Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69d2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра математического анализа и геометрии

Согласовано управлением организации и контроля качества образовательной деятельности
«10» 06 2020 г
Начальник управления_____
/М.А. Миненкова/

Одобрено учебно-методическим советом
Протокол «10» 06 2020 г. № 7
Председатель_____
/Д.Б. Сусдин/

Рабочая программа дисциплины

Избранные вопросы геометрии

Направление подготовки
44.03.05 Педагогическое образование

Профиль:
Математика и информатика

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Согласовано учебно-методической комиссией физико-математического факультета:
Протокол «21» 05 2020г.№ 10
Председатель УМКом_____
/ Н.Н.Барабанова/

Рекомендовано кафедрой математического анализа и геометрии
Протокол «14» 05 2020г.№ 10
Зав.кафедрой_____
/Г.В.Кондратьева /

Мытищи
2020

Автор-составитель:

Кондратьева Галина Вячеславовна
кандидат педагогических наук, доцент.

Рабочая программа дисциплины «Избранные вопросы геометрии» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование профиль «Математика и информатика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОСИИ от 22.02.2018 г. № 125.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Год начала подготовки 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения…….……..…4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы…….....4
3. Объем и содержание дисциплины…….....5

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся……..….10

5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине…….……...14

6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины……...27

7. Методические указания по освоению дисциплины…….27

8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине…….....28

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....28

1.ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины «Избранные вопросы геометрии» является изучение классических разделов геометрии, составляющих основу математического образования, обобщение и систематизация изученного геометрического материала, в том числе по элементарной геометрии. Курс также имеет своей целью расширение геометрического кругозора учащихся, знакомство с некоторыми из разделов современной геометрии, формирование знаний и понятий в области геометрии, ее роли и месте в системе естественных и математических наук.

Задачами дисциплины являются освоение общих принципов изучения кривых и поверхностей, основных понятий внутренней геометрии поверхностей, осознание внутренней взаимосвязи математических дисциплин при описании геометрических объектов; изучение общих принципов дедуктивного построения математических теорий, различных систем аксиом евклидовой и неевклидовых геометрий, изучение эволюции аксиоматического подхода к геометрии, знакомство с некоторыми разделами современной геометрии, более глубокое осмысление элементарной геометрии и ее логической структуры.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ДПК–4 - Способен осуществлять педагогическую поддержку и сопровождение обучающихся в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов

ДПК – 12 - Готов к формированию системы регуляции поведения и деятельности обучающихся

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Программа дисциплины «Избранные вопросы геометрии» построена таким образом, что ее основные понятия и методы являются продолжением дисциплины «Геометрия» и органично дополняет этот курс. Классический курс аналитической геометрии заканчивается изучением теории прямых, плоскостей и поверхностей второго порядка в трехмерном пространстве, групп преобразований и их инвариантов.

В курсе «Избранные вопросы геометрии» излагается общая теория аффинных и евклидовых пространств. Курс начинается строгим аксиоматическим изложением аффинной и евклидовой геометрии (по Вейлю), вводится определение расстояния между точками и величины угла в евклидовом пространстве. Данный раздел геометрии носит имя «Основания геометрии». Изучение аксиоматического подхода, доказательства непротиворечивости различных аксиоматик дает учащимся новый общий взгляд на изученное ими в других курсах ранее. Рекомендуется активное использование материала по истории математики.

Другим разделом курса «Избранные вопросы геометрии» является дифференциальная геометрия. В отличие от аналитической геометрии методы дифференциальной геометрии универсальны и являются более мощным инструментом для изучения линий и поверхностей. При изучении дифференциальной геометрии широко используются представления и методы аналитической геометрии и математического анализа.

В курсе используется материал из различных областей математики, изучаемых в университете.

Расширение теоретических знаний, выяснение математического фундамента, на котором строится здание современной геометрии – все это в условиях реального снижения уровня геометрического среднего образования придает актуальность курсу.

