

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 08.09.2025 11:10:19

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e09 Федеральное государственное

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,
математического анализа и геометрии

Протокол от «18» сентября 2025 г., № 5

Зав. кафедрой Г.В. Кондратьева /Г.В. Кондратьева/

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)

Практикум решения математических задач

Направление подготовки (специальности)

44.03.01 Педагогическое образование

Профиль (программа подготовки, специализация)

Математика

Москва

2025

Содержание

1.Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....	3
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....	3
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....	6
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....	20

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ПК – 1.	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	<i>Знает:</i> – преподаваемый предмет в пределах требований Федеральных государственных образовательных стандартов основного и среднего (полного) общего образования и основной общеобразовательной программы; – программы и учебники по преподаваемому предмету; о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений. <i>Умеет:</i> – строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать	Расчетная работа Решение задач	Шкала оценивания расчетных работ Шкала оценивания решения задач

			рассуждение обучающихся; – решать задачи элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников; – объяснять решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников; – организовывать решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников.		
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	<i>Знает:</i> – преподаваемый предмет в пределах требований Федеральных государственных образовательных стандартов основного и среднего (полного) общего образования и основной общеобразовательной программы; – программы и учебники по преподаваемому предмету; о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений. <i>Умеет:</i> – строить логические рассуждения (например, решение задачи) в	Расчетная работа Решение задач Практическая подготовка	Шкала оценивания расчетных работ Шкала оценивания решения задач Шкала оценивания практической подготовки

			математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; – решать задачи элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников; – объяснять решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников; – организовывать решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников. <i>Владеет (навыками и/или опытом деятельности):</i> – навыком локального упорядочения математического материала для различных образовательных целей; – различными подходами к решению задач школьного курса математики, задач математических олимпиад школьников.		
--	--	--	--	--	--

Описание шкал оценивания

Шкала оценивания практической подготовки

Критерии оценивания	Баллы
высокая активность на практической подготовке	5
средняя активность на практической подготовке	2
низкая активность на практической подготовке	0

Шкала оценивания расчетной работы

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	0,25
Представлено решение задач несколькими способами (если это возможно)	0,25
Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом	0,25
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и графики	0,25

По результатам оценивания обучающийся может получить до 1 балла;

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета с оценкой, составляет до 50 баллов.

Зачетная работа состоит из 2 теоретических вопросов (по 25 баллов каждый).

Шкала оценивания зачетного задания

Критерий оценивания	Баллы
Если студент правильно решил все задания и обосновал полученные результаты	10 баллов
Если студент правильно решил все задания, но не смог обосновать полученные результаты	9-6 баллов
Если студент правильно решил 60% - 80% всех заданий, но не смог обосновать полученные результаты	5 баллов
Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал полученные результаты	4 балла
Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал не все полученные результаты	3-2 балла
Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и смог обосновать полученные результаты	1 балл
Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и не смог обосновать полученные результаты	0 баллов

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль

ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

Знать:

- преподаваемый предмет в пределах требований Федеральных государственных образовательных стандартов основного и среднего (полного) общего образования и основной общеобразовательной программы;
- программы и учебники по преподаваемому предмету; о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений.

Зачетные задания

Найдите значение выражения $\frac{a^{14} \cdot (b^6)^2}{(a \cdot b)^{12}}$ при $a = 6$ и $b = \sqrt{6}$.

Упростить: $(x^{-2}y^3)^{-3} \left(\frac{x^3}{2y^2} \right)^{-3} \left(\frac{-4x^3}{y^4} \right)^{-5}$.

Вычислите: $\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} \cdot (3,375)^{-1}}{(2,25)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}}$.

Вычислите x : $\frac{0,1(6)+0,(3)}{0,(3)+1,1(6)} \cdot x = 10$.

Упростите выражение $\frac{a^{\frac{4}{3}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}} + 2^3\sqrt{ab} + 4b^{\frac{2}{3}}}: \left(1 - 2^3\sqrt{\frac{b}{a}}\right) - a^{\frac{2}{3}}$.

Упростите: $\sqrt{a+1-4\sqrt{a-3}}$.

Упростите: $\sqrt{2+2\sqrt{1-a^2}}$.

Упростите: $\sqrt{3a-1+2\sqrt{2a^2-a}}$.

Сколько целых значений n , при которых числа $m = \frac{2n-4}{n+5}$ будут натуральными?

