

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bffa79172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)
Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания
математики

Согласовано управлением организации и
контроля качества образовательной
деятельности

« 08 » нояб 2020 г.
Начальник управления М.А. Миненкова /

Одобрено учебно-методическим советом

Протокол « 10 » нояб 2020 г. № 08

Председатель Г.Е. Суслин /



Рабочая программа дисциплины
Избранные вопросы алгебры и теории чисел

Направление подготовки
44.04.01 Педагогическое образование

Программа подготовки:
Математическое образование

Квалификация
Магистр

Формы обучения
Очная

Согласовано учебно-методической комиссией
физико-математического факультета

Протокол « 21 » сент 2020 г. № 10
Председатель УМКом Н.Н. Барабанова /

Рекомендовано кафедрой высшей
алгебры, элементарной математики и
методики преподавания математики

Протокол от « 21 » сент 2020 г. № 11
Зав. кафедрой М.М. Рассудовская /

Мытищи
2020

Авторы-составители:

Пинчук И. А. кандидат физико-математических наук, доцент

Рабочая программа дисциплины «Избранные вопросы алгебры и теории чисел» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ России от 22.02.2018 г. № 126.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
3. Объем и содержание дисциплины	4
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся	6
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	6
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины	14
7. Методические указания по освоению дисциплины	14
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине	15
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	15

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Дисциплина «Избранные вопросы алгебры и теории чисел» относится к математическому и естественно-научному циклу и призвана обеспечивать освоение студентами абстрактных алгебраических понятий, которые необходимы для изучения таких дисциплин, как теория информации, теория кодирования, числовые системы, современные основы школьного курса алгебры.

Задачи дисциплины:

1. освоение основных приёмов решения задач по темам дисциплины;
2. развитие способности интерпретации формальных алгебраических структур;
3. приобретение навыков в формализации внутриматематических и прикладных задач в алгебраических терминах.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

СПК-2. Способен к преподаванию учебных курсов, дисциплин (модулей) по образовательным программам в образовательных организациях соответствующего уровня образования.

СПК-6. Способен самостоятельно осуществлять научное исследование и применять его результаты при решении конкретных научно-исследовательских задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Для освоения дисциплины «Избранные вопросы алгебры и теории чисел» относятся студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплины «Линейная алгебра», «Алгебра», «Теория чисел».

Изучение дисциплины «Избранные вопросы алгебры и теории чисел» относится является базой для дальнейшего освоения студентами дисциплин «Числовые системы», «Современные основы школьного курса алгебры», «Технологии и методики обучения математике».

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	3
Объем дисциплины в часах	108
Контактная работа:	22,3
Лекции	4
Практические занятия	16
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2,3
Предэкзаменационная консультация	2
Экзамен	0,3
Самостоятельная работа	76

Контроль	9,7
----------	-----

Форма промежуточной аттестации: экзамен во 2 семестре.

3.2.Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) дисциплины с кратким содержанием	Кол-во часов		
	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия
Тема 1. Важнейшие функции теории чисел, их применение Мультипликативные функции и их свойства. Функция Мёбиуса и формулы обращения. Функция Эйлера. Оценки среднего значения арифметических функций		2	
Тема 2. Сравнения с одним неизвестным. Сравнения по простому, сравнения по составному модулю. Сравнения первой степени. Китайская теорема об остатках. Полиномиальные сравнения по простому модулю. Полиномиальные сравнения по составному модулю.	2	4	
Тема 3. Сравнения второй степени. Символ Лежандра. Символ Якоби. Сравнения второй степени по простому модулю. Символ Лежандра и его свойства. Квадратичный закон взаимности. Символ Якоби и его свойства. Суммы двух и четырех квадратов.	1	4	
Тема 4. Первообразные корни и индексы. Индексы по любому составному модулю. Применение индексов. Показатель числа по заданному модулю. Существование первообразных корней по простому модулю. Индексы и их свойства. Дискретное логарифмирование. Двучленные сравнения.	1	6	
Итого:	4	16	

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Количество часов	Формы самостоятельной работы	Методические обеспечения	Формы отчетности
Важнейшие функции	Мультипликативные функции и их свойства.	8	Изучение литературы,	Учебно-методиче	Устный опрос