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	**Форма обучения**
	Очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	6
Объем дисциплины в часах	216
Контактная работа:	136,7
Лекции	68
Практические занятия	68
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	0,7
Зачет с оценкой	0,4
Курсовая работа	0,3
Самостоятельная работа	46
Контроль	33,3

Формами промежуточной аттестации являются зачёт с оценкой в 6, 7, курсовая работа в 7 семестре.

3.2.Содержание дисциплины

По очной форме обучения

Наименование разделов (тем) Дисциплины с кратким содержанием	**Кол-во часов**			
	Лекции	**Семинарские занятия**	**Практические занятия**	**Лабораторные занятия**
Раздел 1. Общие вопросы аксиоматики	**6**		**6**	
Тема 1. Отношения на множествах. Аксиомы. Структуры на множествах. Базы структур. Примеры: аксиомы векторного пространства, аксиомы размерности, аксиомы евклидова скалярного произведения, система аксиом n-мерного евклидова векторного пространства; система аксиом n-мерного аффинного пространства,	2		2	

система аксиом n-мерного евклидова аффинного пространства (система аксиом Вейля); аксиомы группы, поля действительных чисел и другие.				
Тема 2. Свойства систем аксиом: непротиворечивость, независимость и полнота (определения и способы доказательства). Доказательство непротиворечивости первой группы аксиом Гильберта евклидовой геометрии, системы аксиом Вейля проективной геометрии (различные модели проективной плоскости). Примеры зависимых (эквивалентных) и независимых аксиом. Примеры неполных систем аксиом и возможности пополнения.	2		2	
Тема 3. Эквивалентные аксиомы, группы аксиом, системы аксиом. Примеры.	2		2	
Раздел 2. Аксиоматика евклидовой геометрии	**12**		**12**	
Тема 1. Система аксиом Д. Гильберта евклидовой геометрии: основные понятия, основные отношения, группы аксиом. Необходимость введения новых понятий и новых отношений. Основные следствия из аксиом каждой группы (теоремы). Аксиомы абсолютной геометрии и аксиома параллельности.	4			
Тема 2. Непротиворечивость, независимость и полнота системы аксиом Д. Гильберта. Доказательство непротиворечивости: построение арифметической модели. О непротиворечивости арифметики действительных чисел. Доказательство независимости на примере некоторых аксиом. О независимости аксиомы параллельности от аксиом абсолютной геометрии. Доказательство полноты системы аксиом (об изоморфизме интерпретаций).			2	
Тема 3. Аксиомы конгруэнтности и аксиомы движения: основные понятия, основные отношения, содержание аксиом и теоремы. Эквивалентность аксиом конгруэнтности и аксиом движения.			2	
Тема 4. Построение геометрии по Д. Гильберту. Доказательство некоторых теорем евклидовой геометрии (например, теоремы о том, что отрезок содержит бесконечно много точек). Сравнение с доказательствами из школьных учебников геометрии.			2	
Тема 5. Система аксиом Г. Вейля евклидовой геометрии: основные понятия, основные отношения, группы аксиом (повторение Темы 1). Введение новых понятий и новых отношений. Основные следствия из аксиом каждой группы (теоремы). Об аксиомах положительной определенности и	4			

