

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Наумова Наталия Александровна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41  
Уникальный программный ключ:  
6b5279da4e034bff679172805da3b7b559f6b9e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,  
математического анализа и геометрии

Протокол от «9» февраля 2023 г., № 6

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ /Кондратьева Г.В./

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)

**Математический анализ**

Направление подготовки (специальности) 44.03.05 Педагогическое образование  
Профиль (программа подготовки, специализация) Математика и физика

Мытищи  
2023

## Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

1.Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы<sup>1</sup>

| Код и наименование компетенции                                                                                                                                                       | Этапы формирования                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.                                 | 1. Работа на учебных занятиях<br>2. Самостоятельная работа |
| ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов. | 1. Работа на учебных занятиях<br>2. Самостоятельная работа |

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания<sup>2</sup>

| Оцениваемые компетенции | Уровень сформированности | Этап формирования                                          | Описание показателей                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Критерии оценивания                                          | Шкала оценивания                                                                                                                           |
|-------------------------|--------------------------|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-1                    | Пороговый                | 1. Работа на учебных занятиях<br>2. Самостоятельная работа | <p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки;</li> <li>- значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира.</li> </ul> <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ясно и логично излагать полученные базовые знания;</li> <li>- демонстрировать</li> </ul> | Конспект, домашнее задание; устный опрос, контрольная работа | Шкала оценивания конспекта<br>Шкала оценивания домашнего задания<br>Шкала оценивания устного опроса<br>Шкала оценивания контрольной работы |

<sup>1</sup> Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

<sup>2</sup> Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

|             |                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                      |                                                                                                                                                               |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|             |                                                                       | <p>понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами</p> <p>- строить модели реальных объектов или процессов; профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;</p> <p>применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                      |                                                                                                                                                               |
| Продвинутый | <p>1. Работа на учебных занятиях</p> <p>2. Самостоятельная работа</p> | <p>знать:</p> <p>- современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки;</p> <p>- значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира.</p> <p>уметь:</p> <p>- ясно и логично излагать полученные базовые знания;</p> <p>- демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами</p> <p>- строить модели реальных объектов или процессов; профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;</p> <p>применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и</p> | <p>Конспект, домашнее задание; устные опросы, контрольная работа</p> | <p>Шкала оценивания конспекта</p> <p>Шкала оценивания домашнего задания</p> <p>Шкала оценивания устного опроса</p> <p>Шкала оценивания контрольной работы</p> |

|      |             |                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                              |                                                                                                                                                               |
|------|-------------|-----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|      |             |                                                                       | <p>прикладных задач, связанных с предметной областью.</p> <p>владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью к логическому рассуждению;</li> <li>- моделированием для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;</li> <li>- основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                              |                                                                                                                                                               |
| ПК-3 | Пороговый   | <p>1. Работа на учебных занятиях</p> <p>2. Самостоятельная работа</p> | <p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- характеристику личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области; способы оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.</li> </ul> <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов.</li> </ul> | Конспект, домашнее задание; устный опрос, контрольная работа | <p>Шкала оценивания конспекта</p> <p>Шкала оценивания домашнего задания</p> <p>Шкала оценивания устного опроса</p> <p>Шкала оценивания контрольной работы</p> |
|      | Продвинутый | <p>1. Работа на учебных занятиях</p> <p>2. Самостоятельная работа</p> | <p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- характеристику личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области; способы</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Конспект, домашнее задание; устные опросы, контрольная       | <p>Шкала оценивания конспекта</p> <p>Шкала оценивания домашнего</p>                                                                                           |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |        |                                                                                   |
|--|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей. уметь:<br>- оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов. владеть:<br>- способностью и опытом применения в предметной области различных способов оказания адресной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей. | работа | задания<br>Шкала оценивания устного опроса<br>Шкала оценивания контрольной работы |
|--|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------|

