

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2021 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bffa679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания
математики

УТВЕРЖДЕН на заседании кафедры
Протокол от «10» июня 2021 г. № 11
Зав. кафедрой Н.Н. Барабанова /Барабанова Н.Н./

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине
Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки
03.03.02 – Физика

Мытищи
2021

Автор-составитель:

Кулешова Юлия Дмитриевна

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики МГОУ

Фонд оценочных средств дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составлен в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 – Физика, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 07.08.2020 г. № 891.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2021

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-2 – Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания (из РПД)

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: -концептуальные содержательные идеи теории вероятностей и математической статистики, идейные и логические связи понятий и фактов; -современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; -значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Уметь: -демонстрировать глубокое знание основных разделов теории вероятностей и математической статистики; -пользоваться языком математики; -логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения; -уметь решать математические задачи, аналогичные, ранее изученным, но более высокого уровня сложности; -демонстрировать способность и умение логически развивать	Посещение, опрос, домашнее задание, тестирование, контрольная работа, экзамен	41-60

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
			отдельные формальные теории и устанавливать связь между ними; -уметь представлять математические утверждения и их доказательства как в письменной, так и устной форме; -демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами		
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: -концептуальные содержательные идеи теории вероятностей и математической статистики, идейные и логические связи понятий и фактов теории вероятностей и математической статистики; -современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; Уметь: -строить модели реальных объектов или процессов; -профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; -применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: -навыками анализа математических проблем.	Посещение, опрос, домашнее задание, тестирование, контрольная работа, экзамен	61-100

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Список вопросов к экзамену:

- 1.Случайные события. Соотношения между случайными событиями.
- 2.Классическое определение вероятности события.
- 3.Статистические закономерности. Статистическое определение вероятности события. Частота появления события.
- 4.Элементы комбинаторики и их применение к решению вероятностных задач.
- 5.Геометрические вероятности.
- 6.Теоремы сложения и умножения вероятностей.

7. Формула полной вероятности.
8. Формула Байеса.
9. Аксиометрическое построение теории вероятностей.
10. Вычисление вероятности появления события m раз при повторных независимых испытаниях. (Формула Бернулли; закон Пуассона; теорема Муавра-Лапласа без доказательства).
11. Формула наивероятнейшего числа появления события при n независимых испытаниях.
12. Определение случайной величины; виды случайных величин (примеры).
13. Ряд распределения случайной величины. Многоугольник распределения.
14. Функции распределения случайной величины.
15. Числовые характеристики случайной величины.
16. Закон распределения случайной величины («биномиальный» Паскаля, Пуассона, равномерный, нормальный).
17. Вероятность попадания случайной величины на заданный числовой промежуток.
18. Вероятность отклонения нормально распределенной случайной величины от своего математического ожидания.
19. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
20. Неравенство Чебышева.
21. Закон больших чисел (т. Чебышева, т. Бернулли).
22. Понятие о центральной предельной теореме.
23. Система случайных величин. Законы распределения системы случайных величин.
24. Зависимые и независимые случайные величины. Условные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики.
25. Числовые характеристики системы случайных величин.
26. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.
27. Основные понятия математической статистики.
28. Задача оценки параметров статистики. Оценки для дисперсии и математического ожидания.
29. Доверительный интервал. Доверительная вероятность. Задача об оценке вероятности по частоте.
30. Метод наибольшего правдоподобия для нахождения оценок параметров.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

Задание № 1.

На пяти одинаковых карточках написаны буквы: на двух карточках Л, на трех остальных И. Выкладываем наудачу эти карточки подряд. Какова вероятность того, что при этом получится слово «ЛИЛИИ»?

Задание № 2.

Ткачиха обслуживает 3 станка. Вероятности того, что в течение часа станок не потребует внимания, равны соответственно 0,9; 0,8; 0,7. Составить закон распределения для числа станков, потребовавших внимания в течение часа. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. Построить функцию распределения.

Задание № 3.

В среднем левши составляют 1%. Какова вероятность того, что среди 200 студентов найдется:

- а) ровно 4 левши;
- б) не менее чем 4 левши.

Контрольная работа №2

Задача №1

В магазин поставляют изделия две фабрики. В продукции первой из них 90% стандартных изделий, второй – 80%. Известно, что во всей стандартной продукции магазина количество изделий фабрик относятся как 27 : 8. Изделие, отобранное случайным образом из всей продукции, оказалось нестандартным. Найти вероятность, что оно изготовлено на второй фабрике.