невырожденности евклидова скалярного произведения.				
Тема 6. Непротиворечивость, независимость и полнота системы аксиом Г. Вейля. Доказательство непротиворечивости: построение геометрической (аналитическая геометрия) и алгебраической модели (матричной). Доказательство независимости на примере некоторых аксиом векторного пространства, аксиом размерности, аксиом аффинного пространства, аксиомах скалярного произведения. О пространстве Минковского. Построение сферы положительного, мнимого и нулевого радиуса в пространстве Минковского. О доказательстве полноты системы аксиом Вейля.			2	
Тема 7. Построение геометрии по Вейлю. Доказательство некоторых теорем евклидовой геометрии.	2		2	
Тема 8. Системы аксиом школьного курса геометрии. Анализ систем аксиом школьных учебников геометрии: Атанасяна, Погорелова и других. Сравнение методических подходов изложения некоторых тем и доказательств теорем с одинаковым содержанием. Сравнение аксиом школьных курсов геометрии с системами аксиом Гильберта и Вейля. Непригодность строгой аксиоматики в школьном преподавании.	2		2	
Раздел 3. Аксиоматика гиперболической геометрии	**8**		**8**	
Тема 1. Аксиомы "плоской" геометрии Лобачевского в схеме Д. Гильберта и в схеме Г. Вейля, их непротиворечивость, независимость и полнота. О работах по дифференциальной геометрии Миндинга и Бельтрами.	4		2	
Тема 2. Параллельные и расходящиеся прямые на плоскости Лобачевского. Угол параллельности.	4		2	
Тема 3. Некоторые замечательные факты геометрии Лобачевского. Теоремы, доказанные Лобачевским: о сумме углов треугольника, о равенстве и подобии треугольников, о перпендикулярах к одной прямой, о линии равных расстояний до прямой и другие. Другие теоремы геометрии Лобачевского.			4	
Раздел 4. Аксиоматика эллиптической геометрии	**6**		**6**	
Тема 1. Аксиомы "плоской" эллиптической геометрии в схеме Д.Гильберта и в схеме Г. Вейля, их непротиворечивость, независимость и полнота. Построение геометрических моделей.	2		2	
Тема 2. Связь гиперболической, эллиптической и проективной геометрий. Системы аксиом данных геометрий в единой схеме Вейля. Сферическая геометрия.	2		2	
Тема 3. Некоторые замечательные факты эллиптической геометрии:	2		2	

замкнутость прямых, отсутствие параллельных прямых, сумма углов треугольника, сферическая тригонометрия и другие.				
Раздел 5. **Дифференциальная геометрия.**	**36**		**36**	
Тема 1. Векторные функции одной и нескольких переменных. Свойства векторных функций, дифференцирование, разложение в ряд Тейлора.	2		4	
Тема 2. Кривые в евклидовом пространстве. Элементарная кривая, простая кривая, общая кривая. Регулярная кривая класса $C^{(K)}$, гладкая кривая. Различные способы задания плоских кривых и кривых в пространстве: параметрическое, как пересечение двух поверхностей.	4		2	
Тема 3. Касание кривых и поверхностей. Касание кривых. Касательная к кривой. Соприкасающаяся окружность. Угол между кривыми. Касание кривой и поверхности. Соприкасающаяся плоскость. Соприкасающаяся сфера. Кривые на плоскости: касательная, соприкасающаяся окружность. Нормаль к плоской кривой. Кривые в пространстве: касательная, соприкасающаяся окружность. Нормальная, соприкасающаяся и спрямляющая плоскости. Главная нормаль и бинормаль.	6		6	
Тема 4. Длина кривой. Длина кривой. Натуральный параметр на кривой (естественная параметризация кривой).	2		4	
Тема 5. Кривизна и кручение кривой. Кривые на плоскости: кривизна и ее свойства. Формулы Френе на плоскости. Натуральные уравнения кривой. Кривые в пространстве: кривизна, кручение и их свойства. Формулы Френе в пространстве. Натуральные уравнения кривой.	4		4	
Тема 6. Поверхности в евклидовом пространстве. Элементарная поверхность, простая поверхность, общая поверхность. Регулярная поверхность класса $C^{(K)}$, гладкая поверхность. Различные способы задания поверхностей.	4		2	
Тема 7. Касание поверхностей. Касательная плоскость к поверхности. Соприкасающийся параболоид к поверхности. Классификация точек поверхности.	2		2	
Тема 8.Первая квадратичная форма поверхности. Первая квадратичная форма поверхности в трехмерном евклидовом пространстве (индуцированная метрика на поверхности). Свойства первой квадратичной формы. Использование первой квадратичной формы поверхности. Понятие о второй квадратичной форме поверхности.	4		4	
Тема 9. Кривизна кривой, лежащей на поверхности. Кривизна кривой, лежащей на поверхности. Теорема Менье. Нормальная кривизна поверхности в данном	4		4	