#### Шкала оценивания конспекта.

| Критерий                              | Баллы |
|---------------------------------------|-------|
| Студент написал 0 – 10% всех лекций   | 0     |
| Студент написал 11 – 20% всех лекций  | 1     |
| Студент написал 21 – 40% всех лекций  | 2     |
| Студент написал 41 – 60% всех лекций  | 3     |
| Студент написал 61 – 80% всех лекций  | 4     |
| Студент написал 81 – 100% всех лекций | 5     |
| Всего (максимум)                      | 5     |

#### Шкала оценивания домашнего задания.

| Показатель                                                | Баллы |
|-----------------------------------------------------------|-------|
| Студент правильно выполнил 0 – 5% всех домашних заданий   | 0     |
| Студент правильно выполнил 5 – 10% всех домашних заданий  | 1     |
| Студент правильно выполнил 11 – 20% всех домашних заданий | 2     |

|                                                            |    |
|------------------------------------------------------------|----|
| Студент правильно выполнил 21 – 30% всех домашних заданий  | 3  |
| Студент правильно выполнил 31 – 40% всех домашних заданий  | 4  |
| Студент правильно выполнил 41 – 50% всех домашних заданий  | 5  |
| Студент правильно выполнил 51 – 60% всех домашних заданий  | 6  |
| Студент правильно выполнил 61 – 70% всех домашних заданий  | 7  |
| Студент правильно выполнил 71 – 80% всех домашних заданий  | 8  |
| Студент правильно выполнил 81 – 90% всех домашних заданий  | 9  |
| Студент правильно выполнил 91 – 100% всех домашних заданий | 10 |
| Всего (максимум)                                           | 10 |

### Шкала оценивания устного опроса.

| Критерий оценивания                                           | Баллы |
|---------------------------------------------------------------|-------|
| Студент правильно ответил на 0 – 5% всех заданных вопросов    | 0     |
| Студент правильно ответил на 5 – 10% всех заданных вопросов   | 1     |
| Студент правильно ответил на 11 – 20% всех заданных вопросов  | 2     |
| Студент правильно ответил на 21 – 30% всех заданных вопросов  | 3     |
| Студент правильно ответил на 31 – 40% всех заданных вопросов  | 4     |
| Студент правильно ответил на 41 – 50% всех заданных вопросов  | 5     |
| Студент правильно ответил на 51 – 60% всех заданных вопросов  | 6     |
| Студент правильно ответил на 61 – 70% всех заданных вопросов  | 7     |
| Студент правильно ответил на 71 – 80% всех заданных вопросов  | 8     |
| Студент правильно ответил на 81 – 90% всех заданных вопросов  | 9     |
| Студент правильно ответил на 91 – 100% всех заданных вопросов | 10    |
| Всего (максимум)                                              | 10    |

### Шкала оценивания контрольной работы.

Две контрольные работы в каждом семестре содержит в сумме 8 заданий. Баллы за каждое задание:

| Показатель                                                                                         | Баллы |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Студент решил задачу и показал полное и уверенное знание темы задания                              | 5     |
| Студент решил задачу, однако в решении имеются несущественные ошибки, недостатки и недочёты        | 4     |
| Студент в целом решил задачу, но в решении имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты | 3     |
| Студент не решил задачу, но имеются более двух правильных идей или подходов к решению задачи       | 2     |
| Студент не решил задачу, но имеются только одна-две идеи или подходы к решению задачи              | 1     |
| Студент не решил задачу и показал полное незнание темы задания                                     | 0     |
| Всего (максимум)                                                                                   | 40    |

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

## Текущий контроль

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

*Знать:*

- *современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки;*
- *значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира.*

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1 на пороговом уровне<sup>3</sup>