Задача №2

Каждый выстрел в тире стоит 2 руб., за каждое попадание в цель выплачивается вознаграждение – 3 руб. Стрелок произвел 6 выстрелов. Какова вероятность, что он останется в выигрыше, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,7?

Задача №3

Вероятность того, что стиральная машина потребует ремонта в течение гарантийного срока равна 0,01. Найти вероятность того, что из 500 стиральных машин в течение гарантийного срока потребуют ремонта:

- а) три машины;
- б) не менее одной машины.

Задача №4

Среди купленных семи билетов – три билета в партер. Наудачу взяли 4 билета. Составить закон распределения числа билетов в партер среди взятых. Найти функцию распределения случайной величины.

Задача №5

Ошибки измерений некоторой величины подчинены нормальному закону с плотностью вероятности

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Проведено 1000 независимых измерений. Найти вероятность того, что не менее чем при 800 из них будет выполнено условие $|X| \leq 1,65$.

математическая статистика

1. На экзамене 40 вопросов, Коля не выучил 4 из них. Какова вероятность того, что ему попадется выученный вопрос?
 - 0,9
 - 1,0
 - 0,5
 - 1,5
2. В фирме такси в данный момент свободно 35 машин: 11 красных, 17 фиолетовых и 7 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.
 - 0,6
 - 0,2
 - 1,75
 - 2,2
3. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.
 - 0,06
 - 1,25
 - 0,7
 - 1,9
4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.
 - 0,055
 - 0,63
 - 0,66
 - 0,625
5. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 75 докладов — в первый день 27 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?
 - 0,32
 - 2,68
 - 0,36
 - 0,55
5. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелка равны 0,7 и 0,4 соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадет хотя бы один стрелок равна...
 - 0,4
 - 0,11
 - 0,82

- 0,72
6. Разрыв электрической цепи может произойти вследствие выхода из строя элемента А или двух элементов В и С, которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3, 0,2 и 0,2. Вероятность разрыва электрической цепи равна...
- 0,7
- 0,325
- 0,012
- 0,425
7. Детали изготавливаются на двух станках. На первом станке — 40 %, на втором — 60%. Среди деталей, изготовленных на первом станке, брак составляет 2%, на втором 1,5%. Вероятность того, что взятая случайным образом деталь для контроля бракованная равна...
- 0,017
- 0,035
- 0,983
- 0,48
8. Готовность каждого прибора к работе оценивается вероятностью, равной $\frac{1}{2}$. Вероятность того, что из 7 имеющихся одинаковых приборов готовы к работе ровно 4 равна...
- 4/7
- 1/35
- 35/128
- 35/64
9. Магазин получил 50 изделий. Вероятность наличия нестандартного изделия в этой партии равна 0,02. Тогда наиболее вероятное число нестандартных изделий в этой партии равно...
- 10
- 1
- 3
- 2
10. Дан закон распределения дискретной случайной величины x :

x	1	3	5
P	0,2	0,5	a

Тогда значения a равно...

- 0,3
- 0,6
- 0,2
- 0,1
11. Дан ряд распределения случайной величины x :

x	1	2	3
P	0,2	0,3	0,5

Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно...

- 0,9

- 1

- 1,5

- 2,3

12. Случайная величина x принимает только два произвольных значения $x_1 = 5$; $x_2 = -5$. Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно...

- 2,5

- -2,5

- 0

- 5

13. Случайная величина x распределена по закону Пуассона с параметром $a = 4$. Тогда среднее квадратическое отклонение этой случайной величины равно...

- 4

- 3

- 2

- 1

14. Случайная величина x подчиняется нормальному закону распределения с параметрами $m = 3$ и $\sigma = 2$. Тогда математическое ожидание случайной величины $y = 2x + 1$ равно...

- 7

- 5

- 9

- 11

Примерные вопросы для проведения опроса

1. Доказательство теорем сложения вероятностей двух и трех совместных событий.
2. Вывод формулы полной вероятности. Вероятность появления хотя бы одного события (вывод).
3. Доказательство интегральной теоремы Лапласа.
4. Доказательство теоремы Пуассона.
5. Наивероятнейшее число появлений события в схеме Бернулли (вывод). Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
6. Доказательство свойств функции распределения. Доказательство свойств функции плотности вероятностей и ее вероятностный смысл.
7. Числовые характеристики основных законов распределения непрерывных случайных величин: равномерного, показательного и

нормального (вывод).

