

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 18.08.2026 17:36:57

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,
математического анализа и геометрии

Протокол от «12» марта 2026 г., №8

Зав. кафедрой Г.В. Кондратьева /Кондратьева Г.В./

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине (модулю)

Линейная алгебра

Направление подготовки (специальности)

44.03.01 Педагогическое образование

Профиль (программа подготовки, специализация)

Информатика

Москва

2026

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

1.Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
УК-1	Пороговый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход	Контрольные работы, расчетные работы	Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания расчетной работы
	Продвинутой	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход Владеть способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Контрольные работы, тест, расчетные работы	Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания теста Шкала оценивания расчетной работы
ПК-3	Пороговый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать основы формирования развивающей образовательной среды Уметь формировать развивающую	Контрольные работы, расчетные работы	Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания

			образовательную среду для достижения нужных результатов		расчетной работы
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основы формирования развивающей образовательной среды Уметь формировать развивающую образовательную среду для достижения нужных результатов Владеть способностью формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	Контрольные работы, тест, расчетные работы	Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания теста Шкала оценивания расчетной работы

Описание шкал оценивания
Шкала оценивания расчетной работы.

Критерий оценивания	Баллы
Все задания выполнены правильно, обоснованы полученные результаты, оформлено по образцу, соответствует предъявляемым требованиям	10
Все задания выполнены правильно, но нет обоснования полученных результатов	7-9
Правильно выполнено 60%-70% всех заданий, но не обоснованы полученные результаты	6
Правильно выполнено 50% всех заданий, обоснованы полученные результаты	5
Правильно выполнено 50% всех заданий, обоснованы не все полученные результаты	2-4
Правильно выполнено менее 50% всех заданий, обоснованы полученные результаты	1
Правильно выполнено менее 50% всех заданий, не обоснованы полученные результаты	0
Максимальное количество баллов за одно задание	10

Шкала оценивания теста.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% всех заданий теста	0
Студент правильно выполнил 5 – 10% всех заданий теста	1

Студент правильно выполнил 11 – 20% всех заданий теста	2
Студент правильно выполнил 21 – 30% всех заданий теста	3
Студент правильно выполнил 31 – 40% всех заданий теста	4
Студент правильно выполнил 41 – 50% всех заданий теста	5
Студент правильно выполнил 51 – 60% всех заданий теста	6
Студент правильно выполнил 61 – 70% всех заданий теста	7
Студент правильно выполнил 71 – 80% всех заданий теста	8
Студент правильно выполнил 81 – 90% всех заданий теста	9
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех заданий теста	10
Всего (максимум)	10

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	Баллы
Студент решил задачу и показал полное и уверенное знание темы задания	5
Студент решил задачу, однако в решении имеются незначительные ошибки, недостатки и недочеты	4
Студент в целом решил задачу, но в решении имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочеты	3
Студент не решил задачу, но имеются более двух правильных идей или подходов к решению задачи	2
Студент не решил задачу, но имеются только одна-две идеи или подходы к решению задачи	1
Студент не решил задачу и показал полное незнание темы задания	0
Всего (максимум)	40

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Знать основы системного подхода

Задания для контрольных работ.

ТЕМА 1. Матрицы.

ЗАДАЧА №1. Найти возможную сумму матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

ЗАДАЧА №2. Найти возможные произведения матриц

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ЗАДАЧА №3. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

ЗАДАЧА №4. Решить уравнение $A \bullet X = B$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, A^{-1} = \begin{pmatrix} -0,4 & 0,3 \\ 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$.

Сделать проверку.

ТЕМА 2. Определители.

ЗАДАЧА № 1. Вычислить определители:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & 0 & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

ЗАДАЧА № 2. Решите уравнение. Выберите верный ответ.

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ x & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 2x \end{vmatrix} = 10.$$

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1). $\{-4; 2\}$. 2). $\{-5; 3\}$. 3). $\{-2; 0\}$.

ЗАДАЧА № 3. Найти коэффициент при x в разложении определителя

$$\begin{vmatrix} 1 & x & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & x & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

ЗАДАЧА № 4. При помощи алгебраических дополнений найдите обратную матрицу для матрицы

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$. Выберите верный ответ. **ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:**

1). $\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$. 2) $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$. 3) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

ЗАДАЧА № 5. Для данных матриц найти обратные матрицы. Сделать проверку.

а) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

ТЕМА 3. Системы линейных уравнений.

ЗАДАЧА № 1. Решить систему линейных уравнений

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &= -5. \end{aligned}$$

Если $x_1 = c_1, x_2 = c_2, x_3 = c_3, x_4 = c_4$ – решение системы, то сумма $c_1 + c_2 + c_3 + c_4$ равна:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 0; 2) 1; 3) -2; 4) -1.

