

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 19.08.2026 09:49:33
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034b79172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)**

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,
математического анализа и геометрии

Протокол от «12» марта 2026 г., №8

Зав. кафедрой _____ /Кондратьева Г. В./

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине (модулю)
Векторный и тензорный анализ

Направление подготовки (специальности) 03.03.02 Физика
Профиль (программа подготовки, специализация) Фундаментальная физика и
нанотехнологии

Москва
2026

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

1.Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-2. Способен использовать современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать теорию векторного и тензорного анализа. Уметь решать соответствующие задачи.	Устный опрос. Контрольная работа	Шкала оценивания устного опроса. Шкала оценивания контрольной работы
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать теорию векторного и тензорного анализа. Уметь решать соответствующие задачи. Владеть основными методами решения задач	Тест. Устный опрос. Контрольная работа. Практическая подготовка	Шкала оценивания теста. Шкала оценивания устного опроса. Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания практической подготовки

Описание шкал оценивания

Шкала оценивания теста.

Критерий	Баллы
Студент правильно ответил на 0 – 10% всех вопросов	0 -1
Студент правильно ответил на 11 – 20% всех вопросов	2-3
Студент правильно ответил на 21 – 40% всех вопросов	4-5
Студент правильно ответил на 41 – 60% всех вопросов	6-10

Студент правильно ответил на 61 – 80% всех вопросов	11-15
Студент правильно ответил на 81 – 100% всех вопросов	16-20
Всего (максимум)	20

Шкала оценивания устного опроса.

Критерий оценивания	Баллы
Студент ответил на вопрос и показал полное и уверенное знание темы	10
Студент ответил на вопрос, однако в ответе присутствуют несущественные ошибки, недостатки и недочёты	8
Студент в целом ответил на вопрос, но в ответе имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	6
Студент не ответил на вопрос, но имеются более двух правильных идей или подходов к правильному ответу	4
Студент не ответил на вопрос, но имеются только одна-две идеи или подходы к правильному ответу	2
Студент не ответил на вопрос и показал полное незнание темы задания	0

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% всех заданий	0
Студент правильно выполнил 6 – 10% всех заданий	1
Студент правильно выполнил 11 – 20% всех заданий	2
Студент правильно выполнил 21 – 30% всех заданий	3
Студент правильно выполнил 31 – 40% всех заданий	4
Студент правильно выполнил 41 – 50% всех заданий	5
Студент правильно выполнил 51 – 60% всех заданий	6
Студент правильно выполнил 61 – 70% всех заданий	7
Студент правильно выполнил 71 – 80% всех заданий	8
Студент правильно выполнил 81 – 90% всех заданий	9
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех заданий	10

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль

ДПК-2. Способен использовать современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности

Знать теорию векторного и тензорного анализа.

Вопросы устного опроса.

1. Базис в пространстве и на плоскости, разложение вектора по базису.
2. Ортонормированный базис. Правый базис. Преобразование координат при переходе от одного

базиса к другому.

3. Скалярное произведение векторов и его свойства. Формула для его вычисления.
4. Векторное произведение векторов и его свойства. Формула для его вычисления
5. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Формула для его вычисления.
6. Двойное векторное произведение трех векторов и формула его вычисления.
7. Понятие векторной функции от скалярного и векторного аргумента.
8. Символ Кронекера. Символ Леви – Чивиты и его свойства.
9. Тензоры относительно правой прямоугольной системы координат. Примеры тензоров.
10. Линейные свойства тензоров. Дифференцирование тензоров.
11. Симметричные тензоры второго ранга. Их приведение к диагональной форме.
12. Произведение тензоров, свертка тензоров.
13. Скалярные поля. Градиент скалярного поля и его свойства.
14. Векторные поля. Дивергенция векторного поля и его свойства.
15. Векторные поля. Ротор векторного поля и его свойства.
16. Оператор Лапласа скалярного и векторного полей. Их выражения через градиент, ротор и дивергенцию скалярного и векторного полей.
17. Оператор набла, векторные операции с оператором набла.
18. Векторное поле. Векторные линии и их уравнения.
19. Циркуляция векторного поля вдоль замкнутого контура. Поток векторного поля через поверхность.
20. Формула Остроградского – Гаусса и формула Стокса.
21. Интегральное представление дивергенции векторного поля.
22. Интегральное представление градиента скалярного поля.
23. Интегральное представление ротора векторного поля.
24. Потенциальное поле. Скалярный потенциал и его нахождение.
25. Соленоидальное поле. Векторный потенциал. Примеры соленоидальных полей.
26. Криволинейные координаты. Сферические и цилиндрические координаты, коэффициенты Ламэ.