8. Доказательство свойств функции распределения и функции плотности вероятностей двумерной случайной величины.
9. Доказательство леммы Маркова и неравенства Чебышева.
10. Доказательство теорем Чебышева и теоремы Бернулли.

Примеры задач для индивидуальных домашних заданий

Основные понятия классической теории вероятностей

Классическое определение вероятности

1. В урне тысяча лотерейных билетов с номерами от 1 до 1000. Найти вероятность того, что номер наудачу вынутого билета: а) четный; б) нечетный; в) <100 ; г) <1000 .

Теоремы сложения и умножения

2. Три фирмы выполняют один и тот же заказ. Вероятность того, что первая фирма выполнит заказ в срок 0.75, вторая — 0.8, третья — 0.9, по отдельности. Определить вероятность того, что: а) одновременно первая и вторая выполнят заказ, а третья не успеет; б) все три одновременно не выполнят заказ в срок.

Применение комбинаторики

3. В клетке 30 попугаев: 20 говорящих и 10 неговорящих. Наудачу выбирают 4 попугая. Какова вероятность того, что среди них трое будут говорящих?

Полная вероятность. Повторение испытаний

Полная вероятность. Формула Байеса.

4. Вероятность того, что змея умрет в первом террариуме = $1/5$, во втором террариуме = $1/7$, в третьем террариуме = $1/4$. Змею поместили в один из террариумов. Какова вероятность выжить?

5. В условиях предыдущей задачи змея умерла. Какова вероятность, что она умерла в третьем террариуме? Схема Бернулли.

6. 7% австралийцев — бушмены. Какова вероятность того, что среди 4 австралийцев будет хотя бы 1 бушмен?

7. 9% жителей Техаса — индейцы. Какова вероятность, что среди 1000 техасцев индейцев будет: а) 70, б) от 60 до 95.

Случайные величины

8. Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

X	0,2	0,54	0,61
p	0,1	0,5	0,4

$$9. F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ A\left(x + \frac{x^3}{3}\right) + B, & 3 \leq x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

Найти $A, B, \sigma, P(2 < X < 7)$.

10. Случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)$. Найти: 1) дифференциальную функцию распределения $f(x)$; 2) математическое ожидание $M(X)$; 3) дисперсию $D(X)$; 4) среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$; 5) построить графики функций $F(x), f(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{4}, & 0 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценивание степени освоения обучающимися дисциплины осуществляется на основе «Положение о балльно - рейтинговой системе оценки успеваемости студентов МГОУ».

Сопоставимость рейтинговых показателей студента по разным дисциплинам и балльно - рейтинговой системы оценки успеваемости студентов обеспечивается принятием единого механизма оценки знаний студентов, выраженного в баллах, согласно которому 100 баллов — это полное усвоение знаний по учебной дисциплине, соответствующее требованиям учебной программы.

Максимальный результат, который может быть достигнут студентом по каждому из Блоков рейтинговой оценки—100 баллов.

Шкала соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам:

Оценка по 5-балльной системе	Оценка по 100-балльной системе
отлично	81 – 100
хорошо	61 - 80
удовлетворительно	41 - 60
неудовлетворительно	40-21
Не аттестован	20-0

Ответ обучающегося на экзамене оценивается в баллах с учетом шкалы соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам.

В зачетную книжку выставляются рейтинговые оценки в баллах.

При получении студентом на экзамене неудовлетворительной оценки в ведомость выставляется рейтинговая оценка в баллах (< 40 баллов), соответствующая фактическим знаниям (ответу) студента.

Процедура оценивания знаний и умений состоит из следующих составных элементов:

- 1) Учет посещаемости лекционных и практических занятий осуществляется по ведомости представленной ниже в форме

таблицы.

Таблица 1

№ п/п	Фамилия И.О.	Посещение занятий								Итого %
		1	2	3	4				9	
1.										
2.										

Максимальный балл при 100%-й посещаемости – 10 баллов. Количество баллов при пропусках рассчитываются пропорционально посещенным занятиям.

- 2) Выполнение домашних заданий
- 3) Текущий контроль

Экзамен выставляется в соответствии с предложенной ниже таблицей
2.

