

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 10.11.2025 11:44:37

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bff679172803da5b78959c69e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Согласовано

деканом физико-математического факультета

«28» февраля 2024 г.

/Кулешова Ю.Д./

Рабочая программа дисциплины

Теория чисел

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль:

Математика и физика

Квалификация

Бакалавр

Формы обучения

Очная, очно-заочная

Согласовано учебно-методической комиссией
физико-математического факультета

Протокол «28» февраля 2024 г. № 6

Председатель УМКом

/Кулешова Ю.Д./

Рекомендовано кафедрой высшей
алгебры, математического анализа и
геометрии

Протокол от «14» февраля 2024 г. № 6

Зав. кафедрой

/Кондратьева Г.В./

Мытищи

2024

Автор-составитель:
Пинчук И.А., кандидат физико-математических наук, доцент

Рабочая программа дисциплины «Теория чисел» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилиями подготовки), утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ России от 22.02.2018 г. № 125.

Дисциплина входит в обязательную часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Объем и содержание дисциплины	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся	6
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	8
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины	17
7. Методические указания по освоению дисциплины	19
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине	19
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	20

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины:

формирование у студентов общей математической культуры, овладение ими основными математическими понятиями, методами решения задач сформулированными в рамках данной предметной области, и умения применять их в профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

- знакомство студентов с основными алгебраическими понятиями и закономерностями высшей алгебры;
- формирование у студентов представлений о числах, многочленах от одной и нескольких неизвестных, основных алгебраических структурах;
- освоение основных педагогических методов, вычислительных схем и приемов;
- привитие навыков применения алгебраического аппарата при изучении других разделов математики;
- знакомство студентов с основными математическими понятиями и закономерностями;
- формирование у студентов представлений об основных понятиях теории чисел;
- освоение основных вычислительных схем и приемов.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в обязательную часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Для освоения дисциплины «Теория чисел» студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплин: «Математический анализ», «Элементарная математика».

Изучение дисциплины «Теория чисел» является базой для дальнейшего освоения студентами дисциплины «Теория функций действительного переменного», «Теория функций комплексного переменного», «Теория графов».

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов	
	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения
Объем дисциплины в зачетных единицах	3	3
Объем дисциплины в часах	108	108
Контактная работа:		
Лекции	18	12
Практические занятия	36	24
Из них в форме практической подготовки	6	6
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2,3	2,5
Экзамен	0,3	0,3
Контрольная работа	-	0,2

Предэкзаменационная консультация	2	2
Самостоятельная работа	42	56
Контроль	9,7	13,5

Форма промежуточной аттестации: экзамен в 4 семестре на очной форме обучения, экзамен в 6 семестре на очно-заочной форме обучения.

3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения

Наименование разделов (тем) дисциплины	Кол-во часов		
	Очная форма обучения		
Лекции	Практические занятия		Из них в форме практических подготовки
	Всего		
Тема 1. . Делимость целых чисел, НОД, НОК и их свойства Делимость целых чисел, свойства делимости. Частное и остаток. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида. Свойства НОД и взаимно простых чисел. Наименьшее общее кратное и его свойства.	2	5	
Тема 2. Простые числа Простые числа. Основная теорема арифметики. Свойства простых чисел. Бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена. Неравенства Чебышева. Каноническое разложение натурального числа.	2	5	
Тема 3. Теоретико-числовые функции Целая и дробная части действительного числа. Число делителей и сумма делителей натурального числа.	2	5	
Тема 4. Теория сравнений в кольце целых чисел Сравнения. Свойства сравнений. Кольцо и поле классов вычетов. Полная система вычетов. Признак полной системы вычетов. Приведенная система вычетов. Признак приведенной системы вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения по степени простого числа. Сравнения первой степени с одним неизвестным.	3	5	
Тема 5. Решение сравнений Решение в целых числах уравнения $ax + by = c$. Сравнение по простому модулю. Число решений сравнения по простому модулю. Теорема Вильсона. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю.	3	5	
Тема 6. Первообразные корни и индексы Показатель числа по модулю, свойства показателя. Число классов с заданным показателем. Первообразные корни. Существование первообразных корней по простому модулю. Индексы и их свойства. Двучленные сравнения по простому модулю.	3	5	
Тема 7. Приложения теории сравнений Системы счисления, арифметические операции над числами в заданной	3	6	6