Цену товара снизили на 6%, затем новую цену снизили еще на 10% и, наконец, после пересчета произвели снижение еще на четверть. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

Вычислите $\left[a^{-\frac{3}{2}} b (ab^{-2})^{-\frac{1}{2}} (a^{-1})^{-\frac{2}{3}} \right]^3$ при $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Произведение корней уравнения $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$ равно?

Сплав из серебра и меди имеет массу 2 кг, причем масса серебра составляет $14\frac{2}{7}\%$ массы меди.

Сколько серебра в данном сплаве?

Мотоциклист остановился для заправки горючим на 12 минут. После этого, увеличив скорость движения на 15 километров в час, он наверстал потерянное время на расстоянии 60 километров. С какой скоростью он двигался после остановки?

Задания расчетных работ

Тождественные преобразования

Упростите выражение и вычислите его значение при указанных значениях переменной:

$$\left(3b^{-2} - 2a^{-1} \right) \left(\frac{b^{-2}}{3^{-1}} + \frac{1}{2^{-1}a} \right) \left(4a^{-2} + \frac{b^{-4}}{3^{-2}} \right) \text{ при } a = -2, b = \sqrt{3}.$$

Упростите выражение и вычислите его значение при указанных значениях переменной:

$$\left(\left(\frac{9^{-2}}{a^{-24}} - \frac{16}{b^{-8}} \right) : \left(\frac{a^{12}}{3^2} + \frac{b^4}{2^{-2}} \right) \right) : \left(\frac{3^{-1}}{a^{-6}} - \frac{1}{2^{-1}b^{-2}} \right) \text{ при } a = \sqrt{3}, b = \sqrt{2}.$$

$$\text{Вычислите: } \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3} - a}{\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{2}{3 + a\sqrt{2}}.$$

$$\text{Вычислите: } \frac{a-b}{a-\sqrt{2a}} \cdot \frac{a-2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \left(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{2}+\sqrt{a}} \right).$$

Упростите выражения:

$$\frac{|x-1| + |x| + x}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$\frac{ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2)((ax + by)^2 - 4abxy)}{ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2)}$$

$$\left(\frac{x^2 + x - 2\sqrt{x} + 6}{x + 2\sqrt{x} + 3} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\cos^2(2\alpha - 90^\circ) + \operatorname{ctg}^2(90^\circ + 2\alpha) + 1}{\sin^2(2\alpha - 270^\circ) + \operatorname{tg}^2(270^\circ + 2\alpha) + 1}$$

$$\sin^2\left(\frac{9\pi}{8} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{17\pi}{8} - \alpha\right)$$

$$\frac{a^{\frac{4}{3}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{ab} + 4b^{\frac{4}{3}}} : \left(1 - 2\sqrt[3]{\frac{b}{a}} \right) - a^{\frac{2}{3}}.$$

$$\frac{a^{-2} + b^{-2}}{a^{-1} + b^{-1}} \cdot \left(\frac{a^2 + b^2}{ab} \right)^{-1}$$

$$\left(a + \frac{ab}{a-b} \right) \cdot \left(\frac{ab}{a+b} - a \right) : \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$$

Решите уравнения:

$$2\log_9^2 x = \log_3 x * \log_3 (\sqrt{(2x+1)} - 1)$$

$$\left(1 + \log_x \frac{4-x}{10}\right) * \lg x = \lg \lg 10^3 - 1$$

Решите неравенства:

$$\frac{x^2 - |x| - 12}{x - 3} \geq 2x$$

$$|x^3 - 1| > 1 - x$$

Комбинаторные задачи. Метод математической индукции

Доказать, что при любом натуральном n число a_n делится на b . $a_n = 2n^3 + 3n^2 + 7n$, $b = 6$

Доказать равенство $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$

Команда некоторой ЭВМ записывается в виде набора из восьми цифровых знаков – нулей и

Сколько различных звуко сочетаний можно взять на десяти выбранных клавишах рояля, если каждое звуко сочетание может содержать от трех до десяти звуков?

В вазе стоят 10 красных и 5 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать из вазы 5 гвоздик одного цвета?

Сколько различных светящихся колец можно сделать, расположив по окружности 10 разноцветных лампочек (кольца считаются одинаковыми при одинаковом порядке следования цветов)?

На книжной полке помещается 30 томов. Сколькими способами их можно расставить, чтобы при этом первый и второй тома не стояли рядом.

В фортепьянном кружке занимаются 10 человек, в кружке художественного слова – 15, в вокальном кружке – 12, в фотокружке – 20 человек. Сколькими способами можно составить бригаду из четырех чтецов, трех пианистов, пяти певцов и одного фотографа.