ЗАДАЧА № 2. Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 2x + 5y = -3. \end{cases}$ методом Крамера:

Если $x_1 = c_1, x_2 = c_2$, – решение системы, то сумма $c_1 + c_2$ равна:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) 2.

ЗАДАЧА №3. Решить системы линейных уравнений при помощи обратных матрица (матричный способ решения уравнений):

$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 7x_3 &= 10, \\ -2x_1 - 5x_3 &= -7, \\ x_1 + x_3 + 2x_4 &= -1. \end{aligned}$$

ЗАДАЧА №4. Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход

Расчетная работа 1. Матрицы

1. Найдите возможную сумму матриц.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 3 \\ 4 & 6 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -9 \\ -7 & 3 & -11 \end{pmatrix}$$

2. Найдите возможное произведение матриц

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Вычислите $(A \cdot C + 3B)^T$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$

4. Даны матрицы и число $\alpha = 2$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Найти $A^T B + \alpha C$.

5. Найдите обратную матрицу для матрицы $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

6. Определить ранги матриц:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Решить матричное уравнение $AX=B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Расчетная работа 2. Определители

1. Вычислить определитель матрицы по правилу треугольников:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x \\ 2 & x & 1 \\ 0 & -1 & x \end{vmatrix}.$$

2. Вычислить определитель матрицы по правилу треугольников:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислить определители матриц по правилу Саррюса:

$$\begin{vmatrix} a & 1 & -a \\ 1 & a & 1 \\ -a & 1 & -a \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Проверить справедливость равенства. $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$, если

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -11 \\ -11 & 15 & -50 \\ 8 & -13 & 24 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 11 \\ -10 & -5 & -5 \\ -15 & -12 & -6 \end{pmatrix}$$

5. Вычислить определители матриц:

1. $\begin{vmatrix} \sqrt{a} & a \\ -1 & \sqrt{a} \end{vmatrix}.$	2. $\begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}.$	3. $\begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta \end{vmatrix}$	4. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}.$
5. $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix}.$	6. $\begin{vmatrix} 2 & 7 & -8 & 1 \\ 3 & 15 & 18 & 91 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 27 & 13 & 39 & 1 \end{vmatrix}.$	7. $\begin{vmatrix} 8 & 28 & 38 & 48 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 4 & 14 & 19 & 24 \\ 7 & 5 & 3 & 1 \end{vmatrix}.$	8. $\begin{vmatrix} 378 & 253 & 127 \\ 377 & 252 & 126 \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix}.$
9. $\begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix}.$	10. $\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix}.$	11. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 1 \\ 7 & 0 & 9 & 9 \\ 13 & -1 & 17 & 4 \end{vmatrix}$	12. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}.$

Владеть способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Вопросы теста

1. Матрица, у которой число строк равно числу столбцов, называется:

- А. Коммутатором;
- Б. Квадратной матрицей;
- В. Нулевой матрицей;
- Г. Единичной матрицей.

Ответ: Б

2. Главная диагональ матрицы идёт:

- А. Из левого верхнего угла в правый нижний;
- Б. Опоясывая матрицу при помощи крайних элементов;
- В. По горизонтали;
- Г. По вертикали.

Ответ: А

3. Матрица, все элементы которой равны нулю, называется:

- А. Единичной;
- Б. Квадратной;
- В. Ортонормированной;
- Г. Нулевой.

Ответ: Г

4. Если поменять две строки определителя местами, то его значение:

- А. Не изменится;
- Б. Умножится на 2;
- В. Станет равным 0;
- Г. Изменит знак.

Ответ: Г

5. Транспонирование матрицы — это:

- А. Умножение на число случайного элемента матрицы;
- Б. Трансформация матрицы таким образом, что строки заменяются на одноименные столбцы;
- В. Сложение с другой матрицей;
- Г. Коммутирование определителя.

Ответ: Б

6. След матрицы — это сумма элементов:

- А. Любого случайного, находящегося в нижнем углу матрицы, с самим собой;
- Б. Любого случайного, находящегося в верхнем углу матрицы, с самим собой;
- В. Главной диагонали;
- Г. Такого понятия не существует.

Ответ: В

7. Векторы называются коллинеарными, если они:

- А. Оба нулевые;
- Б. Лежат на параллельных прямых или на одной прямой;
- В. Оба ненулевые;
- Г. Их длины не равны 1.

Ответ: Б

8. Скалярное произведение ортогональных векторов равно:

- А. 85;
- Б. -7;
- В. 0;
- Г. 49.

Ответ: В

9. Размерность векторного пространства $\mathbb{R}^3$ равна:

- А. 3;
- Б. 1;
- В. 2;
- Г. 67.