системе счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Признаки делимости. Признак Паскаля. Десятичные дроби. Конечные, чистые периодические и смешанные периодические десятичные дроби. Цепные дроби. Существование и единственность значения цепной дроби. Представление действительных чисел подходящими дробями. Теорема Дирихле и ее применение к представлению простого числа в виде суммы двух квадратов. Алгебраические и трансцендентные числа.			
Итого	18	36	6

Очно заочная форма обучения

Наименование разделов (тем) дисциплины	Кол-во часов		
	Очно-заочная форма обучения		
Лекции	Практические занятия		Из них в форме практической подготовки
	Всего	3	
Тема 1. . Делимость целых чисел, НОД, НОК и их свойства Делимость целых чисел, свойства делимости. Частное и остаток. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида. Свойства НОД и взаимно простых чисел. Наименьшее общее кратное и его свойства.	1	3	
Тема 2. Простые числа Простые числа. Основная теорема арифметики. Свойства простых чисел. Бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена. Неравенства Чебышева. Каноническое разложение натурального числа.	1	3	
Тема 3. Теоретико-числовые функции Целая и дробная части действительного числа. Число делителей и сумма делителей натурального числа.	1	3	
Тема 4. Теория сравнений в кольце целых чисел Сравнения. Свойства сравнений. Кольцо и поле классов вычетов. Полная система вычетов. Признак полной системы вычетов. Приведенная система вычетов. Признак приведенной системы вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения по степени простого числа. Сравнения первой степени с одним неизвестным.	2	3	
Тема 5. Решение сравнений Решение в целых числах уравнения $ax + by = c$. Сравнение по простому модулю. Число решений сравнения по простому модулю. Теорема Вильсона. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю.	2	4	
Тема 6. Первообразные корни и индексы Показатель числа по модулю, свойства показателя. Число классов с заданным показателем. Первообразные корни. Существование первообразных корней по простому модулю. Индексы и их свойства. Двучленные сравнения по простому модулю.	2	4	2
Тема 7. Приложения теории сравнений Системы счисления, арифметические операции над числами в заданной	3	4	4

системе счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Признаки делимости. Признак Паскаля. Десятичные дроби. Конечные, чистые периодические и смешанные периодические десятичные дроби. Цепные дроби. Существование и единственность значения цепной дроби. Представление действительных чисел подходящими дробями. Теорема Дирихле и ее применение к представлению простого числа в виде суммы двух квадратов. Алгебраические и трансцендентные числа.			
Итого	12	24	6

ПРАКТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА

Тема	Задание на практическую подготовку	Количество часов	
		Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения
Тема 6. Первообразные корни и индексы	Разработать задания для школьной программы по темам: «Показатель числа по модулю», «Первообразные корни», «Двучленные сравнения по простому модулю»	-	2
Тема 7. Приложения теории сравнений	Разработать задания для школьной программы по темам: «Перевод чисел из одной системы счисления в другую», «Признаки делимости», «Признак Паскаля», «Представление действительных чисел подходящими дробями»	6	4
Всего:		6	6

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
Очна/очно-заочная формы обучения					
Тема 1. Матрицы	1. Свойства операций над матрицами. 2. Транспонирование произведения матриц.	2	3	Изучение научно-методической литературы	Рекомендую мая научно-методическая литература, сеть

					Интернет	
Тема 2. Определители	1. Свойства определителей. 2. Теорема об алгебраическом дополнении элемента.	2	3	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 3. Системы линейных уравнений	Свойства решений однородных и неоднородных систем линейных уравнений.	2	3	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 4. Основные алгебраические структуры	1. Доказательство свойств группы. 2. Доказательство свойств кольца. 3. Доказательство свойств поля.	2	3	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 5. Делимость в кольце целых чисел.	1. Связь НОД и НОК целых чисел. 2. Взаимно-простые числа	2	3	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 6. Поле комплексных чисел.	Доказательство свойств операций над комплексными числами в тригонометрической форме.	2	3	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады

Тема 7. Теория многочленов от одной переменной	1. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. 2. Свойства НОД. 3. Свойства НОК.	2	3	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 8. Расширения полей.	1. Строение простого расширения поля. 2. Существование корня многочлена.	2	3	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 9. Векторное пространство, его линейные преобразования.	Характеристическое уравнение линейного оператора.	2	3	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 10. Теория многочленов от нескольких переменных.	1. Высший член произведения двух многочленов. 2. Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее.	2	3	Изучение научно-методической литературы	Рекомендуемая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады

Тема 11. Многочлены над числовыми полями.	1.Исследование уравнений третьей и степени над полем комплексных чисел. 2. Производная 3.многочлена. Кратные неприводимые множители многочленов, их отделение. 4Критерий неприводимости Эйзенштейна. 5. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах.	2	3	Изучение научно-методической литературы	Рекомендую мая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 12. Алгоритм Евклида	Описание алгоритма, его приложения в криптологии, решении диофантовых уравнений, методе Штурма	3	3	Изучение научно-методической литературы	Рекомендую мая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 13. Теоретико-числовые функции	Определение, целая часть и дробная часть числа, мультипликативные функции	2	4	Изучение научно-методической литературы	Рекомендую мая научно-методическая литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады

Тема 14. Кольцо классов вычетов	Построени е кольца классов вычетов, поле вычетов, характерис тика поля. Решение уравнений в поле.	3	4	Изучение научно- методическ ой литературы	Рекомендуе мая науч но- методическа я литература, сеть Интернет	Практичес кие задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 15. Непрерывные дроби	Определен ие, подходящ ие дроби, свойства непрерывн ых дробей, применени е непрерывн ых дробей	3	3	Изучение научно- методическ ой литературы	Рекомендуе мая науч но- методическа я литература, сеть Интернет	Практичес кие задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 16. Системы счисления.	Определен ие, перевод из одной системы в другую, выполнени е арифметич еских действий в различных системах счисления	3	3	Изучение научно- методическ ой литературы	Рекомендуе мая науч но- методическа я литература, сеть Интернет	Практические задания, вопросы для разбора, доклады
Тема 17. Китайская теорема об остатках	Формулир овка теоремы, эквивалент ные утвержден ия, применени е	3	3	Изучение научно- методическ ой литературы	Рекомендуе мая науч но- методическа я литература, сеть Интернет	Практичес кие задания, вопросы для разбора, доклады

Тема 18. Первообразны е корни и индексы	Показател ь числа по заданному модулю, свойства показателя ,, первообраз ные корни, индексы, их свойства	3	3	Изучение научно- методическ ой литературы	Рекомендуе мая науч но- методическа я литература, сеть Интернет	Практически е задания, вопросы для разбора, доклады
Итого		42	56			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцени ваемые компет енции	Уров ень сфор мирова нно сти	Этап формирован ия	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оцени вания

УК-1	Порог овый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций Уметь осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	Практические задания, вопросы для разбора (опрос), доклады	Шкала оценивания практического задания Шкала оценивания опроса Шкала оценивания доклада
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций Уметь осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий Владеть методами критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода, способами разработки стратегии действий	Практические задания, вопросы для разбора (опрос), доклады, практическая подготовка	Шкала оценивания практического задания Шкала оценивания опроса Шкала оценивания доклада Шкала оценивания практической подготовки
Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания

ПК-1	Порог овый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	<p>Знать: содержание профессиональных задач, знать как осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач</p> <p>Уметь: пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий, логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения</p>	Практические задания, вопросы для разбора, (опрос), доклады	Шкала оценивания практического задания Шкала оценивания опроса Шкала оценивания доклада
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	<p>Знать: содержание профессиональных задач, знать как осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач</p> <p>Уметь: пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий, логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения, адаптировать результаты изучения понятий и фактов алгебры и теории чисел к школьному образовательному процессу</p> <p>Владеть: научным стилем изложения содержания, навыками поиска, сбора, систематизации и использования информации, методами и приемами устного и письменного изложения предметного материала</p>	Практические задания, вопросы для разбора, (опрос), доклады, практическая подготовка	Шкала оценивания практического задания Шкала оценивания опроса Шкала оценивания доклада Шкала оценивания практической подготовки

Шкала оценивания практической подготовки

Критерии оценивания	Баллы
высокая активность на практической подготовке	5
средняя активность на практической подготовке	2
низкая активность на практической подготовке	0

Шкала оценивания практического задания.

Показатель	Баллы
Выполнено до 40% заданий	1-3
Выполнено 41-60% заданий	4-5
Выполнено 61-80% заданий	6-7
Выполнено более 81% заданий	8-10

Шкала оценивания устного опроса.

Критерий оценивания	Баллы
Материал изложен последовательно и грамотно, сделаны необходимые обобщения и выводы	5
Материал изложен последовательно и грамотно, сделаны необходимые обобщения и выводы, но допущены несущественные неточности, исправленные самим студентом.	4
Материал изложен неполно, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, при этом студент делает необходимые обобщения и выводы	3
Не раскрыто основное содержание учебного материала, студент демонстрирует незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допускает ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые им не исправляются после нескольких замечаний преподавателя	2

Шкала оценивания доклада

Критерий оценивания	Баллы
Материал изложен последовательно и грамотно, сделаны необходимые обобщения и выводы	16-20
Материал изложен последовательно и грамотно, сделаны необходимые обобщения и выводы, но допущены несущественные неточности, исправленные самим студентом.	11-15
Материал изложен неполно, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, при этом студент делает необходимые обобщения и выводы	9-10
Не раскрыто основное содержание учебного материала, студент демонстрирует незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допускает ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые им не исправляются после нескольких замечаний преподавателя	0-5

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Задания на практическую подготовку:

1. Разработать задания для школьной программы по темам: «Показатель числа по модулю», «Первообразные корни», «Двучленные сравнения по простому модулю».
2. Разработать задания для школьной программы по темам: «Перевод чисел из одной

системы счисления в другую», «Признаки делимости», «Признак Паскаля», «Представление действительных чисел подходящими дробями».

Список вопросов для подготовки к теоретической части экзамена:

1. Отношение делимости в кольце целых чисел. Основные свойства.
2. Теорема о делении с остатком.
3. Определение наибольшего делителя и теорема о его нахождении.
4. Линейное представление наибольшего общего делителя данных чисел.
5. Основная теорема арифметики.
6. Наименьшее общее кратное. Теорема о его нахождении.
7. Взаимно простые числа. Основные свойства.
8. Простые числа. Составные числа. Теорема о делимости произведения натуральных чисел на простое число.
9. Числовые функции. Число делителей данного натурального числа.
10. Числовые функции. Сумма делителей данного натурального числа.
11. Числовая функция Эйлера.
12. Функция $E(x)$ и ее применение в теории чисел.
13. Числовые сравнения. Необходимое и достаточное условие сравнимости двух целых чисел.
14. Свойства числовых сравнений.
15. Классы вычетов по модулю t . Полная и приведенная система вычетов.
16. Теорема о свойстве приведенной системы вычетов. Кольцо классов вычетов по модулю t .
17. Малая теорема Ферма, ее обобщение.
18. Теорема Эйлера. Применение этой теоремы.
19. Целые систематические числа. Переход от одной системы счисления к другой. Арифметические действия над целыми систематическими числами.
20. Систематические дроби конечные, бесконечные. Преобразование рационального числа в систематическую дробь. Три вида бесконечных систематических дробей.
21. Теорема Паскаля. Признаки делимости в системе счисления с основанием t .
22. Сравнения с одним неизвестным по данному модулю. Теорема о замене коэффициентов числами, сравнимыми с ними по данному модулю.
23. Основные теоремы для решения сравнений.
24. Сравнения второй степени, символ Лежандра.
25. Линейные сравнения с одним неизвестным. Теорема о существовании решения и их числе.
26. Системы линейных сравнений с одним неизвестным. Техника их решения.
27. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби.
28. Решение линейных сравнений с одним неизвестным с помощью цепных дробей.
29. Решение неопределенных уравнений вида $ax + by = c$ с помощью конечных цепных дробей.
30. Первообразные корни и индексы.