Восемь авторов должны написать книгу из шестнадцати глав. Сколькими способами возможно распределение материала между авторами, если 2 человека напишут по три главы, четыре – по две, а два – по одной главе книги?

Автомобильная мастерская имеет для окраски 10 основных цветов. Сколькими способами можно окрасить автомобиль, если смешивать от 3 до 7 основных цветов?

Уметь:

- строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;
- решать задачи элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;
- объяснять решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;
- организовывать решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников.

Зачетные задания

Вычислите x : $\frac{0,1(6)+0,(3)}{0,(3)+1,1(6)} \cdot x = 10$.

Упростите выражение $\frac{a^{\frac{4}{3}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{3}{4}}\sqrt{ab} + 4b^{\frac{2}{3}}}: \left(1 - 2^{\frac{3}{4}}\sqrt{\frac{b}{a}}\right) - a^{\frac{2}{3}}$.

Сколько целых значений n , при которых числа $m = \frac{2n-4}{n+5}$ будут натуральными?

Цену товара снизили на 6%, затем новую цену снизили еще на 10% и, наконец, после пересчета произвели снижение еще на четверть. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

Упростите выражение и найдите его числовое значение: $64x^3 - 144x^2y + 108xy^2 - 27y^3$ при $x = 0,75$, $y = 1\frac{1}{3}$.

Найдите частное и остаток от деления многочленов: $x^4 - x^3 - x^2 - x - 2$ на $x^2 + 1$.

Пусть $a + b + c = 2p$. Докажите, что $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2 = 16p(p-a)(p-b)(p-c)$.

Найдите $\log_3 5$, если $\log_6 2 = a$, $\log_6 5 = b$.

Вычислите сумму $49^{1-\log_7 2} + 5^{-\log_5 4}$.

Упростить выражение $a^{\frac{\log_b \log_b a}{\log_b a}}$.

Вычислите $\left[a^{-\frac{3}{2}}b(ab^{-2})^{-\frac{1}{2}}(a^{-1})^{-\frac{2}{3}}\right]^3$ при $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Вычислите $\sqrt[6]{(5 - \sqrt{30})^6} - \sqrt{30}$.

Упростите выражение: $\sqrt{8 + 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$.

Вычислите $\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$.

Сумма корней уравнения $2\sqrt{x^2 - 2x + 4} - \sqrt{x^2 - 2x + 9} = 1$ равна?

Сумма наименьшего и наибольшего корней уравнения

$\sqrt{2x + 2} - \sqrt{2x + 1} - 3\sqrt{2x + 10} - 6\sqrt{2x + 1} = 2\sqrt{2x + 1} - 8$?

Чему равна сумма корней уравнения $\sqrt{\frac{3-x}{2+x}} + 3\sqrt{\frac{2+x}{3-x}} = 4$?

При каких значениях a и b многочлен $x^4 - 3x^3 + ax + b$ делится на $x^2 + 3x + 4$?

Произведение корней уравнения $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$ равно?

Решением неравенства $x^4 - 2x^2 - 63 \leq 0$ является промежуток?

При каком значении параметра a уравнение $(a-1)x^2 + 2(a+1)x + a + 4 = 0$ имеет единственный или кратный корень?

Уравнение $2x^2 + mx^2 + nx + 12 = 0$ имеет корни $x_1 = 1$, $x_2 = -2$. Третий корень уравнения равен?

При каком значении параметра a вершина параболы $y = (x - 3a)^2 - a^2 + 6a + 16$ лежит на отрицательной полуоси абсцисс?

Произведение корней уравнения $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 2)(x - 3) = 3$ равно?

В арифметической прогрессии 20 членов. Сумма членов, стоящих на четных местах, равна 250, а сумма членов, стоящих на нечетных местах, равна 220. Найдите два средних члена прогрессии.

Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 56, а сумма квадратов ее членов равна 448. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

Сплав из серебра и меди имеет массу 2 кг, причем масса серебра составляет $14\frac{2}{7}\%$ массы меди.

Сколько серебра в данном сплаве?

Мотоциклист остановился для заправки горючим на 12 минут. После этого, увеличив скорость движения на 15 километров в час, он наверстал потерянное время на расстоянии 60 километров. С какой скоростью он двигался после остановки?

Стороны треугольника равны 11, 12 и 13. Найти медиану, проведенную к наибольшей стороне.

Две стороны треугольника равны 10 и 12, а медиана, проведенная к третьей стороне, равна 5. Найти площадь треугольника.