Ответ: А

10. Базис на плоскости (в $\mathbb{R}^2$) состоит из:

- А. 1 вектор;

Б. 8 векторов;

В. 10 векторов;

Г. 2 векторов.

Ответ: Г

ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов
Знать основы формирования развивающей образовательной среды

Задания для контрольных работ.

ТЕМА 1. Матрицы.

ЗАДАЧА №1. Найти возможную сумму матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

ЗАДАЧА №2. Найти возможные произведения матриц

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ЗАДАЧА №3. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$

ЗАДАЧА №4. Решить уравнение $A \cdot X = B$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, A^{-1} = \begin{pmatrix} -0,4 & 0,3 \\ 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}.$

Сделать проверку.

ТЕМА 2. Определители.

ЗАДАЧА № 1. Вычислить определители:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & 0 & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

ЗАДАЧА № 2. Решите уравнение. Выберите верный ответ.

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ x & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 2x \end{vmatrix} = 10.$$

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1). $\{-4; 2\}$. 2). $\{-5; 3\}$. 3). $\{-2; 0\}$.

ЗАДАЧА № 3. Найти коэффициент при x в разложении определителя

$$\begin{vmatrix} 1 & x & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & x & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

ЗАДАЧА № 4. При помощи алгебраических дополнений найдите обратную матрицу для матрицы

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$. Выберите верный ответ. **ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:**

1). $\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$. 2) $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$. 3) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

ЗАДАЧА № 5. Для данных матриц найти обратные матрицы. Сделать проверку.

а) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

ТЕМА 3. Системы линейных уравнений.

ЗАДАЧА № 1. Решить систему линейных уравнений

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &= -5. \end{aligned}$$

Если $x_1 = c_1, x_2 = c_2, x_3 = c_3, x_4 = c_4$ – решение системы, то сумма $c_1 + c_2 + c_3 + c_4$ равна:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 0; 2) 1; 3) -2; 4) -1.

ЗАДАЧА № 2. Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 2x + 5y = -3. \end{cases}$ методом Крамера:

Если $x_1 = c_1, x_2 = c_2$, – решение системы, то сумма $c_1 + c_2$ равна:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) 2.

ЗАДАЧА №3. Решить системы линейных уравнений при помощи обратных матрица (матричный способ решения уравнений):

$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 7x_3 &= 10, \\ -2x_1 - 5x_3 &= -7, \\ x_1 + x_3 + 2x_4 &= -1. \end{aligned}$$

ЗАДАЧА №4. Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

Уметь формировать развивающую образовательную среду для достижения нужных результатов

Расчетная работа 1. Матрицы

3. Найдите возможную сумму матриц.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 3 \\ 4 & 6 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -9 \\ -7 & 3 & -11 \end{pmatrix}$$

4. Найдите возможное произведение матриц

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Вычислите $(A \cdot C + 3B)^T$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$

4. Даны матрицы и число $\alpha = 2$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Найти $A^T B + \alpha C$.

5. Найдите обратную матрицу для матрицы $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

6. Определить ранги матриц:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Решить матричное уравнение $AX=B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Расчетная работа 2. Определители

6. Вычислить определитель матрицы по правилу треугольников:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x \\ 2 & x & 1 \\ 0 & -1 & x \end{vmatrix}.$$

7. Вычислить определитель матрицы по правилу треугольников:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

8. Вычислить определители матриц по правилу Саррюса:

$$\begin{vmatrix} a & 1 & -a \\ 1 & a & 1 \\ -a & 1 & -a \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

9. Проверить справедливость равенства. $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$, если

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -11 \\ -11 & 15 & -50 \\ 8 & -13 & 24 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 11 \\ -10 & -5 & -5 \\ -15 & -12 & -6 \end{pmatrix}$$

10. Вычислить определители матриц:

1. $\begin{vmatrix} \sqrt{a} & a \\ -1 & \sqrt{a} \end{vmatrix}.$	2. $\begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}.$	3. $\begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta \end{vmatrix}$	4. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}.$
5. $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix}.$	6. $\begin{vmatrix} 2 & 7 & -8 & 1 \\ 3 & 15 & 18 & 91 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 27 & 13 & 39 & 1 \end{vmatrix}.$	7. $\begin{vmatrix} 8 & 28 & 38 & 48 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 4 & 14 & 19 & 24 \\ 7 & 5 & 3 & 1 \end{vmatrix}.$	8. $\begin{vmatrix} 378 & 253 & 127 \\ 377 & 252 & 126 \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix}.$
9. $\begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix}.$	10. $\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix}.$	11. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 1 \\ 7 & 0 & 9 & 9 \\ 13 & -1 & 17 & 4 \end{vmatrix}$	12. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}.$

Владеть способностью формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов

Вопросы теста

1. Матрица, у которой число строк равно числу столбцов, называется:

- А. Коммутатором;
- Б. Квадратной матрицей;
- В. Нулевой матрицей;
- Г. Единичной матрицей.