Типы задач для подготовки к практической части экзамена:

Типы задач для подготовки к практической части экзамена.

1. Решить задачу, применяя определения НОД и НОК целых чисел.
2. Решить задачу, применяя определения простого и составного числа.
3. Решить задачу, применяя свойства сравнений.
4. Решить задачу, применяя функцию Эйлера.
5. Решить задачу, применяя определение полной и приведенной систем вычетов.
6. Решить задачу, применяя теорему Эйлера.
7. Решите сравнение первой степени с одним неизвестным.
8. Решить задачу, применяя признаки делимости.
9. Выделите все этапы решения указанной алгоритмической задачи.
10. Оцените правильность и рациональность предложенного решения задачи.
11. Составьте несколько задач по указанным данным и опишите способы их решения.
12. Решить задачу, применяя функцию $E(x)$.

Вопросы для работы на учебных занятиях

1. Перечислите основные свойства делимости целых чисел.
2. Дайте определения НОД и НОК.
3. Опишите алгоритм Евклида.
4. Какова связь между НОД и НОК двух чисел?
5. Дайте определение простых и составных чисел.
6. Сформулируйте основную теорему арифметики.
7. Что называется каноническим разложением натурального числа.
8. Какие числовые функции вы знаете?
9. Какова их роль в теории чисел?
10. Какие функции называются мультипликативными?
11. Дайте определение вычетов по модулю.
12. Как строится кольцо классов вычетов по модулю?
13. В каких случаях мы получаем поле?
14. Что таковое характеристика поля?
15. Сформулируйте первую теорему о вычетах линейной формы.
16. Дайте определение функции Эйлера.
17. Что называется приведенной системой вычетов?
18. Сформулируйте вторую теорему о вычетах линейной формы.
19. Дайте определение числового сравнение по натуральному модулю.
20. Перечислите основные свойства числовых сравнений.
21. Дайте определение линейного сравнения с одним неизвестным.
22. Перечислите методы решения сравнения с одним неизвестным.
23. Как решаются сравнения по простому модулю p ?
24. Как решаются сравнения по произвольному составному модулю.
25. Сформулируйте китайскую теорему об остатках.
26. Приведите примеры ее использования.
27. Опишите методы решения сравнений второй степени.
28. Определите символ Лежандра.
29. Опишите перевод числа из одной системы счисления в другую.
30. Сформулируйте теорему Эйлера.
31. Сформулируйте малую теорему Ферма.
32. Дайте определение непрерывной дроби, приведите примеры.
33. Дайте определение подходящих дробей.
34. Сформулируйте свойства подходящих дробей.
35. Приведите пример решения сравнений первой степени с помощью непрерывных дробей.
36. Как представляются рациональные числа с помощью непрерывных дробей.
37. Как представляются иррациональные числа с помощью непрерывных дробей.
38. Оценка погрешности с помощью непрерывных дробей.
39. Сформулируйте закон взаимности нечетных простых чисел.
40. Перечислите нерешенные проблемы простых чисел.

Контрольная работа № 1

Делимость чисел. НОД. НОК. Простые числа

1. Какое из чисел 5,6,7 и 31 является делителем числа 93?

- 1) 5
- 2) 6
- 3) 7
- 4) 31

2. Какое из чисел 2, 6, 24 и 50 является кратным числа 12?

- 1) 2
- 2) 6
- 3) 24
- 4) 50

3. Верно ли высказывание: сумма двух натуральных чисел кратна каждому из слагаемых?

- 1) да;

2) нет.

4. Вставить пропущенные слова, числа, фразы.