теории чисел, их применение	Функция Мёбиуса и формулы обращения. Функция Эйлера. Оценки среднего значения арифметических функций		решение задач.	ское обеспечен ие дисципли ны	решение задач
Сравнения с одним неизвестным. Сравнения по простому, сравнения по составному модулю.	Полиномиальные сравнения по простому модулю. Полиномиальные сравнения по составному модулю.	26	Изучение литературы, решение задач.	Учебно-методическое обеспечен ие дисципли ны	Устный опрос решение задач
Сравнения второй степени. Символ Лежандра. Символ Якоби.	Символ Лежандра и его свойства. Квадратичный закон взаимности. Символ Якоби и его свойства. Суммы двух и четырех квадратов.	24	Изучение литературы, решение задач.	Учебно-методическое обеспечен ие дисципли ны	Устный опрос решение задач
Первообразные корни и индексы. Индексы по любому составному модулю. Применение индексов.	Индексы и их свойства. Дискретное логарифмирование. Двучленные сравнения.	18	Изучение литературы, решение задач.	Учебно-методическое обеспечен ие дисципли ны	Устный опрос решение задач
Итого		76			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
СПК-2. Способен к преподаванию учебных курсов, дисциплин (модулей) по образовательным программам в образовательных организациях соответствующего уровня образования	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа
СПК-6. Способен самостоятельно осуществлять научное исследование и применять его результаты при решении конкретных научно-исследовательских задач	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
СПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знает: - формы организации самостоятельной работы обучающихся	Домашнее задание Тестирование	Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания тестирования
	Продвинутой	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Умеет: - организовывать проведение конференций, выставок, конкурсов профессионального мастерства, иных конкурсов и аналогичных мероприятий (в области преподаваемого учебного курса, дисциплины (модуля)) Владеет: навыками организации самостоятельной работы обучающихся	Домашнее задание Тестирование	Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания тестирования
СПК - 6	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знает особенности разработки учебно-методического обеспечения данной дисциплины; нормативно-правовые акты, психолого-педагогические и организационно-методические основы организации образовательного процесса; современные образовательные	Домашнее задание Тестирование	Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания тестирования

			технологии, в том числе дидактический потенциал и технологии применения информационно-коммуникационных технологий; особенности построения компетентностноориентированного образовательного процесса. Умеет применять при организации образовательного процесса требования нормативно-правовых актов; разрабатывать учебно-методическое обеспечение данной дисциплины; применять современные образовательные технологии, в том числе дидактический потенциал и технологии применения информационно-коммуникационных технологий.		
Продвину- тый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельн ая работа	Знает особенности разработки учебно-методического обеспечения данной дисциплины; нормативно-правовые акты, психолого-педагогические и организационно-методические основы организации образовательного процесса; современные образовательные технологии, в том числе дидактический потенциал и технологии применения информационно-коммуникационных	Домашнее задание Тестирование	Шкала оценив ания домаш него задани я Шкала оценив ания тестир ования	

			технологий; особенности построения компетентностноориен тированного образовательного процесса. Умеет применять при организации образовательного процесса требования нормативно-правовых актов; разрабатывать учебно-методическое обеспечение данной дисциплины; применять современные образовательные технологии, в том числе дидактический потенциал и технологии применения информационно- коммуникационных технологий Владеет навыками разработки учебно- методическое обеспечение данной дисциплины; применения современные образовательные технологии, в том числе дидактический потенциал и технологии применения информационно- коммуникационных технологий		
--	--	--	---	--	--

Шкала оценивания домашнего задания

Критерии оценивания	Баллы
Аккуратность и полнота выполнения всех пунктов задания.	0-1
Понимание логики выполнения задания и значения полученных результатов	0-3

Шкала оценивания теста

Уровень оценивания	Критерии оценивания	Баллы
Выполнение теста	Тест выполнен полностью (75%-100%)	8-10
	Тест выполнен частично (51%-74%)	5-7
	Тест выполнен частично (30%-50%)	2-4
	Тест не выполнен или выполнено менее 30% (0-29%)	0-1