### Список тем для конспекта.

1. Понятия функции и последовательности. Предел последовательности
2. Предел функции
3. Непрерывность функций
4. Производная и дифференциал
5. Основные теоремы дифференциального исчисления
6. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций и построению их графиков
7. Интегрирование рациональных, тригонометрических и иррациональных функций
8. Определенный интеграл и его свойства. Условия интегрируемости
9. Методы приближенного вычисления определенного интеграла
10. Приложения определенного интеграла
11. Числовые и функциональные ряды
12. Числовые и функциональные ряды
13. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных
14. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал
15. Экстремумы функции нескольких переменных

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1 на продвинутом уровне

### Список задач домашнего задания.

#### Семестр 1

1. Найти предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n+7)(n+2)} - n)$ .
2. Найти предел функции  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 15x - 2}{\sqrt{x+7} - 3}$ .
3. Найти производную функции  $y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}$ .
4. Найти производную  $y''(x)$  функции  $y = \sqrt{x} - (x+1) \arctg \sqrt{x}$ .

---

<sup>3</sup> Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.



5. Найти производную  $y''(x)$  параметрически заданной функции  $x = \arcsin \sqrt{t}$ ,  $y = (1 + \sqrt{t})^{1/2}$ .
6. Разложить многочлен  $P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x$  в ряд Тейлора с центром в точке  $x_0 = -1$ .
7. Найти интервалы возрастания и убывания и точки экстремума функции  $y = x^2 \ln x$ .
8. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба функции  $y = x^4 e^{-x}$ .
9. Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{\arctg x + \pi}{3 \arctg x - \pi}$ .
10. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \frac{x}{1+x^2}$  на отрезке  $[1/2, 3]$ .

*Уметь:* - ясно и логично излагать полученные базовые знания;

- демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами
- строить модели реальных объектов или процессов;
- профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;
- применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1 на пороговом уровне<sup>4</sup>

### Список задач домашнего задания.

#### Семестр 2

1. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+3 \cos x}}$ .
2. Найти неопределённый интеграл  $\int x \arctg x dx$
3. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}$ .
4. Найти неопределённый интеграл  $\int (x + 1) \sin(4x) dx$ .
5. Найти неопределённый интеграл  $\int x \cdot 5^{-x^2} dx$
6. Найти неопределённый интеграл  $\int (3x + 7) e^{-x} dx$
7. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{x-1}{\sqrt{1-4x-x^2}} dx$
8. Найти неопределённый интеграл  $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$
9. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{3x^2+2x-1}{(x-1)^2(x+2)} dx$
10. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2-4x+5}}$

<sup>4</sup> Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1 на продвинутом уровне

**Список задач домашнего задания.**

**Семестр 3**

1. Найти определённый интеграл  $\int_0^{\pi/6} \operatorname{tg}^2 x dx$ .
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{\ln x}{x}$  и  $y = 0$ ,  $1 \leq x \leq e^2$ .
3. Найти длину дуги кривой, заданной в полярных координатах  $r = 3 \sin \phi$ ,  $0 \leq \phi \leq \pi$ .
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \cos(\pi x)$  и  $y = \frac{3x}{2}$ ,  $0 \leq x \leq 1/3$ .
5. Найти длину дуги кривой, заданной параметрически в прямоугольных координатах  $x = \cos t + t \sin t$ ,  $y = \sin t - t \cos t$ ,  $0 \leq t \leq \pi$ .
6. Найти несобственный интеграл 1-го рода  $\int_1^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ .
7. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (2x + 5)^{n^2}$ .
8. Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$  функцию  $(x + x^3) \operatorname{arctg} x$  и указать область сходимости ряда.
9. Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4n+1}{(2n)!} x^{4n}$ , выполнив сначала почленное интегрирование, а затем почленное дифференцирование.
10. Исследовать на абсолютную и условную сходимость числовой ряд  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^4 n}$ .