- 1) Делителем натурального числа a называют натуральное число, _____.
- 2) Любое натуральное число имеет _____ кратных.
- 3) Наименьшим из кратных любого натурального числа является _____.
- 4) Число называется четным, если оно _____.
- 5) Цифры _____ называются нечетными.
- 6) Четное число, кратное 5, оканчивается цифрой _____.
- 7) Если в записи число ***252 вместо звездочек поставить цифру _____, то полученное число будет кратно 9.
- 8) Натуральное число называют простым, если _____.
- 9) Натуральное число, _____ называют наибольшим общим делителем этих чисел.
- 10) Числа 2, 5 и _____ взаимно простые.
- 11) Если $a = 2 \cdot 3 \cdot 5$ и $b = 3 \cdot 5 \cdot 7$, то наименьшее общее кратное этих чисел равно _____.
- 12) Наименьшее общее кратное двух чисел не может быть меньше _____.
- 13) Наибольший общий делитель чисел 120 и 240 равен _____.
- 14) Сумма нескольких натуральных чисел _____ среднему арифметическому этих чисел, если оно является натуральным числом.
- 15) Сумма двух простых чисел, каждое из которых больше двух, всегда _____.

5. Если a делится на c , b не делится на c , то:

- 1) $a+b$ делится на c ;
- 2) $a+b$ не делится на c ;
- 3) $a+b$ может делится на c , а может не делится на c ;
- 4) $a-b$ делится на c .

6. Если a делится на d , то ab делится на d :

- 1) при любом целом b ;
- 2) при положительном действительном b ;
- 3) при отрицательном рациональном b ;
- 4) только при $b=3$.

7. В цепочке равенств алгоритма Евклида последний отличный от нуля остаток равен:

- 1) наименьшему общему кратному данных чисел;
- 2) единице;
- 3) -1;
- 4) наибольшему общему делителю данных чисел.

8. Если числа a и b взаимно простые, то:

- 1) $[a, b]=a$;
- 2) $[a, b]=a \cdot b$;
- 3) $[a, b]=b$;
- 4) $[a, b]=1$.

9. Найти все простые числа между числами 1300 и 1350.

**Контрольная работа №2
Основные алгоритмы теории чисел**

1. Вычислить $\varphi(a)$.

2. Найти линейное представление НОД чисел a и b .

3. Представить a в виде систематической дроби в системе с основанием b .

4. Решить систему сравнений $\begin{cases} (a+b)x \equiv a \pmod{c} \\ (\tilde{n}+10)x \equiv -(\tilde{n}-2) \pmod{(\tilde{n}-3)} \\ (a-3)x \equiv (a+c) \pmod{(b-6)} \end{cases}$

5. Найти две последние цифры в десятичном представлении числа a^b .

6. Вывести и сформулировать признак делимости на a в системе счисления с основанием b .

7. Представить a в виде цепной дроби, найти подходящие дроби.

8. Найдите остаток от деления a^b на c .

9. Решить уравнение в целых числах $ax - by = c$.

10. Найдите сумму и число всех натуральных делителей числа a .

Варианты заданий для контрольной работы

вариант \ задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
параметр	a	a, b	a, b	a, b, c	a, b	a, b	a	a, b, c	a, b, c	a
1	720	$-38, 20$	$\frac{1}{15},$ 6	$15, 14, 11$	243, 402	3, 5	$\frac{212}{613}$	4, 115, 25	71, 47, 23	375
2	840	$64, -50$	$\frac{1}{18},$ 6	$18, 16, 13$	635, 182	4, 5	$\frac{112}{523}$	3, 215, 24	71, 38, 31	275
3	630	$-46, 18$	$\frac{1}{15},$ 7	$13, 12, 11$	962, 271	3, 6	$\frac{207}{536}$	5, 178, 23	61, 47, 34	325
4	810	$-93, 18$	$\frac{1}{18},$ 7	$9, 8, 7$	298, 943	5, 6	$\frac{117}{211}$	6, 123, 26	41, 45, 31	350
5	710	$-28, 49$	$\frac{1}{15},$ 9	$10, 9, 8$	523, 187	4, 7	$\frac{187}{537}$	7, 99, 27	21, 58, 73	400
6	630	$36, -72$	$\frac{1}{18},$ 9	$13, 10, 8$	392, 451	6, 7	$\frac{261}{401}$	4, 153, 28	89, 42, 53	425
7	465	$54, -45$	$\frac{1}{15},$ 11	$15, 14, 5$	182, 371	2, 9	$\frac{193}{491}$	5, 211, 22	61, 24, 75	475
8	760	$84, -24$	$\frac{1}{18},$ 11	$19, 10, 12$	328, 251	4, 9	$\frac{301}{509}$	7, 173, 29	53, 86, 24	250
9	820	$-60, 27$	$\frac{1}{15},$ 12	$11, 12, 13$	521, 371	6, 9	$\frac{267}{567}$	9, 203, 21	74, 98, 31	335
10	790	$63, -39$	$\frac{1}{18},$ 12	$12, 14, 15$	394, 296	8, 9	$\frac{191}{431}$	6, 132, 19	69, 24, 64	285