Стороны треугольника равны 2, 3 и 4. Найдите радиус окружности, проходящей через концы большей и середину меньшей стороны.

Окружность вписана в треугольник ABC. Стороны AB она касается в точке M, стороны AC – в точке N. Доказать, что $BN > MN$.

Доказать, что в четырехугольнике любая диагональ меньше половины периметра.

Доказать, что каждая сторона треугольника видна из центра вписанной окружности под тупым углом.

Внутри угла с вершиной O взята точка A. Точки B и C – проекции точки A на его стороны. Найдите углы треугольника ABC, если луч OA образует со сторонами данного угла углы 30° и 40° .

Отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, равен 3. Углы при большем основании равны 30° и 60° . Найти высоту трапеции.

На плоскости дана прямая l и точки A и B по одну сторону от нее. Найти на прямой точку M , для которой сумма $AM+BM$ наименьшая.

На плоскости дан выпуклый четырехугольник. Найти точку, сумма расстояний от которой до его вершин наименьшая.

В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ грань $ABCD$ – квадрат со стороной a , ребро AA_1 также равно a и образует с ребрами AB и AD углы, равные 60° . Найдите длины диагоналей AC_1 и A_1C и площадь сечения $ACC_1 A_1$.

Упростите выражение $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{1+i}\right)^8$.

Дано $z_1 = 5+3i$, $z_2 = -1+i$. Найти сумму, разность, произведение и частное этих чисел.

Дано $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$. Представьте это число в алгебраической форме.

Дано $z = -3i$. Представить число в тригонометрической форме.

При каких значениях параметра b уравнение $x^2 + bx + 4 = 0$ имеет один корень, равный 3? Имеет действительные различные корни?

При каких значениях параметра b корни уравнения $4x^2 + (3b^2 - 5|b| + 2)x - 3 = 0$ равны по модулю?

Найдите наибольшее целое значение k , при котором уравнение $x^2 + x - k = 0$ не имеет действительных корней.

Найдите наименьшее целое значение a , при котором уравнение $x^2 - 2(a+2)x + 12 + a^2 = 0$ имеет два различных действительных корня.

Задания расчетных работ

Тождественные преобразования

Упростите выражения:

$$|x - 1| + |x| + x$$

$$\frac{3x^2 - 4x + 1}{\sqrt[3]{2a + 2\sqrt{a^2 - 1}}}$$

$$\left(\frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}} + \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} + 2\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2)((ax + by)^2 - 4abxy)}{ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2)}$$

$$\left(\frac{x^2 + x - 2\sqrt{x} + 6}{x + 2\sqrt{x} + 3} - 1\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\cos^2(2\alpha - 90^\circ) + \operatorname{ctg}^2(90^\circ + 2\alpha) + 1}{\sin^2(2\alpha - 270^\circ) + \operatorname{tg}^2(270^\circ + 2\alpha) + 1}$$

$$\frac{\sin^2\left(\frac{9\pi}{8} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{17\pi}{8} - \alpha\right)}{\operatorname{tg} 2\alpha}$$

$$\frac{\operatorname{tg} 4\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha}{\sqrt{(1 - \operatorname{tg}^2 2\alpha)(\operatorname{ctg}^2 2\alpha - 1)}}$$

$$\frac{a^{\frac{4}{3}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{ab} + 4b^{\frac{4}{3}}} : \left(1 - 2\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right) - a^{\frac{2}{3}}.$$

$$\frac{a^{-2} + b^{-2}}{a^{-1} + b^{-1}} \cdot \left(\frac{a^2 + b^2}{ab}\right)^{-1}$$

$$\left(a + \frac{ab}{a-b}\right) \cdot \left(\frac{ab}{a+b} - a\right) : \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$$

$$\frac{\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ}{\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ}$$

$$\sin^3 2\alpha \cos 6\alpha + \cos^3 2\alpha \sin 6\alpha$$

Решите уравнения:

$$2\log_9 x = \log_3 x * \log_3 (\sqrt{(2x+1)} - 1)$$

$$\left(1 + \log_x \frac{4-x}{10}\right) * \lg x = \lg \lg 10^3 - 1$$

$$(x^2 - 1 - x)^{x^2 - 1} = 1$$

$$|x - 3|^{x^2 - 1} = (x - 3)^2$$

Решите неравенства:

$$\frac{x^2 - |x| - 12}{x - 3} \geq 2x$$

$$|x^3 - 1| > 1 - x$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{|x^2 - 2x| + 4}{|x + 2| + x^2} \leq 0$$

Комбинаторные задачи. Метод математической индукции

Доказать, что при любом натуральном n число a_n делится на b . $a_n = 2n^3 + 3n^2 + 7n$, $b = 6$.