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные тестовые задания

- 15.3 Найти $[\sqrt[4]{200}]$.
1) 2; 2) 3; 3) 1; 4) 4.
- 16.2 Найти сумму и число всех натуральных делителей числа 720.
1) 2408; 29 2) 2418; 30 3) 2400; 28 4) 2318; 25
- 16.10 Найти $\sigma_2(16)$.
1) 346 2) 342 3) 331 4) 341
- 17.10 Найти x , если $\varphi(x) = \frac{2}{3}x$.
1) 2^B ; 2) 3^B ; 3) 4^B ; 4) 1^B .
- 21.4 Даны три числа: 137, 343, 633. Какие из данных чисел сравнимы с числом 13 по модулю 31?
1) 137, 633, 13; 2) 137, 13, 343; 3) 343, 633; 4) 343, 137
- 21.10 Найти наименьшие положительные вычеты чисел 113, 127, 41, 47, 53 по модулю 11,
1) 6 2) 8 3) 1 4) 3
- 18.10 Записать дробь $\frac{23}{13}$ цепной дробью.
1) [1, 1, 10]; 2) [1, 10, 1]; 3) [1, 1, 13]; 4) [1, 13, 1].

8.

20.2 Среди заданных совокупностей чисел указать ту, которую можно рассматривать как полную систему вычетов по модулю 7?

а) (8,14,24,42,38,47,13)

б) (8,14,23,42,38,47,13)

в) (8,14,23,42,39,47,13)

г) (8,14,23,42,38,47,14)

1) а

2) б

3) в

4) г

9.

22.10 Решить сравнение $143x \equiv 41 \pmod{221}$.

1) $x \equiv 41 \pmod{221}$; 2) $x \equiv 4 \pmod{221}$;

3) $x \equiv 21 \pmod{221}$; 4) Решения нет.

10.

23.8 Решить систему линейных сравнений.

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{3} \\ x \equiv 1 \pmod{2} \\ x \equiv 1 \pmod{5} \end{cases}$$

1) $x \equiv 3 \pmod{30}$

2) $x \equiv 10 \pmod{30}$

3) $x \equiv 11 \pmod{30}$

4) $x \equiv 5 \pmod{30}$

Примерный список вопросов к экзамену

1. Мультипликативные функции и их свойства.
2. Функция Мёбиуса и ее свойства.
3. Обращение функции Мёбиуса.
4. Функция Эйлера, ее мультипликативность.
5. Свойства функции Эйлера.
6. Сумма делителей и число делителей натурального числа.
7. Классы вычетов.
8. Кольцо классов вычетов по данному модулю.
9. Теорема Вильсона.
10. Теоремы Эйлера и Ферма.
11. Представление рациональных чисел бесконечными десятичными дробями.
12. Проверка на простоту и построение больших простых чисел.
13. Сравнения первой степени.
14. Китайская теорема об остатках.
15. Полиномиальные сравнения по простому модулю.
16. Полиномиальные сравнения по составному модулю.
17. Сравнения второй степени по простому модулю.
18. Символ Лежандра и его свойства.
19. Квадратичный закон взаимности.
20. Символ Якоби и его свойства.
21. Суммы двух и четырех квадратов.
22. Представление нуля квадратичными формами от трех переменных.

Примерный вариант домашнего задания

1. Решите уравнение $\tau(5x) = \tau(2x)\tau(5x) = \tau(2x)$, где $x \in [5,15]$
2. Решите уравнение $\tau(x) = 55$, где $x : 96$.
3. Найти длину периода и предпериода t-ичной записи дроби: $\frac{33}{7770}33/(37 \cdot 210^6)$ при $t=10$.
4. В кольце классов вычетов Z_6 укажите все делители нуля и решите уравнение $3_6 \cdot x_6 = 9_6$.
5. Решить систему сравнений первой степени:
 $4x \equiv 8(mod 14), 15x \equiv 12(mod 27), 5x \equiv 4(mod 6)$.
6. При каких n имеет место равенство $|\text{ПрСВ}_{2n}| = |\text{ПрСВ}_{7n}|$ ($|\text{ПрСВ}_m|$ – число элементов в приведенной системе вычетов по модулю m).
7. Запишите каноническое разложение числа $(2\tau(\varphi(15)) + 1)!$

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Требования к экзамену

На экзамен выносится материал, излагаемый в лекционном курсе и рассматриваемый на практических занятиях. В экзаменационном билете имеются два вопроса. Экзамен проводится устно по экзаменационным билетам.