Таблица 2

№ п/п	Фамилия И.О.	Сумма баллов, набранных в семестре						Экзаме н (до 40 баллов)	Подпись препод.
		Посеще ние (до 10 баллов)	Домашни е задания (до 10 баллов)	Опрос ы (до 10 баллов)	Контрольна я работа №1 (до 10 баллов)	Контрольна я работа №2 (до 10 баллов)	Тест (до 10 балло в)		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.									

Критерии и шкала оценивания домашнего задания

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	1
Представлено решение задач несколькими способами (если это возможно)	1
Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом	1
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы	1-2

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – до 2 баллов;

Продвинутый уровень – 3-5 баллов.

Критерии и шкала оценивания работы студентов на практических занятиях во время проведения опросов

Шкала	Показатели степени обученности
0,5 балл	Присутствовал на занятии, слушал, смотрел, записывал под

	диктовку, переписывал с доски и т.п. Отличает какой-либо процесс, объект и т.п. от их аналогов только тогда, когда ему их предъявляют в готовом виде.
1 балла	Запомнил большую часть текста, правил, определений, формулировок, законов и т.п., но объяснить ничего не может (механическое запоминание). Демонстрирует полное воспроизведение изученных правил, законов, формулировок, математических и иных формул и т.п., однако затрудняется что-либо объяснить.
1,5 баллов	Объясняет отдельные положения усвоенной теории, иногда выполняет такие мыслительные операции, как анализ и синтез. Отвечает на большинство вопросов по содержанию теории, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.
2 балла	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях. Демонстрирует полное понимание сути изложенной теории и свободно применяет ее на практике. Выполняет почти все практические задания, иногда допуская незначительные ошибки, которые сам и исправляет. Легко выполняет практические задания на уровне переноса, свободно оперируя усвоенной теорией в практической деятельности. Оригинально, нестандартно применяет полученные знания на практике, формируя самостоятельно новые умения на базе полученных ранее знаний и сформированных умений и навыков.

•

• *Шкала оценивания теста, контрольной работы*

Показатель	баллы
Выполнено до 40% заданий	0-4
Выполнено 41-60% заданий	5-6
Выполнено 61-80% заданий	7-8
Выполнено более 81% заданий	9-10

Критерии и шкала оценивания для экзамена

Обучающийся, набравший 41 балл и более, допускается к экзамену.

Для сдачи экзамена по дисциплине необходимо выполнить все требуемые домашние работы на практических занятиях. Существенным моментом является посещаемость занятий (в случае пропусков занятий предполагается более подробный опрос по темам пропущенных занятий). На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекционном курсе и рассматриваемый на практических занятиях. Для получения оценки на экзамене надо правильно ответить на несколько поставленных вопросов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет до 45 баллов.

Экзамен состоит из 2 теоретических вопросов (по 15 баллов каждый) и задачи (15 баллов).

Критерии и шкала оценивания ответа на вопрос экзамена

Критерий	Баллы
Логика изложения материала	1
Полнота и глубина ответа. Наличие комментариев и примеров.	1
Отличает какой-либо процесс, объект и т.п. от их аналогов только тогда, когда ему их предъявляют в готовом виде.	2
Запомнил большую часть текста, правил, определений, формулировок, законов и т.п., но объяснить ничего не может (механическое запоминание). Демонстрирует полное воспроизведение изученных правил, законов, формулировок, математических и иных формул и т.п., однако затрудняется что-либо объяснить.	2
Объясняет отдельные положения усвоенной теории, иногда выполняет такие мыслительные операции, как анализ и синтез. Отвечает на большинство вопросов по содержанию теории, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.	4
Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях. Демонстрирует полное понимание сути изложенной теории и свободно применяет ее на практике. Выполняет почти все практические задания, иногда допуская незначительные ошибки, которые сам и исправляет. Легко выполняет практические задания на уровне переноса, свободно оперируя усвоенной теорией в практической деятельности. Оригинально, нестандартно применяет полученные знания на практике, формируя самостоятельно новые умения на базе полученных ранее знаний и сформированных умений и навыков.	5

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – 5 баллов;

Продвинутый уровень – 6-15 баллов.

Критерии и шкала оценивания экзаменационных задач

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	3-7
Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом	5-8

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – 8 баллов;

Продвинутый уровень – 9-15 баллов