направлении. Плоские и нормальные сечения поверхности, нормальные кривизны поверхности. Главные нормальные сечения поверхности, главные (нормальные) кривизны поверхности. Главные направления на поверхности. Средняя и полная (гауссова) кривизны поверхности. Примеры поверхностей положительной, отрицательной и нулевой полной кривизны.				
Тема 10.Внутренняя и внешняя геометрия поверхности. Понятие о внутренней и внешней геометрии поверхности. Роль первой и второй квадратичных форм. Нормальная и геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезические линии. Свойства геодезических. Теорема Гаусса-Бонне и следствие из нее о сумме углов геодезического многоугольника, лежащего на поверхности. Понятие о римановой метрике в пространстве и индуцированной римановой метрике на поверхности.	4		4	
Всего	**68**		**68**	

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	**Изучаемые вопросы**	**Количество часов**	**Формы самостоятельной работы**	**Методическое обеспечения**	**Формы отчетности**
Раздел: История аксиоматического подхода к геометрии		**44**			
Тема 1. Развитие геометрии до Евклида и "Начала" Евклида.	Основные источники геометрических знаний.	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 2. "Начала" Евклида, их значение для геометрии.	Структура «Начал» Евклида.	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 3. Попытки доказательства пятого постулата Проклом, О.Хайямом, Валлисом, Д.Саккери, И.Ламбертом, А.Лежандром.	Изучение доказательств и ошибок в них.	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос

Тема 4. Открытие неевклидовой геометрии Н. И. Лобачевским, К. Ф. Гауссом, Я. Бояи.	Изучение биографий Лобачевского, Бояи, Гаусса. Сравнительный анализ деятельности в области неевклидовой геометрии..	4	Изучение учебной литературы	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 5. Работы по обоснованию неевклидовой геометрии (поиск интерпретаций) Э. Бельтрами, Ф. Клейна, А. Пуанкаре и др.	Изучение моделей плоскости Лобачевского.	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 6. Пополнение системы аксиом Евклида М. Пашем и Д. Гильбертом.	Исторический обзор работ по пополнению системы аксиом Евклида.	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 7. Групповой подход к геометрии. "Эрлангенская программа" Ф. Клейна.	Примеры различных групп преобразований и соответствующих им геометрий. Классификация фигур относительно групп преобразований.	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 8. Метрический подход к геометрии. Геометрические идеи Римана.	Изучение понятия метрики и работ Римана.	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 9. Гиперболическая, евклидова и эллиптическая геометрии и их формы. Пространства постоянной кривизны. Геометрии	Изучение геометрически х форм различных геометрий.	6	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос

Евклида, Лобачевского и Римана (в узком смысле) как римановы геометрии.					
Тема 10. Метрический подход к геометрии и специальная теория относительности (СТО).	Некоторые факты из СТО.	6	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Раздел: Дифференциальная геометрия.		**36**			
Тема 1. Разложение векторных функций в ряд Тейлора.	Решение задач	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 3. Соприкасающаяся окружность. Соприкасающаяся плоскость. Соприкасающаяся сфера. Нормальная, соприкасающаяся и спрямляющая плоскости.	Решение задач	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 4. Натуральные уравнения кривой	Разбор теории и решение задач	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 5. Кривизна и кручение кривой.	Решение задач	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 7. Соприкасающийся параболоид к поверхности. Классификация точек поверхности.	Разбор теории и решение задач	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос

Тема 8. Вторая квадратичная форма поверхности.	Вычисление квадратичных форм поверхности	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 9. Геодезические на различных поверхностях	Разбор теории и решение задач	6	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 10. Использование теоремы Гаусса-Бонне.	Разбор теории и решение задач	6	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
итого		80			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИН

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК–4 «Способен осуществлять педагогическую поддержку и сопровождение обучающихся в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов»	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.
ДПК–12 «Готов к формированию системы регуляции поведения и деятельности обучающихся»	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК–4	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: - характеристику личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в	Посещение, конспект Устные опросы домашнее задание Тест Защита	41-60

			контексте в предметной области; способы оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей. Уметь: - оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов.	курсовой работы Зачет с оценкой	
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: - характеристику личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области; способы оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей. Уметь:	Посещение, конспект Устные опросы домашнее задание Тест Защита курсовой работы Зачет с оценкой	61-100

			- оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных , предметных и личностных результатов. Владеть: - способностью и опытом применения в предметной области различных способов оказания адресной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.		
ДПК – 12	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: •современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; •значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично излагать	Посещение, конспект Устные опросы домашнее задание Тест Защита курсовой работы Зачет с оценкой	41-60

			полученные базовые знания; •демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами •строить модели реальных объектов или процессов; •профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; •применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.		
	Продвинутый	1.Работа на учебных занятиях (лекции, практические занятия.) Темы 1-8 2.Домашние задания (тренировочные упражнения, задачи, изучение теоретического материала) Темы 1-8	Знать: •современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; •значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира.	Посещение, конспект Устные опросы домашнее задание Тест Защита курсовой работы Зачет с оценкой	61-100

			Уметь: •ясно и логично излагать полученные базовые знания; •демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами •строить модели реальных объектов или процессов; •профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; •применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделированием для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач, сформулированн		

			ыми в рамках предметных областей.		

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

6 семестр

<u>Примерные задания к текущему контролю по курсу Избранные вопросы геометрии (контрольная работа)</u>

<u>Два варианта</u>

1. Пусть ¥ – множество натуральных чисел.

Приведите на ¥ примеры 1-местных отношений (*для варианта* 1), 2-местных отношений (*для варианта* 2), 3-местных отношений (*для обоих вариантов*).

2. Пусть $P=\{A,B,C...\}$ – множество точек плоскости, $L=\{a,b,c...\}$ - множество прямых этой плоскости.

Приведите на *P* и *L* примеры 1-местных отношений (*для варианта* 1), 2-местных отношений (*для варианта* 2), 3-местных отношений (*для обоих вариантов*).

3. Приведите примеры отношений, порожденных отображениями, данных множеств (*для обоих вариантов*).

4. Рассмотрите другие множества и выполните для них заданя 1-3 (*для обоих вариантов*)..

5. Аксиомы. Структуры на множествах. Базы структур.

Задание: рассмотрите на примерах:

1) (*для варианта* 1) структура векторного пространства над полем действительных чисел;

структура векторного n-мерного пространства над полем действительных чисел;

структура векторного евклидова пространства над полем действительных чисел;

2) (*для варианта* 2) структура точечно-векторного n-мерного аффинного пространства над полем действительных чисел;

структура точечно-векторного n-мерного евклидова пространства над полем действительных чисел.

6. Свойства систем аксиом: непротиворечивость, независимость и полнота. Как проверить эти свойства для системы аксиом?

Задание: **доказательство непротиворечивости**

1) (*для варианта* 1) системы аксиом векторного пространства над полем действительных чисел;

системы аксиом векторного n-мерного пространства над полем действительных чисел;

системы аксиом векторного евклидова пространства над полем действительных чисел;

2) (*для варианта* 2) системы аксиом точечно-векторного n-мерного аффинного пространства над полем действительных чисел;

системы аксиом точечно-векторного n-мерного евклидова пространства над полем действительных чисел;

3) (*для обоих вариантов*) аксиом принадлежности из системы аксиом Гильберта 3-мерного евклидова пространства.

Задание: **доказательство независимости**

1) (*для варианта* 1) аксиом размерности для системы аксиом векторного n-мерного пространства над полем действительных чисел;

2) (*для варианта* 2) аксиом принадлежности для системы аксиом точечно-векторного n-мерного евклидова пространства над полем действительных чисел.