Шкала оценивания экзаменационного ответа

Критерии оценивания	Баллы
Ставится, если студент обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание программного материала по дисциплине; обстоятельно анализирует структурную взаимосвязь рассматриваемых тем и разделов дисциплины; усвоил основную и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой, а также усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии; проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебного материала.	30
Ставится, если студент, обнаруживает полное знание программного материала, успешно выполняет предусмотренные в программе задания; усвоил основную литературу, рекомендованную в программе; показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей образовательной деятельности.	20
Ставится, если студент обнаруживает знание основного программного материала в объеме, необходимом для дальнейшего обучения и профессиональной деятельности; справляется с выполнением заданий, предусмотренных программой; знаком с основной литературой, рекомендованной программой; допускает погрешности не принципиального характера в ответе на экзамене.	10
Ставится в том случае, если студент обнаруживает пробелы в знаниях основного программного материала, допускает принципиальные ошибки в	0

Критерии оценивания	Баллы
выполнении предусмотренных программой заданий.	

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	отлично
61 - 80	хорошо
41 - 60	удовлетворительно
0 - 40	неудовлетворительно

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература:

1. Виноградов, И.М. Основы теории чисел: учеб.пособие / И. М. Виноградов. - 13-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2019. - 176с. – Текст: непосредственный.
2. Виноградов, И. М. Основы теории чисел : учебное пособие / И. М. Виноградов. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 176 с. — ISBN 978-5-8114-5329-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/139285> (дата обращения: 27.10.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Бухштаб, А. А. Теория чисел : учебное пособие / А. А. Бухштаб. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 384 с. — ISBN 978-5-8114-5836-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/147139> (дата обращения: 27.10.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

6.2. Дополнительная литература:

1. Александров, В.А. Задачник-практикум по теории чисел / В.А. Александров, С.М. Горшенин ; Главное управление высших и средних педагогических учебных заведений Министерства просвещения РСФСР, Московский государственный заочный педагогический институт. – 3-е изд. перераб. – Москва : Просвещение, 1972. – 80 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454825> (дата обращения: 27.10.2020). – Текст : электронный.
2. Сизый С.В., Лекции по теории чисел : Учеб. пособие для студентов вузов. / Сизый С.В. - 2-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 192 с. - ISBN 978-5-9221-0741-9 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922107419.html> (дата обращения: 27.10.2020). - Режим доступа : по подписке.
3. Манин, Ю.И. Введение в современную теорию чисел / Ю.И. Манин, А.А. Панчишкин. – Москва : МЦНМО, 2009. – 552 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62989> (дата обращения: 27.10.2020). – ISBN 978-5-94057-511-5. – Текст : электронный.
4. Вейль А. Основы теории чисел [Текст] / А. Вейль. - 2-е изд. - М. : УРСС, 2004. - 408с. – Текст: непосредственный.

5. Вейль, А. Основы теории чисел / А. Вейль. – Москва : Мир, 1972. – 411 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454858> (дата обращения: 27.10.2020). – Текст : электронный.
6. Оре О. Приглашение в теорию чисел / О. Оре. - 2-е изд. - М. : УРСС, 2003. – 128. – Текст: непосредственный.
7. Рибенбойм П. Последняя теорема Ферма для любителей / П. Рибенбойм. - М. : Мир, 2003. – 429 с. – Текст: непосредственный.

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://www.alleng.ru>
2. <http://www.twirpx.com>
3. Научная электронная библиотека.
4. <http://elibrary.ru>
5. <http://www.znaniy.com>
6. <http://www.pedlib.ru>
7. <http://www.gnpbu.ru>
8. <http://www.rsl.ru/ru/s2/s101>
9. <http://lib.walla.ru>
10. <http://www.iqlib.ru>

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы магистрантов
2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных:

fgosvo.ru

pravo.gov.ru

www.edu.ru

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)

7-zip

Google Chrome

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием;

- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;
- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.