*Владеть:* - способностью к логическому рассуждению;

- моделированием для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;

- основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1 на пороговом уровне

**Список задач домашнего задания.**

**Семестр 4**

1. Разложить многочлен  $P(x, y) = x^2 + 5xy + y^2 - 3x$  в ряд Тейлора с центром в точке  $x_0 = -1$ ,  $y_0 = 1$ .
2. Найти экстремумы функции  $z = x - y - 3x^2 - 2y^2 + xy$ .
3. Найти частные производные  $z'_x$  и  $z'_y$  неявно заданной функции  $z = z(x, y)$ :  $e^z + 4z = x^3 \cos y$ .
4. Найти экстремумы функции  $z = xy$  при наличии условия  $\frac{x^2}{25} + y^2 = 1$ .
5. Найти смешанную производную  $z''_{xy}$  функции  $z = x^y$ .
6. Найти экстремумы функции  $z = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{2y^2}$  ( $x > 0$ ,  $y > 0$ ).
7. Найти частные производные  $z'_x$  и  $z'_y$  неявно заданной функции  $z = z(x, y)$ :  $\ln(1 + z) - z^3 = \sin(x^2 y)$
8. Найти экстремумы функции  $z = x - y$  при наличии условия  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

9. Найти экстремумы функции  $z = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{2y^2}$  ( $x > 0, y > 0$ ).
10. Найти частные производные  $z'_x$  и  $z'_y$  неявно заданной функции  $z = z(x, y)$ :  $\ln(1 + z) - z^3 = \sin(x^2 y)$ .

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1 на продвинутом уровне

### Задания для контрольных работ.

#### Семестр 1

1. Найти предел последовательности:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)! + (n+2)!}{(n+3)! - (n+2)!}$ .
2. Найти предел функции:  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$ .
3. Найти точки разрыва функции и указать их тип:  $y = \frac{2x-3}{\log_2 |x|}$ .
4. Найти производную функции  $y = \frac{x - \sin x}{x \cdot 5^x}$ .
5. Найти производную функции  $y = \cos \ln(3x^2 - 2)$ .
6. Найти производную функции  $y = (x^3 - x^2 + 3x + 7)^{x^2 - 9x + 1}$ .
7. Найти производную  $\frac{dy}{dx}$  функции, заданной неявно:  $xy - \ln y = 3$ .
8. Найти общее выражение для производной порядка  $n$  от функции  $y = \ln(3x - 2)$ .

ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

*знать: характеристику личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте предметной области; способы оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.*

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-3 на пороговом уровне.

### Задания для контрольных работ.

#### Семестр 2

1. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{\cos \frac{x}{\sqrt{2}}}{2 - 3 \sin \frac{x}{\sqrt{2}}} dx$
2. Вычислить неопределенный интеграл  $\int x \cos 3x dx$
3. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \cos^7 x dx$
4. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x-3}}$
5. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 5}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} dx$
6. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{1 - 5 \sin^2 x}$
7. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \sqrt{16 - x^2} x^2 dx$
8. Вычислить неопределенный интеграл  $\int e^{\arcsin x} dx$

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-3 на продвинутом уровне  
**Задания для контрольных работ.**

### Семестр 3

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = (x - 3)^2$ ,  $y = 2x - 3$ .
2. Вычислить несобственный интеграл:  $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$
3. Исследовать на сходимость знакопеременный ряд. Указать используемый признак сходимости:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$
4. Найти объем тела, образованного при вращении кривой вокруг оси OX:  $y = 3 \sin x$ ,  $x \in [0; \pi]$
5. Исследовать на сходимость ряд с положительными членами. Указать используемый признак сходимости:  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n(n-1)!}$ .
6. Найти область сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(n+5)x^n}{5^n}$ .
7. Разложить в ряд Тейлора функцию  $y = \sqrt[3]{x}$  в окрестности точки  $x_0 = 27$ .
8. Найти длину дуги кривой:  $\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t), \\ y = e^t(\cos t - \sin t). \end{cases}, t \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ .

*уметь: оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов.*

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-3 на пороговом уровне  
**Задания для контрольных работ.**

### Семестр 4

1. Вычислить предел  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos(xy)}{x^2(y+4)}$ .
2. Найти частные производные  $z'_x$  и  $z'_y$  заданной функции  $z(x, y) = \ln(1 + x) - \sin(x^2 y)$ .
3. Найти частные производные  $z'_x$  и  $z'_y$  неявно заданной функции:  $e^x + zy = \cos(x^2 + y^2 + z^2)$ .
4. Найти смешанную производную  $z''_{xy}$  функции  $z = \cos x^{tgy}$ .
5. Найти экстремумы функции  $z = 3x - 5y - 3xy - y^2 + x^2$ .
6. Найти условные экстремумы функции  $z = xy$  при уравнении связи  $\frac{x^2}{25} + y^2 = 1$ .
7. Найти наибольшее значение функции  $z = x^3 y(4 - x - y)$  в треугольнике, ограниченном прямыми  $y = 0$ ,  $x + y = 6$ .
8. Разложить многочлен  $P(x, y) = x^2 + 5xy + y^2 - 3x$  в ряд Тейлора с центром в точке  $x_0 = -1$ ,  $y_0 = 1$ .

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-3 на продвинутом уровне

## Вопросы к устному опросу.

### Семестр 1

1. Понятие рационального и действительного числа. Иррациональные числа. Свойство упорядоченности. Свойство непрерывности.
2. Изображение действительных чисел на прямой. Аксиоматическое построение множества действительных чисел.
3. Понятие действительной функции действительной переменной. График функции.
4. Ограниченность, неограниченность функции. Четные, нечетные функции. Периодические функции.
5. Сложные функции. Обратные функции.
6. Понятие числовой последовательности. Способы задания последовательностей. Предел числовой последовательности.
7. Геометрический смысл предела последовательности. Бесконечные пределы.
8. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.
9. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
10. Предел монотонной последовательности.
11. Число  $e$  как предел последовательности  $(1+1/n)^n$ .
12. Критерий Коши сходимости последовательности.
13. Бесконечно малые последовательности и их связь с бесконечно большими.
14. Определения предела функции в точке по Гейне и по Коши и их эквивалентность.
15. Односторонние пределы.
16. Предел функции на бесконечности и бесконечные пределы.
17. Свойства пределов функции и арифметические действия над пределами. Пределы монотонных функций. Замечательные пределы.
18. Бесконечно малые функции и их связь с бесконечно большими функциями.
19. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции.
20. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций.
21. Операции над непрерывными функциями.
22. Предельный переход под знаком непрерывной функции.
23. Точки разрыва и их классификация. Теорема о разрывах монотонных функций.
24. Ограниченность непрерывных на отрезке функций. Достижение экстремальных значений.
25. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.
26. Производная и ее физический и геометрический смысл. Дифференцируемые функции.
27. Дифференциал и его геометрический смысл.
28. Производная суммы, произведения и частного.
29. Дифференцирование сложной и обратной функций.
30. Производные основных элементарных функций.
31. Производные и дифференциалы высших порядков.
32. Параметрическое задание функций и их дифференцирование.
33. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коши.
34. Раскрытие неопределенностей с помощью производных (правило Лопиталя).
35. Формула Тейлора. Бином Ньютона.
36. Признаки монотонности функции.
37. Локальные экстремумы функции. Необходимое условие экстремума.
38. Достаточные условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции.
39. Направление выпуклости кривой и точки перегиба.
40. Исследование функции и построение графика. План.