Задание: **доказательство полноты**

1) (*для варианта* 1) системы аксиом Д. Гильберта 3-мерного евклидова пространства и
2) (*для варианта* 2) системы аксиом Вейля n-мерного евклидова пространства.
7. Эквивалентные аксиомы, эквивалентные группы аксиом, эквивалентные системы аксиом.
Задание:
1) (*для варианта* 1) примеры эквивалентных аксиом,
2) (*для обоих вариантов*) примеры эквивалентных групп аксиом (подробно об аксиомах движения),
3) (*для варианта* 2) примеры эквивалентных систем аксиом.
8. Сравнительный анализ систем аксиом Гильберта и Вейля евклидовой геометрии (*для обоих вариантов*).
9. Сравнительный анализ школьных систем аксиом по различным учебникам (*для обоих вариантов*).

Примерные задания к зачету с оценкой по курсу Избранные вопросы геометрии

1. Доказательства непротиворечивости систем аксиом векторного пространства, n-мерного векторного пространства, евклидова векторного пространства, аффинного пространства, евклидова аффинного пространства.
2. Найти ошибку в доказательстве.
3. Система аксиом Д. Гильберта евклидовой геометрии и ее непротиворечивость. Доказательства некоторых теорем.
4. Доказательства некоторых теорем евклидовой геометрии с использованием аксиоматики Д. Гильберта.
5. Доказательства некоторых теорем евклидовой геометрии с использованием аксиоматики Г. Вейля.
6. Доказательства непротиворечивости систем аксиом геометрии Лобачевского
7. Доказательства некоторых теорем геометрии Лобачевского в схеме Д. Гильберта и в схеме Г.Вейля.
8. Доказательство эквивалентности или неэквивалентности фигур относительно различных групп преобразований.
9. Вычисление расстояний в различных метриках на плоскости.

Примерные темы курсовых работ по курсу Избранные вопросы геометрии

1. Развитие геометрии до Евклида и "Начала" Евклида.
2. "Начала" Евклида, их значение для геометрии.
3. Попытки доказательства пятого постулата Проклом, О. Хайямом, Валлисом, Д. Саккери, И. Ламбертом, А. Лежандром.
4. Открытие неевклидовой геометрии Н. И. Лобачевским, К. Ф. Гауссом, Я. Бояи.
5. Работы по обоснованию неевклидовой геометрии (поиск интерпретаций) Э. Бельтрами, Ф. Клейна, А. Пуанкаре и др.
6. Пополнение системы аксиом Евклида М. Пашем и Д. Гильбертом.
7. Пространства постоянной кривизны. Геометрии Евклида, Лобачевского и Римана (в узком смысле) как римановы геометрии.
8. Метрический подход к геометрии и специальная теория относительности (СТО). Некоторые факты из СТО.
9. Системы аксиом школьного курса геометрии (Погорелова, Колмогорова, Атанасяна и др.). Их сравнительная характеристика.