Доказать равенство $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$.

Доказать методом математической индукции: $p + (p + 1) + (p + 2) + \dots + (p + n) = \frac{(2p+n)(n+1)}{2}$.

Команда некоторой ЭВМ записывается в виде набора из восьми цифровых знаков – нулей и единиц. Каково максимальное количество различных команд?

В разложении $(1 + x)^n$ четвертый член равен 0,96. Найти значения x и n , если сумма биномиальных коэффициентов равна 1024.

При каких значениях x и y возможно равенство: $C_y^x : C_{y+2}^x : A_y^x = 1 : 3 : 24$?

Докажите тождества: $C_n^k C_{n-k}^{m-k} = C_m^k C_n^m$.

Сумма биномиальных коэффициентов разложения $(2nx + \frac{1}{2nx^2})^{3n}$ равна 64. Определить слагаемое, не содержащее x .

При каких значениях x четвертое слагаемое разложения $(5 + 2x)^{16}$ больше двух соседних с ним слагаемых?

Сколько различных звуко сочетаний можно взять на десяти выбранных клавишах рояля, если каждое звуко сочетание может содержать от трех до десяти звуков?

В вазе стоят 10 красных и 5 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать из вазы 5 гвоздик одного цвета?

Сколько различных светящихся колец можно сделать, расположив по окружности 10 разноцветных лампочек (кольца считаются одинаковыми при одинаковом порядке следования цветов)?

На книжной полке помещается 30 томов. Сколькими способами их можно расставить, чтобы при этом первый и второй тома не стояли рядом?

В фортепьянном кружке занимаются 10 человек, в кружке художественного слова – 15, в вокальном кружке – 12, в фотокружке – 20 человек. Сколькими способами можно составить бригаду из четырех чтецов, трех пианистов, пяти певцов и одного фотографа?

Восемь авторов должны написать книгу из шестнадцати глав. Сколькими способами возможно распределение материала между авторами, если 2 человека напишут по три главы, четыре – по две, а два – по одной главе книги?

Доказать, что $\frac{C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n}{n} = 2^{n-1}$.

Автомобильная мастерская имеет для окраски 10 основных цветов. Сколькими способами можно окрасить автомобиль, если смешивать от 3 до 7 основных цветов?

Двенадцати ученикам выданы два варианта контрольной работы. Сколькими способами можно посадить учеников в два ряда по 6 человек, чтобы у сидящих рядом не было одинаковых вариантов, а у сидящих друг за другом был один и тот же вариант?

Сколько существует вариантов расположения шести гостей за круглым шестиместным столом?

Владеть:

- навыком локального упорядочения математического материала для различных образовательных целей;
- различными подходами к решению задач школьного курса математики, задач математических олимпиад школьников.

Тема 1. Тожественные преобразования

Разработайте систему задач (с решениями), включающую задачи разного уровня сложности, для работы с учащимися на уроке закрепления и совершенствования знаний по теме:

- Преобразование рациональных выражений.
- Степень с рациональным показателем. Преобразование выражений, содержащих степени.
- Свойства логарифмов. Преобразование выражений, содержащих логарифмы.
- Тожественные преобразования тригонометрических выражений.

Тема 2. Комбинаторные задачи. Метод математической индукции. Перестановки. Сочетания. Размещения

1. Разработайте самостоятельную работу для проверки знаний учащихся по теме «Перестановки. Сочетания. Размещения». Выполненное задание должно включать:

- перечень проверяемых знаний, умений и навыков;
- задания самостоятельной работы;
- эталонное решение самостоятельной работы;
- шкалу оценки выполненной самостоятельной работы.

2. Подберите задачи разного типа (доказательство утверждение о делимости выражений, доказательство неравенств и пр.) для работы с учащимися на внеурочном занятии по математике по теме «Метод математической индукции».

Тема 3. Геометрия. Основные методы решения геометрических задач на вычисление и доказательство

1. Разработайте систему задач (с решениями) для работы с учащимися по теме:

- Метод удвоения медианы.
- Метод вспомогательной окружности.
- Метод площадей.
- Тригонометрический метод при решении геометрических задач.
- Векторно-координатный метод решения геометрических задач.

