гауссова кривизна и средняя кривизна поверхности?
22. Каково предназначение второй квадратичной формы поверхности?

Семестр 8(очная форма обучения), семестр 9 (очно-заочная и заочная формы обучения)

1. В геометрии каких групп аксиом вводятся понятия «отрезок», «треугольник», «направленная прямая»?
2. В геометрии каких групп аксиом вводятся понятия «больше», «меньше» для отрезков и углов, доказывается теорема о величине внешнего угла треугольника?
3. Можно ли понятие «движения» принять за основное понятие системы аксиом Гильберта? Если «да», то вместо какого понятия?
4. Какие понятия в аксиоматической теории называются основными?
5. В чем отличие предложений, выражающих аксиомы, от других предложений (теорем)

аксиоматической теории?
6. Как связаны абсолютная геометрия, евклидова геометрия и геометрия Лобачевского?
7. Входит ли в абсолютную геометрию следующее предположение: «Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним»?
8. Входит ли в абсолютную геометрию следующее предположение: «Все вписанные в окружность углы, стороны которых проходят через две данные точки окружности, а вершины лежат по одну сторону от прямой, соединяющей эти точки, равны»?
9. Что такое линейное пространство? Примеры линейных пространств.
10. Что такое базис, размерность и координаты вектора линейного пространства?
11. Что такое арифметическое n-мерное линейное пространство?
12. Что такое матрица перехода при переходе от одного базиса к другому базису линейного пространства?
13. Что такое подпространство линейного пространства? Критерий подпространства.
14. Что такое подпространство решений однородной системы линейных уравнений?
15. Что такое фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений? Что такое линейное многообразие?
16. Что такое изоморфизм линейных пространств, и каковы его свойства?
17. Формулировки теорем об изоморфизме линейных пространств.
18. Что такое линейный оператор? Примеры линейных операторов.
19. Как задаётся линейный оператор? Что такое матрица линейного оператора в базисе?
20. Как связаны матрицы линейного оператора в разных базисах?
21. Каковы основные действия над линейными операторами?

Семестр 9(очная форма обучения), семестр 10 (очно-заочная и заочная формы обучения)

1. Что такое обратимость линейного оператора?
2. Что такое ядро линейного оператора? Что такое образ линейного оператора?
3. Что такое ранг и дефект линейного оператора?
4. Что такое собственный вектор и собственное значение линейного оператора? Что такое спектр линейного оператора?
5. Что такое характеристическое уравнение линейного оператора, и в чём состоит его инвариантность?
6. Каков критерий существования у линейного оператора матрицы диагонального вида? Примеры линейных операторов с простым спектром.
7. Что такое ортогональная система векторов? Что такое ортонормированный базис?
8. Какова связь ортогональности с линейной зависимостью и независимостью?
9. В чём состоит процесс ортогонализации базиса? Что такое ортогональное дополнение к подпространству?
10. Что такое симметричный линейный оператор, и каковы его свойства?
11. Что такое ортогональный линейный оператор, и каковы его свойства?
12. Как привести матрицу симметричного оператора к диагональному виду?
13. Как найти расстояние от точки до линейного многообразия в евклидовом пространстве?
14. Как найти наименьший угол между вектором и линейным подпространством?
15. Что такое линейное преобразование евклидова пространства?
16. Что такое ортогональные преобразования евклидова пространства?

Примерные вопросы к зачету
Семестр 7(очная форма обучения), семестр 8 (очно-заочная и заочная формы обучения)

1. Спрямляемость и длина дуги кривой в трехмерном пространстве.
2. Определение, теорема о существовании и единственности и основные свойства криволинейного интеграла 1-го рода.
3. Определение и вычисление криволинейного интеграла 1-го рода.

4. Определение, теорема о существовании и единственности и основные свойства криволинейного интеграла 2-го рода.
5. Определение и вычисление криволинейного интеграла 2-го рода. Связь с криволинейным интегралом 1-го рода.
6. Криволинейный интеграл 2-го рода по границе плоской области. Направление обхода. Формула Остроградского – Грина.
7. Площадь поверхности в пространстве.
8. Определение, теорема о существовании и единственности и основные свойства поверхностного интеграла 1-го рода.
9. Определение и вычисление поверхностного интеграла 1-го рода.
10. Площадь поверхности вращения. Телесный угол.
11. Определение, теорема о существовании и единственности и основные свойства поверхностного интеграла 2-го рода.
12. Определение и вычисление поверхностного интеграла 2-го рода. Связь с поверхностным интегралом 1-го рода.
13. Поверхностный интеграл 2-го рода по границе фигуры в трёхмерном пространстве. Формула Остроградского – Гаусса.
14. Криволинейный интеграл 2-го рода по замкнутой кривой. Направление обхода. Формула Стокса.
15. Независимость криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Потенциальное векторное поле.
16. Кривая в пространстве, касательный вектор и натуральный параметр. Центр и радиус кривизны кривой. Кручение, формулы Френе.
17. Главные кривизны поверхности. Гауссова кривизна, средняя кривизна. Вторая квадратичная форма поверхности.

Семестр 8(очная форма обучения), семестр 9 (очно-заочная и заочная формы обучения)

1. Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида.
2. Критика системы Евклида. Пятый постулат Евклида.
3. Н.И. Лобачевский и его геометрия.
4. Система аксиом Гильберта. Обзор следствий из аксиом групп I-II; I-V.
5. Аксиома Лобачевского. Параллельные прямые по Лобачевскому.
6. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского.
7. Взаимное расположение двух прямых на плоскости Лобачевского. Окружность, эквидистанта и орицикл.
8. Понятие о математической структуре. Непротиворечивость, независимость и полнота системы аксиом.
9. Доказательство логической непротиворечивости геометрии Лобачевского.
10. Система аксиом Гильберта.
11. Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства.
12. Луч, угол, отрезок. Равенство отрезков и углов. Длина отрезка.
13. Аксиоматика А.В. Погорелова школьного курса геометрии. Об аксиомах школьного курса геометрии.
14. Определение и свойства линейного пространства. Арифметическое n-мерное линейное пространство.
15. Базис и координаты вектора в базисе. Преобразование координат. Матрица перехода.
16. Определение подпространства. Критерий подпространства. Подпространство решений однородной системы линейных уравнений.
17. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Линейное многообразие.