Семестровое задание для самостоятельной работы

- При каких натуральных значениях n число $\frac{4n+3}{5n+2}$ является целым?
- Указать наибольшее целое число k , при котором дробь $\frac{12k^2+5k+6}{4k+3}$ является целым числом.
- Доказать, что $2010^{2010} - 1$ делится на 2009.
- Доказать, что число $222^{333} + 333^{222}$ является составным.
- Пусть p - простое число, большее 3. Доказать, что $p^2 - 1$ делится нацело на 24.
- Найдите все натуральные числа n , при которых $n^2 + 3n + 5$ делится без остатка на 121.
- Найдется ли десятизначное число, делящееся на 11, в записи которого использованы все цифры от 0 до 9?
- Произведение двух натуральных чисел равно 10800, а их наибольший общий делитель равен 60. Найти наименьшее общее кратное этих чисел.
- Найти все пары натуральных чисел, наибольший общий делитель которых равен 5, а наименьшее общее кратное равно 105.
- Найти два натуральных числа, сумма которых равна 85, а наименьшее общее кратное равно 102.
- Доказать, что при любом натуральном n числа $21n+1$ и $14n+3$ - взаимно простые.
- Найти все целые числа x и y , удовлетворяющие равенству $8x = 14y - 7$.
- Найдите все пары целых чисел (x, y) , удовлетворяющие системе неравенств
$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 18x - 20y - 166 \\ 32x - y^2 > x^2 + 12y + 271 \end{cases}.$$
- Найдите все пары целых чисел (x, y) , удовлетворяющие системе неравенств
$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 + 24x - 28y + 167 < 0 \\ x + 2y < \frac{15}{2} \end{cases}.$$
- Натуральные числа m и n таковы, что и $m^3 + n$, и $m + m^3$ делятся на $m^2 + n^2$. Найти m и n .
- Решите в натуральных числах уравнение
$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{25},$$
где $m > n$.
- Решите в натуральных числах уравнение
$$n! + 5n + 13 = k^2.$$
- Найдите все пары натуральных чисел m и n , являющиеся решениями уравнения
$$2^m - 3^n = 1.$$
- Произведение нескольких различных простых чисел делится на каждое из этих чисел, уменьшенное на 1. Чему может быть равно это произведение?
- Найдите все такие пары взаимно простых натуральных чисел a и b , что если к десятичной записи числа a приписать справа через запятую десятичную запись числа b , то получится десятичная запись числа, равного $\frac{b}{a}$.
- Найдите все такие пары натуральных чисел a и b , что если к десятичной записи числа a приписать справа десятичную запись числа b , то получится число, большее произведения чисел a и b на 42.
- При каком наименьшем натуральном n число $2010!$ не делится на n^n ?
- У натурального числа n ровно 6 натуральных делителей. Сумма этих делителей равна 3500. Найдите n .
- Перед каждым из чисел 2,3,...,6 и 11,12,...,19 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего к каждому из образовавшихся чисел первого набора прибавляют каждое из

образовавшихся чисел второго набора, а затем все 45 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Темы докладов