Тема 4. Задачи на использование комплексных чисел в алгебре, геометрии. Комплексные числа

1. Разработайте фрагмент урока по теме «Операции с комплексными числами».

2. Подберите задачи (с решениями) для работы с учащимися на внеурочном занятии по математике «Комплексные числа в элементарной геометрии».

(Одно задание на выбор)

Тема 5. Избранные нестандартные задачи школьного курса математики и методы их решения. Неравенства

1. Подберите задачи (с решениями) для работы с учащимися на внеурочном занятии по математике, посвященному неравенствам в планиметрии и/или стереометрии.

2. Разработайте фрагмент урока по теме «Решение квадратных уравнений с параметром».
(Одно задание на выбор)

Промежуточная аттестация

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

Знать:

- преподаваемый предмет в пределах требований Федеральных государственных образовательных стандартов основного и среднего (полного) общего образования и основной общеобразовательной программы;
- программы и учебники по преподаваемому предмету; о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений.

Уметь:

- строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;
- решать задачи элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;
- объяснять решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;
- организовывать решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников.

Владеть:

- навыком локального упорядочения математического материала для различных образовательных целей;
- различными подходами к решению задач школьного курса математики, задач математических олимпиад школьников.

Примерные вопросы к зачету.

1. Охарактеризуйте приемы разложения многочленов на неприводимые множители.
2. Докажите свойства арифметических корней.
3. Охарактеризуйте особенности при выполнении преобразований иррациональных выражений.
4. Докажите свойства степеней действительного числа.
5. Докажите свойства числовых логарифмов.
6. Вывод тригонометрических формул основных групп.

7. Вывод тригонометрических формул основных групп, связанных с обратными тригонометрическими функциями.
8. Средние величины. Классические неравенства.
9. Применение алгебраического метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
10. Применение векторного метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
11. Применение координатного метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
12. Применение метода вспомогательных фигур при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
13. Охарактеризуйте приемы разложения многочленов на неприводимые множители.
14. Докажите свойства арифметических корней.
15. Охарактеризуйте особенности при выполнении преобразований иррациональных выражений.
16. Докажите свойства степеней действительного числа.
17. Докажите свойства числовых логарифмов.
18. Вывод тригонометрических формул основных групп.
19. Вывод тригонометрических формул основных групп, связанных с обратными тригонометрическими функциями.
20. Средние величины. Классические неравенства.

Примерные вопросы к экзамену.

21. Алгебраическая форма комплексного числа. Правила выполнения действий над комплексными числами в алгебраической форме.
22. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
23. Тригонометрическая форма комплексного числа. Правила выполнения действий над комплексными числами в тригонометрической форме.
24. Показательная форма комплексного числа.
25. Основы метода комплексных чисел.
26. Метод математической индукции в решении задач.
27. Функции Антье. Примеры решения задач.
28. Использование свойств корней квадратного многочлена в решении задач с параметром.

29. Применение алгебраического метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
30. Применение векторного метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
31. Применение координатного метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
32. Применение метода вспомогательных фигур при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
33. Алгебраическая форма комплексного числа. Правила выполнения действий над комплексными числами в алгебраической форме.
34. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
35. Тригонометрическая форма комплексного числа. Правила выполнения действий над комплексными числами в тригонометрической форме.
36. Показательная форма комплексного числа.
37. Основы метода комплексных чисел.
38. Метод математической индукции в решении задач.
39. Функции Антье. Примеры решения задач.
40. Использование свойств корней квадратного многочлена в решении задач с параметром.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Во 2 семестре.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль, – 80 баллов.

За выполнение расчетной работы обучающийся может набрать максимально 40 баллов.

За выполнение зачетного задания обучающийся может набрать максимально 40 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета, составляет 20 баллов.

Для сдачи зачета необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На зачет с оценкой выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания зачета

Критерии оценивания	Баллы
Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач	15-20
Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).	10-14
Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).	1-9
Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).	0

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Зачтено
61 – 80	Зачтено
41 – 60	Зачтено
0 – 40	Не зачтено

В 3 семестре.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль, – 70 баллов.

За выполнение расчетной работы обучающийся может набрать максимально 40 баллов.

За выполнение зачетного задания обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен с оценкой выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания ответов студентов на экзамене

Количество баллов	Критерии оценивания
26-30	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач
15-25	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
8-14	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
0-7	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по пятибалльной системе		Оценка по стобалльной системе
5	отлично	81-100
4	хорошо	61-80
3	удовлетворительно	41-60
2	неудовлетворительно	0-40