Ответ: Б

2. Главная диагональ матрицы идёт:

- А. Из левого верхнего угла в правый нижний;
- Б. Опоясывая матрицу при помощи крайних элементов;
- В. По горизонтали;
- Г. По вертикали.

Ответ: А

3. Матрица, все элементы которой равны нулю, называется:

- А. Единичной;
- Б. Квадратной;
- В. Ортонормированной;
- Г. Нулевой.

Ответ: Г

4. Если поменять две строки определителя местами, то его значение:

- А. Не изменится;
- Б. Умножится на 2;
- В. Станет равным 0;
- Г. Изменит знак.

Ответ: Г

5. Транспонирование матрицы — это:

- А. Умножение на число случайного элемента матрицы;
- Б. Трансформация матрицы таким образом, что строки заменяются на одноименные столбцы;
- В. Сложение с другой матрицей;
- Г. Коммутирование определителя.

Ответ: Б

6. След матрицы — это сумма элементов:

- А. Любого случайного, находящегося в нижнем углу матрицы, с самим собой;
- Б. Любого случайного, находящегося в верхнем углу матрицы, с самим собой;
- В. Главной диагонали;
- Г. Такого понятия не существует.

Ответ: В

7. Векторы называются коллинеарными, если они:

- А. Оба нулевые;
- Б. Лежат на параллельных прямых или на одной прямой;
- В. Оба ненулевые;
- Г. Их длины не равны 1.

Ответ: Б

8. Скалярное произведение ортогональных векторов равно:

- А. 85;
- Б. -7;
- В. 0;
- Г. 49.

Ответ: В

9. Размерность векторного пространства $\mathbb{R}^3$ равна:

- А. 3;
- Б. 1;
- В. 2;
- Г. 67.

Ответ: А

10. Базис на плоскости (в $\mathbb{R}^2$) состоит из:

- А. 1 вектор;

- Б. 8 векторов;
- В. 10 векторов;
- Г. 2 векторов.

Ответ: Г

Промежуточная аттестация

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Знать основы системного подхода

Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход

Владеть способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов

Знать основы формирования развивающей образовательной среды

Уметь формировать развивающую образовательную среду для достижения нужных результатов

Владеть способностью формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов

Задания, необходимые для оценивания сформированности УК-1, ПК-3

Вопросы к экзамену.

1. Матрицы, сложение матриц. Аддитивная группа матриц.
2. Умножение матрицы на скаляр. Векторное пространство матриц над полем R .
3. Умножение матриц, ассоциативность и некоммутативность умножения матриц. Транспонирование матриц.
4. Квадратные матрицы. Кольцо квадратных матриц. Делители нуля. Единичная матрица. Обратные и обратимые матрицы.
5. Элементарные преобразования матриц. Вырожденные и невырожденные матрицы. Теорема о превращении матрицы в единичную.
6. Элементарные матрицы. Теорема об умножении матрицы на элементарную матрицу.
7. Необходимое и достаточное условие обратимости матрицы.
8. Определители n -го порядка. Алгебраическое дополнение элемента.
9. Разложение определителя по элементам строки (столбца) определителя.
10. Свойства определителей n -го порядка. Определитель произведения матриц.
11. Миноры элементов определителя. Теорема об алгебраическом дополнении элемента определителя.
12. Вычисление обратной матрицы при помощи алгебраических дополнений.
13. Матричная запись и матричное решение системы линейных уравнений.
14. Правило Крамера решения системы линейных уравнений.
15. Системы линейных уравнений. Решения систем линейных уравнений. Равносильные системы уравнений.

16. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений, свойства их решений.
17. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
18. Ступенчатые системы линейных уравнений.
19. Теорема о числе решений систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Общие и частные решения систем линейных уравнений.
20. Необходимое и достаточное условие существования ненулевых решений однородных системы линейных уравнений

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Общая оценка (100 баллов) складывается из оценки за текущий контроль (70 баллов), и оценки за промежуточную аттестацию (30 баллов).

За выполнение контрольных работ можно набрать 40 баллов.

За прохождение теста обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

За выполнение расчетных работ можно набрать 20 баллов.

Формой промежуточной аттестации является экзамен.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. На экзамен выносится материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания экзамена.

Количество баллов	Критерии оценивания
26-30	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач
16-25	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
6-15	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
0-5	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины.

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам

текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Отлично
61 - 80	Хорошо
41 - 60	Удовлетворительно
0 - 40	Неудовлетворительно