18. Понятие и свойства изоморфизма линейных пространств. Теоремы об изоморфизме линейных пространств.
19. Определение, свойства, примеры линейных операторов. Теорема о задании линейного оператора.
20. Матрица линейного оператора в базисе. Связь матриц в различных базисах.
21. Действия над линейными операторами.

Примерные вопросы к экзамену

1. Обратимые линейные операторы.
2. Ядро и образ линейного оператора, ранг и дефект.
3. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Спектр линейного оператора.
4. Характеристическое уравнение линейного оператора, его инвариантность (независимость от выбора базиса).
5. Критерий существования у линейного оператора матрицы диагонального вида.
6. Линейные операторы с простым спектром.
7. Ортогональные системы векторов.
8. Ортогональные и ортонормированные базисы.
9. Процесс ортогонализации базиса.
10. Ортогональное дополнение к подпространству.
11. Симметричные линейные операторы.
12. Ортогональные линейные операторы.
13. Приведение матрицы симметричного линейного оператора к диагональному виду.
14. Расстояние от точки до линейного многообразия в евклидовом пространстве.
15. Наименьший угол между вектором и линейным подпространством.
16. Понятие линейного преобразования евклидова пространства.
17. Ортогональные преобразования.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль - 70 баллов (при сдаче экзамена) / 80 баллов (при сдаче зачета)

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета, составляет 20 баллов, а при сдаче зачета с оценкой и экзамена – 30 баллов.

Для сдачи зачета или экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На зачет или экзамен выносится материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания зачёта

Количество баллов	Критерии оценивания
16 – 20	имеет место полное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий
12 – 15	имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать основные теоремы из

	лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий
8 – 11	имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики
0 – 7	имеет место неусвоение основных теорем и формул курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики

Итоговая шкала выставления оценки о дисциплине

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Зачтено
61 – 80	Зачтено
41 – 60	Зачтено
0 – 40	Не зачтено

Шкала оценивания экзамена

Количество баллов	Критерии оценивания
25 – 30	имеет место полное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий
19 – 24	имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий
13 – 18	имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики
0 – 12	имеет место неусвоение основных теорем и формул курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Отлично
61 – 80	Хорошо
41 – 60	Удовлетворительно
0 – 40	Неудовлетворительно

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09085-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/511024 (дата обращения: 01.03.2023).
2. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — 24-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-9078-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/184105 (дата обращения: 01.03.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Атанасян Л.С. Геометрия: учеб.пособие для вузов в 2-х ч. ч.2 / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд.,стереотип. – М.: Кнорус, 2015. – 424с. – Текст: непосредственный.
4. Атанасян Л.С. Геометрия: учеб.пособие для вузов в 2-х ч. ч.1 / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд.,стереотип. – М.: Кнорус, 2015. – 400с. – Текст: непосредственный.
5. Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии [Текст] : учеб.пособие для пед.ин-тов. ч.1 / Л.С. Атанасян, В.А. Атанасян. – М.: Просвещение, 1973. – 256 с. – Текст: непосредственный.
6. Ильин, В.А. Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 6-е изд., стереотип. – Москва : Физматлит, 2010. – 278 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974 (дата обращения: 27.10.2020). – ISBN 978-5-9221-0481-4. – Текст : электронный.
7. Кострикин, А.И. Введение в алгебру: учебник для вузов / А. И. Кострикин. - 2-е изд.,испр. - М. : Физматлит, 2004. - 272с. – Текст: непосредственный.
8. Фаддеев, Д. К. Лекции по алгебре: учебное пособие / Д. К. Фаддеев. — 7-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 416 с. — ISBN 978-5-8114-4867-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/126709 (дата обращения: 27.10.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

6.2. Дополнительная литература

1. Лунгу К.Н., Норин В.П., Письменный Д.Т., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. 2 курс / К.Н. Лунгу и др.; под ред. С.Н. Федина – 6-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2007. – 592 с., ил. – (Высшее образование).
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учебное пособие для вузов. – М.: Оникс, 2005. – 415 с.
3. Горшкова Л.С. Основания геометрии: учебное пособие для студентов педагогических вузов/ Л.С. Горшкова, М.В. Сорокина. – Пенза: Пензенский государственный педагогический университет им. В.Г. Белинского, 2009. – 144 с.
4. Артамонов В.А. и др. Сборник задач по алгебре / Под ред. А.И. Кострикина: Учебник для вузов. – Изд. 3-е, испр. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 464 с. – ISBN 5-9221-0020-3.
5. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 408 с.

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ: http://lib.mexmat.ru/
2. Математическое бюро: Учебники по математическому анализу: http://www.matburo.ru
3. http://www.library.mephi.ru/
4. http://ega-math.narod.ru/
5. http://neo-chaos.narod.ru/fikhtengolts.html

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.
2. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы по дисциплинам.
3. Методические рекомендации по написанию курсовой работы.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:
Microsoft Windows
Microsoft Office
Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:
Система ГАРАНТ
Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных
fgosvo.ru – Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования
pravo.gov.ru - Официальный интернет-портал правовой информации
www.edu.ru – Федеральный портал Российское образование

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства
ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)
7-zip
Google Chrome

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;

- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.