*владеть: способностью и опытом применения в предметной области различных способов оказания адресной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.*

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-3 на пороговом уровне

### **Вопросы к устному опросу.**

#### **Семестр 2**

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов.
2. Таблица основных интегралов.
3. Замена переменной в неопределенном интеграле. Подведение под дифференциал в неопределенном интеграле.
4. Интегрирование по частям.
5. Рациональные функции и их интегрирование (см. лекции).
6. Интегрирование иррациональных выражений в простейших случаях (см. лекции).
7. Интегрирование иррациональных выражений с помощью подстановок Эйлера.
8. Интегрирование некоторых других иррациональностей (см. лекции).
9. Интегрирование тригонометрических функций.
10. Понятие определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции.
11. Верхние и нижние интегральные суммы и их свойства. Критерий интегрируемости.
12. Свойства определенного интеграла.
13. Теорема о среднем.
14. Существование первообразной от непрерывной функции.
15. Формула Ньютона – Лейбница.
16. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
17. Замена переменных в определенном интеграле.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-3 на продвинутом уровне

### **Вопросы к устному опросу.**

#### **Семестр 3**

18. Несобственный интеграл от неограниченной функции и по бесконечному промежутку.
19. Теоремы существования несобственных интегралов.
20. Вычисление площадей плоских фигур. Площадь криволинейного сегмента.
21. Вычисление объемов тел по площадям параллельных сечений. Объем тела вращения.
22. Длина кривой. Длина дуги как параметр. Дифференциал дуги.
23. Площадь поверхности вращения.
24. Понятие числового ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Критерий сходимости ряда с положительными членами.
25. Сравнительные признаки сходимости положительных рядов. Признак Даламбера. Признак Коши.
26. Абсолютная и условная сходимость рядов. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.
27. Знакопеременный ряд. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов.
28. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
29. Интегрирование функциональных рядов. Дифференцирование функциональных рядов.
30. Понятие степенного ряда. Понятие верхнего предела, его свойства. Радиус и область

сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.

31. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложения функции в ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости ряда Тейлора.
32. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора.
33. Применение степенных рядов к приближенному вычислению значений элементарных функций и интегралов.

#### Семестр 4

1.  $n$ -мерное евклидово пространство, его подмножества. Понятие области.
2. Последовательности в  $n$ -мерном евклидовом пространстве. Предел последовательности. Свойства пределов последовательностей.
3. Числовые действительные функции нескольких переменных. График функции двух переменных.
4. Предел числовых функций нескольких переменных в точке. Свойства пределов функций.
5. Непрерывность числовых функций нескольких переменных в точке. Свойства непрерывных числовых функций.
6. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал числовых функций нескольких переменных.
7. Производные сложных функций, дифференциал сложной функции.
8. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования.
9. Дифференциалы высших порядков.
10. Формула Тейлора для функции нескольких переменных. Формы остаточного слагаемого.
11. Локальный экстремум функции нескольких переменных, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума.
12. Неявная функция. Теорема о неявной функции. Частные производные неявной функции.
13. Система неявных функций. Теорема о системе неявных функций. Якобиан.
14. Условный экстремум. Необходимое условие условного экстремума – метод множителей Лагранжа. Достаточное условие условного экстремума.
15. Максимум и минимум квадратичной формы на единичной сфере.
16. Градиент функции. Его геометрический смысл.
17. Поверхности уровня. Касательная плоскость к поверхности.

#### Промежуточная аттестация

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

Знать:

-современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки;  
-значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира.

Уметь: - ясно и логично излагать полученные базовые знания;

-демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами  
строить модели реальных объектов или процессов;

- профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;

- применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.

Владеть: -способностью к логическому рассуждению;  
-моделированием для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;  
-основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1