Примерные теоретические вопросы к зачету с оценкой за 6 семестр

1. Отношения на множествах. Аксиомы. Структуры на множествах. Базы структур.
2. Свойства систем аксиом: непротиворечивость, независимость и полнота.
3. Эквивалентные аксиомы, группы аксиом, системы аксиом.
4. Система аксиом Д. Гильберта евклидовой геометрии.
5. Система аксиом Вейля евклидовой геометрии.
6. Групповой подход к геометрии. "Эрлангенская программа" Ф. Клейна. Примеры различных групп преобразований и соответствующих им геометрий. Классификация фигур относительно групп преобразований.
7. Метрический подход к геометрии. Геометрические идеи Римана.
8. Гиперболическая, евклидова и эллиптическая геометрии и их формы.
9. Обоснование евклидовой геометрии Д. Гильбертом.
10. Доказательство непротиворечивости, независимости и полноты системы аксиом Д. Гильберта.
11. Аксиомы конгруэнтности и аксиомы движения.
12. Построение геометрии по Д. Гильберту. Доказательство некоторых теорем евклидовой геометрии.
13. Обоснование евклидовой геометрии Вейлем.
14. Доказательство непротиворечивости, независимости и полноты системы аксиом Вейля.
15. Построение геометрии по Вейлю. Доказательство некоторых теорем евклидовой геометрии.
16. Системы аксиом школьного курса геометрии (Погорелова, Колмогорова, Атанасяна и др.). Их сравнительная характеристика.
17. Аксиомы "плоской" геометрии Лобачевского, непротиворечивость, независимость и полнота.
18. Параллельность прямых в геометрии Лобачевского.
19. Некоторые замечательные факты геометрии Лобачевского.
20. Аксиомы "плоской" эллиптической геометрии, их непротиворечивость, независимость и полнота.
21. Связь эллиптической и проективной геометрий. Сферическая геометрия.
22. Некоторые замечательные факты эллиптической геометрии.
23. Понятие о величине.
24. Вычисление длин, площадей и объемов в аксиоматике Д.Гильберта евклидовой геометрии. Теоремы существования и единственности.
25. Вычисление длин, площадей и объемов в аксиоматике Вейля евклидовой геометрии. Теоремы существования и единственности.

7 семестр

Примерные задания к текущему контролю в 7 семестре

Примерные тесты по курсу Избранные вопросы геометрии (можно использовать для контрольной работы – тогда писать полные решения)

Вариант ab (Цифра n равна сумме a+b).

1. Кривая задана параметрически на евклидовой плоскости:

$r(t)=\{a \sin 2bt, a \cos 2bt\}, a, b \in \mathbb{Z}, t \in \mathbb{R}, t \geq 0.$

1) В точке $t_0=(2n\pi)/2$, где $n \in \mathbb{Z}$, найти касательный и нормальный векторы кривой:

а) $r'(t_0)=\{2ab, 0\}$, $n(t_0)=\{0, 2ab\}$,

b) $r'(to)=\{0, 2ab\}$, $n(to)=\{2ab, 0\}$,

c) $r'(to)=\{2ab,2ab\}$, $n(to)=\{-2ab, 2ab\}$.

2) Найти длину кривой от $t = 0$ до $t = 2\pi$:

a) $2\pi b$, b) $4\pi/ab/$, c) $2\pi a$.

3) Выразить параметр t через натуральный параметр s кривой:

a) $t = 2ab\, s$, b) $t = 2ab / s$, c) $t = s / 2/ab/$.

4) Найти кривизну кривой в точке $to=\pi/2$:

a) a, b) $1/a$, c) b.

2. Кривая задана параметрически в трехмерном евклидовом пространстве:

$r(t)=\{at, b \ln t, t\}$, $a, b \in Z$, $t \in \Re$, $t > 0$.

1) В точке $to=n$, где $n \in Z$, найти векторы касательный, бинормали и главной нормали кривой:

a) $r'(to)=\{a, b/n, 1\}$, $b(to)=\{0, -b/n^2, 0\}$, $n(to)=\{b/n^2, 0, -ab/n^2\}$,

b) $r'(to)=\{n, bt, 1\}$, $b(to)=\{b/n^2, 0, -ab/n^2\}$, $n(to)=\{ab^2/n^3, -b/n^2 - ba^2/n^2, b^2/n^3\}$,

c) $r'(to)=\{a, b/n, 1\}$, $b(to)=\{b/n^2, 0, -ab/n^2\}$, $n(to)=\{ab^2/n^3, -b/n^2 - ba^2/n^2, b^2/n^3\}$.

Написать уравнения спрямляющей, нормальной и соприкасающейся плоскостей кривой в данной точке.