Уметь решать соответствующие задачи.

Задания контрольной работы.

1. Найти поток векторного поля $\mathbf{a} = x^2 \mathbf{k}$ через поверхность $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, если $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \leq 3$, и нормаль к поверхности образует острый угол с осью OZ .
2. Найти циркуляцию векторного поля $\mathbf{a} = y\mathbf{i} + z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$ вдоль окружности, полученной пересечением сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ с плоскостью $x + y + z = 1$. Обход контура осуществляется против часовой стрелки, если смотреть из точки $M(1,1,0)$.
3. Упростить выражение $\sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \{x_j a_i b_j\}$, если a_i и b_j – постоянные величины.
4. Найти скалярный потенциал векторного поля $\mathbf{a} = (6xy - 2x)\mathbf{i} + (3x^2 - 2z)\mathbf{j} + (1 - 2y)\mathbf{k}$.
5. Найти ротор векторного поля $\mathbf{a} = \frac{y}{x^2} \mathbf{j} - \frac{1}{x} \mathbf{k}$.
6. Найти дивергенцию векторного поля $\mathbf{a} = (x^2 + y^2)\mathbf{i} + (z^2 - x^2)\mathbf{j} + (yx - z^2)\mathbf{k}$.
7. Найти оператор Лапласа векторного поля $\mathbf{a} = r^2[\mathbf{c}, \mathbf{r}]$, где $r = |\mathbf{r}|$, $\mathbf{c} = \text{const}$.
8. Найти векторные линии векторного поля $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} - 3y\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$.

9. Найти скалярный потенциал векторного поля $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{r}}{r} \sin^2 r$, где $r = |\mathbf{r}|$.
10. Найти ротор векторного поля $\mathbf{a} = (x^2 + y^2)\mathbf{i} + (z^2 - x^2)\mathbf{j} + (yx - z^2)\mathbf{k}$.
11. Найти дивергенцию векторного поля $\mathbf{a} = (yx - z^2)\mathbf{i} + (z^2 - y^2)\mathbf{j} + (x + y)\mathbf{k}$.
12. Найти оператор Лапласа векторного поля $\mathbf{a} = x^4\mathbf{i} + y^4\mathbf{j} + z^4\mathbf{k}$.
13. Найти ротор векторного поля $\mathbf{a} = r^2 \mathbf{e}_\varphi$ в сферической системе координат.
14. Найти дивергенцию векторного поля $\mathbf{a} = r \cos \varphi \mathbf{e}_r$ в цилиндрической системе координат.

Владеть основными методами решения задач

Тестовые вопросы

1. Что характеризует вектор градиента скалярного поля?
 - А) Плотность источников поля.
 - Б) Направление и величину наискорейшего возрастания поля.
 - В) Плотность завихрений поля.
 - Г) Среднее значение поля в окрестности точки.

Ответ: Б

2. Чему равна дивергенция однородного постоянного векторного поля $\vec{F} = \text{const}$?
 - А) 0.
 - Б) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
 - В) $\vec{F}$.
 - Г) $\sin |\vec{F}|$.

Ответ: А

3. Какая формула связывает поток векторного поля через замкнутую поверхность с интегралом от дивергенции по объёму, ограниченному этой поверхностью?
 - А) Формула Стокса.
 - Б) Формула Ньютона – Лейбница.
 - В) Формула Гаусса – Остроградского.
 - Г) Формула Крамера.