Перечень вопросов для экзамена

### Семестр 1

1. Аксиоматическое определение множества действительных чисел. Свойство сплошности прямой и аксиома сплошности множества действительных чисел. Геометрическое изображение действительных чисел.
2. Числовые промежутки и окрестности точки. Абсолютная величина числа.
3. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Грани множества. Принцип Вейерштрасса.
4. Понятие функции и способы ее задания. Монотонность и ограниченность функции. Сложная и обратная функции.
5. Понятие числовой последовательности. Арифметические действия над числовыми последовательностями. Понятие подпоследовательности. Способы задания последовательности, монотонные и ограниченные последовательности, примеры.
6. Понятие предела последовательности и его геометрический смысл.
7. Теорема единственности предела последовательности и некоторые другие свойства предела.
8. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности. Примеры.
9. Связь между членами сходящейся последовательности, ее пределом и членами бесконечно малой последовательности.
10. Предел суммы, произведения и частного последовательностей.
11. Предельный переход в неравенствах для последовательностей.
12. Признак сходимости монотонных последовательностей.
13. Число «е».
14. Частичные пределы, точки сгущения последовательности. Теорема Больцано — Вейерштрасса.
15. Теорема о сходимости ограниченной последовательности.
16. Предельные точки множеств. Принцип Больцано — Вейерштрасса.
17. Определения предела функции по Гейне и по Коши. Геометрический смысл определения предела функции «на языке эпсилон и дельта».
18. Эквивалентность определений предела функции «на языке последовательностей» и «на языке эпсилон и дельта».
19. Теорема о единственности предела функции в точке.
20. Свойства функций, имеющих предел.
21. Свойства пределов функций, связанных с арифметическими операциями и неравенствами.
22. Односторонние пределы.
23. Предел функции «на бесконечности». Горизонтальная асимптота.
24. Теорема о пределе сложной функции и ее применение к вычислению пределов (пример).
25. Замечательные пределы и их применение к вычислению пределов.
26. Бесконечно малые функции и их сравнение.
27. Бесконечно большие функции и вертикальные асимптоты.



28. Понятие непрерывности функции в точке. Доказательство непрерывности некоторых функций.
29. Свойства функций, непрерывных в точке.
30. Теорема о непрерывности сложной функции.
31. Точки разрыва функции и их классификация.
32. Непрерывность функции на отрезке и ее свойства.
33. Теоремы Больцано — Коши.
34. Теорема о непрерывности обратной функции.
35. Непрерывность элементарных функций.
36. Понятие производной и ее геометрический и механический смысл.
37. Понятие дифференциала. Связь между дифференцируемостью и существованием производной.
38. Геометрический и механический смысл дифференциала.
39. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения и частного.
40. Теорема о производной обратной функции. Примеры применения правила дифференцирования обратной функции.
41. Правило дифференцирования сложной функции.
42. Производная логарифмической функции и логарифмическая производная функции.
43. Приложение правила дифференцирования сложной функции к нахождению формул дифференцирования функций, заданных параметрически и неявно.
44. Производная степенной функции.
45. Производная показательной функции.
46. Таблица производных основных элементарных функций.
47. Таблица дифференциалов основных элементарных функций.
48. Вторая производная и ее механический смысл.
49. Производные  $n$ -го порядка. Формула Лейбница.
50. Дифференциалы высших порядков.
51. Односторонние производные. Лемма Ферма и ее геометрический смысл.
52. Теорема Ролля и ее геометрический смысл.
53. Теорема Лагранжа и ее геометрический смысл.
54. Формула конечных приращений Лагранжа. Теорема Коши и обобщенная формула конечных приращений.
55. Условия постоянства, возрастания (убывания) функции.
56. Правило Лопиталя. Примеры раскрытия неопределенностей разных видов.
57. Формула Тейлора и ее остаточный член.
58. Формула Маклорена. Примеры ее приложения к приближенным вычислениям и вычислению пределов.
59. Необходимое условие экстремума функции.
60. Достаточные условия экстремума функции.
61. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.
62. Наклонные асимптоты.

## **Семестр 2**

1. Понятие первообразной функции. Основное свойство первообразной.
2. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица простейших интегралов.
4. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
5. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.

6. Интегрирование простейших рациональных дробей.
7. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.
8. Тригонометрические интегралы. Универсальная и другие подстановки.
9. Интеграл вида  $\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+g}}\right) dx$ .
10. Интеграл вида  $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$ .
11. Интеграл вида  $\int R(e^x) dx$ .
12. Интегрирование биномиальных дифференциалов. Примеры.

ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

знать: характеристику личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области; способы оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.

уметь: оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов.

владеть: способностью и опытом применения в предметной области различных способов оказания адресной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-3

Перечень вопросов для экзамена

### Семестр 3

1. Понятие определенного интеграла.
2. Необходимое условие интегрируемости функции.
3. Суммы и интегралы Дарбу.
4. Критерий интегрируемости ограниченной функции.
5. Классы интегрируемых функций (доказательство интегрируемости непрерывной на отрезке функции).
6. Свойства определенного интеграла.
7. Теорема о среднем интегрального исчисления и ее геометрический смысл.
8. Связь определенного интеграла с неопределенным.
9. Формула Ньютона — Лейбница. Формулы интегрирования по частям и замены переменной в определенном интеграле.
10. Приближенное вычисление определенных интегралов.
11. Несобственные интегралы первого рода.
12. Несобственные интегралы второго рода.
13. Понятие квадратуемости фигуры. Критерий квадратуемости.
14. Кубируемые тела.

15. Вычисление площади плоской фигуры в декартовых и полярных координатах.
16. Понятие спрямляемости кривой. Формулы для вычисления длины дуги кривой.
17. Вычисление объема тела вращения и площади поверхности вращения. Примеры.
18. Вычисление статических моментов и координат центра масс материальной кривой.
19. Понятие числового ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов.
20. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд.
21. Лемма о сходимости ряда с неотрицательными членами.
22. Признаки сходимости (расходимости) рядов.
23. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.
24. Теорема Лейбница о знакочередующихся рядах.
25. Функциональный ряд и область его сходимости. Равномерная сходимость функционального ряда.
26. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.
27. Степенные ряды в действительной области и их свойства.
28. Единственность разложения функции в степенной ряд.
29. Ряды Тейлора и Маклорена. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.

#### Семестр 4

1. Примеры функций нескольких переменных. Понятие области в  $R^n$ .
2. Понятия предела и непрерывности числовой действительной функции нескольких переменных.
3. График числовой функции двух переменных.
4. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал, производные сложных функций, дифференциал сложной функции.
5. Касательная плоскость и нормаль к поверхности, геометрический смысл дифференциала функции двух переменных.
6. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования.
7. Дифференциалы высших порядков.
8. Формула Тейлора для функции двух переменных.
9. Понятие локального экстремума функции нескольких переменных.
10. Необходимое условие экстремума функции двух переменных
11. Достаточные условия экстремума функции двух переменных
12. Условный экстремум функции двух переменных
13. Нахождение наибольших и наименьших значений.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций<sup>5</sup>

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

---

<sup>5</sup> Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

Максимальное количество баллов, которое можно набрать, выполняя задания на курсе в течение одного семестра за изучение лекционного материала, выполнение практических заданий и текущий контроль – 70 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 10 баллов. После изучения материала обучающемуся необходимо ответить на 1-2 вопроса (всего 10 вопросов) по итогам самостоятельной проработки лекционного и практического материала, которые оцениваются в 0-1 баллов соответственно.

За выполнение конспектов обучающийся может набрать максимально - 5 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

#### **Шкала оценивания ответов студентов на экзамене.**

| <b>Количество баллов</b> | <b>Критерии оценивания</b>                                                                                                                                                                     |
|--------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 25-30                    | имеет место полное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий             |
| 19-24                    | имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий |
| 9-15                     | имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики     |
| 0-8                      | имеет место неусвоение основных теорем и формул курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики                    |

#### **Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины**

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

| <b>Оценка по 100-балльной системе</b> | <b>Оценка по традиционной системе</b> |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 81 – 100                              | Отлично                               |
| 61 - 80                               | Хорошо                                |
| 41 - 60                               | Удовлетворительно                     |
| 0 - 40                                | Неудовлетворительно                   |