1. Кольцо классов вычетов по простому модулю.
2. Вариации на тему малой теоремы Ферма.
3. Квадратичные вычеты. Символ Лежандра.
4. Порядки вычетов и их свойства.
5. Первообразные корни и вычеты.
6. Символ Якоби.
7. Кольцо делимых чисел Гаусса.
8. Занимательные дроби.
9. Решение уравнений в целых числах.
10. Сложность вычислений в кольце вычетов.
11. Представление чисел квадратичными формами.
12. Сравнения второй степени.
13. Криптосистема RSA.
14. Теорема Эйлера.
15. Сложность арифметических операций с целыми числами.

5.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

На очной и заочной формах обучения.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

За выполнение докладов обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За выполнение практических заданий обучающийся может набрать максимально - 20 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносится материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания ответов студентов на экзамене

Количество баллов	Критерии оценивания
26-30	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач
15-25	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

8-14	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
0-7	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по пятибалльной системе		Оценка по стобалльной системе
5	отлично	81-100
4	хорошо	61-80
3	удовлетворительно	41-60
2	неудовлетворительно	0-40

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Текст] : учеб.пособие / И. М. Виноградов. - 13-е изд.,стереотип. - СПб. : Лань, 2019. - 176с. – Текст: непосредственный.
2. Виноградов, И. М. Основы теории чисел / И. М. Виноградов. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 102 с. — (Антология мысли). — ISBN 978-5-534-09553-1. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/441837> (дата обращения: 22.07.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Юрайт. — Текст : электронный.
3. Смолин Ю.Н. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю.Н. Смолин - М. : ФЛИНТА, 2017. - 464 с. - ISBN 978-5-9765-0050-1 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976500501.html> - (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для авториз. Пользователей ЭБС Консультант студента. – Текст: электронный.
4. Бухштаб, А.А. Теория чисел : учебное пособие / А.А. Бухштаб. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 384 с. — ISBN 978-5-8114-0847-4. — URL: <https://e.lanbook.com/book/65053> (дата обращения: 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Лань». — Текст : электронный

6.2. Дополнительная литература:

1. Александров, В.А. Задачник-практикум по теории чисел / В.А. Александров, С.М. Горшенин ; Главное управление высших и средних педагогических учебных заведений Министерства просвещения РСФСР, Московский государственный заочный педагогический институт. - 3-е изд. перераб. - Москва : Издательство «Просвещение», 1972. - 80 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454825> (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Текст: электронный.
2. Сизый, С.В. Лекции по теории чисел : учебное пособие / С.В. Сизый. - 2-е изд., испр. - Москва : Физматлит, 2008. - 191 с. - ISBN 978-5-9221-0741-9. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68386и> (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Текст: электронный.
3. Манин, Ю.И. Введение в современную теорию чисел / Ю.И. Манин, А.А. Панчишкин. - Москва :

- МЦНМО, 2009. - 552 с. - ISBN 978-5-94057-511-5. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62989> (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Текст: электронный.
4. Вейль, А. Основы теории чисел / А. Вейль. - Москва : Мир, 1972. - 411 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454858> (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Текст: электронный.
5. Оре О. Приглашение в теорию чисел / О. Оре. - 2-е изд. - М. : УРСС, 2003. – 128.
6. Рибенбойм П. Последняя теорема Ферма для любителей [Текст] / П. Рибенбойм. - М. : Мир, 2003. – 429.

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://www.alleng.ru>
2. <http://www.twirpx.com>
3. Научная электронная библиотека.
4. <http://elibrary.ru>
5. <http://www.znanium.com>
6. <http://www.pedlib.ru>
7. <http://www.gnpbu.ru>
8. <http://www.rsl.ru/ru/s2/s101>
9. <http://lib.walla.ru>
10. <http://www.iqlib.ru>

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.
2. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы по дисциплинам.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows
Microsoft Office
Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ
Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

fgosvo.ru – Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования

pravo.gov.ru - Официальный интернет-портал правовой информации

www.edu.ru – Федеральный портал Российское образование

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства
ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)

7-zip
Google Chrome

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.