Ответ: В

4. Что получится в результате свёртки тензора второго ранга A_{ij} по двум его индексам (то есть при вычислении $\sum_i A_{ii}$)?

- А) Вектор.
- Б) Тензор второго ранга.
- В) Скаляр.
- Г) Тензор третьего ранга.

Ответ: В

5. Как преобразуются компоненты вектора (тензора первого ранга) v_i при переходе к новой системе координат?

А) По закону $v'_i = \sum_j q_{ij} v_j$, где q_{ij} – элементы матрицы перехода.

Б) Компоненты не меняются.

В) По квадратичному закону.

Г) Случайным образом.

Ответ: А

Промежуточная аттестация

ДПК-2. Способен использовать современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности

Знать теорию векторного и тензорного анализа.

Уметь решать соответствующие задачи.

Владеть основными методами решения задач

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2

Вопросы к экзамену.

1. Правые прямоугольные системы координат, ортонормированный базис. Скалярное и векторное произведения.
2. Преобразования базиса и координат точки относительно правых прямоугольных систем координат, матрица перехода.
3. Ортогональность и унимодулярность матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат.
4. Символ Кронекера. Символ Леви – Чивиты и его основные свойства.
5. Структура матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат. Углы Эйлера.
6. Скалярные, векторные и тензорные поля (тензоры) относительно правых прямоугольных систем координат. Примеры тензорных полей.
7. Сложение, умножение на число, перестановка индексов, симметризация и антисимметризация, умножение, свертка и дифференцирование тензоров относительно правых прямоугольных систем координат.
8. Симметричные тензоры второго ранга относительно правых прямоугольных систем координат. Их приведение к диагональному виду.
9. Истинные тензорные и псевдотензорные поля относительно прямоугольных систем координат.
10. Основные инвариантные дифференциальные операции первого порядка скалярных и векторных полей относительно правых прямоугольных систем координат.
11. Градиент скалярного поля и его основные свойства.
12. Дивергенция векторного поля и ее основные свойства.

13. Ротор векторного поля. Его основные свойства.
14. Оператор Лапласа скалярного и векторного полей. Основные свойства дифференциальных операций второго порядка.
15. Оператор набла. Выражения градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа скалярного и векторного полей через оператор набла.
16. Векторные комбинации с оператором набла на скалярное и векторное поля.
17. Градиент скалярного произведения векторных полей, его вывод.
18. Дивергенция векторного произведения векторных полей, ее вывод.
19. Ротор векторного произведения векторных полей, ее вывод.
20. Производная скалярного поля по направлению. Векторные линии векторного поля. Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля через поверхность
21. Формула Остроградского – Гаусса через дивергенцию векторного поля.
22. Формула Стокса через ротор векторного поля.
23. Интегральное представление градиента скалярного поля
24. Интегральное представление дивергенции векторного поля.
25. Интегральное представление ротора векторного поля.
26. Потенциальное поле. Скалярный потенциал и его нахождение.
27. Соленоидальное поле, векторный потенциал. Примеры соленоидальных полей. Гармоническое поле.
28. Понятие криволинейных систем координат. Правый ортонормированный базис в криволинейных координатах. Коэффициенты Ламэ.
29. Цилиндрическая и сферическая криволинейные системы координат, их коэффициенты Ламэ.
30. Формулы для градиента скалярного поля и дивергенции векторного поля в криволинейных координатах.
31. Формула для ротора векторного поля и оператора Лапласа скалярного поля в криволинейных координатах.
32. Формула для оператора Лапласа векторного поля в криволинейных координатах.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В рамках освоения дисциплины предусмотрены: тест, устный опрос, выполнение контрольной работы.

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За прохождение теста обучающийся может набрать максимально 20 баллов

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 20 баллов. За выполнение контрольной работы обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания экзамена.

Количество баллов	Критерии оценивания
25 – 30	имеет место полное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий
19 – 24	имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий
13 – 18	имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики
0 – 12	имеет место неусвоение основных теорем и формул курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины.

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Отлично
61 – 80	Хорошо
41 – 60	Удовлетворительно
0 – 40	Неудовлетворительно