2) Найти кривизну k и кручение $\acute{\alpha}$ кривой в точке $to=1$:

a) $k = 0$, $\acute{\alpha} = ab$,

b) $k = /b/\sqrt{1+a^2}/(a^2+b^2+1)$, $\acute{\alpha} = 0$,

c) $k = (b+ab)/(a^2+b^2+1)$, $\acute{\alpha} = 0$.

3. В трехмерном евклидовом пространстве задана сфера

$r(\theta, \varphi)=\{R\, Sin\theta\, Cos\varphi, R\, Sin\theta\, Sin\varphi, R\, Cos\theta\}$.

1) Найти нормальный вектор поверхности *при* $\theta = \pi/2$, $\varphi = \pi/2$:

a) $n = \{0, 0, 0\}$, b) $n = \{0, a^2, 0\}$, c) $n = \{a, 0, a\}$.

Написать уравнения нормали и касательной плоскости к сфере в данной точке.

2) Найти среднюю и полную (гауссову) кривизны сферы:

a) $H = 1/R$, $K = 1/R^2$, b) $H = 2/R$, $K = -1/R^2$, c) $H = R$, $K = 1/R^2$.

<u>Примерные задания к зачету с оценкой по курсу Избранные вопросы геометрии</u>

1. Кривая на плоскости задана параметрически радиус-вектором

$$\vec{r}(t)=\{a\, Cos\, t, b\, Sin\, t\},\ a, b \in Z,\ t \in [0, 2\pi].$$

Задать ее в виде графика функции или неявно. Выяснить расположение кривой на плоскости и нарисовать ее.

2. Кривая на плоскости задана параметрически

1) $x = t, y = t^2 - 4t$ при $t \in R$

2) $x = \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{4}t, y = t$ при $t \in R$;

3) $x = t + \frac{1}{t}, y = t - \frac{1}{t}$ при $t \in R \setminus \{0\}$;

4) $x = \cos\frac{t}{2}, y = \sin\frac{t}{2}$ при $t \in [0, 2\pi]$

Задать ее в виде графика функции или неявно. Выяснить расположение кривой на плоскости и нарисовать ее.

3. Кривая в пространстве задана радиус-вектором

$\vec{r}(t)=\{a\ Cos\ t,\ a\ Sin\ t,\ bt\},\ a,\ b \in Z,\ a,\ b>0,\ t \geq 0.$

Выяснить расположение кривой в пространстве и по возможности нарисовать ее.

4. Показать, что кривая $x=a\cos t,\ y=b\sin t,\ z=c\sin t$ лежит на сфере.

5. Кривая на плоскости задана радиус-вектором

$$\vec{r}(t)=\{at\ Cos\ t,\ bt\ Sin\ t\},\ a,\ b \in Z,\ t \in [0;2\pi].$$

Написать уравнения касательной и нормали при $t_0 = \frac{\pi}{2}$.

6. Кривая на плоскости задана параметрически

1) $x=t,\ y=t^2-4t+1,\quad t_0=2;$

2) $x=\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{4}t^4,\ y=t^3,\quad t_0=2;$

3) $x=t+\frac{1}{t^2},\ y=t-\frac{1}{t},\quad t_0=1;$

4) $x=a\cos t,\ y=a\sin t,\quad t_0=\frac{\pi}{4}.$

Написать уравнения касательной и нормали при $t=t_0$.

7. Кривая задана неявно:

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1.$$

Написать уравнения касательной и нормали при $x_0=2,\ y_0=c$.

8. Кривая задана графиком функции $y=ax^2+bx+c$.

Написать уравнения касательной и нормали при $x_0=2$.

9. Найти угол между кривыми в точке их пересечения:

1) $y=ax^2$ и $y=\frac{k}{x}$,

2) $y=a^x\sin x$ и $y=a^x$.

10. Напишите уравнение касательной прямой и нормальной плоскости кривой γ, заданной параметрически в трехмерном пространстве, при $t=t_0$.

Определите класс гладкости кривой.

1) $x=t,\ y=t^2,\ z=t^3,\ t\in(-\infty;+\infty)$,

2) $x=t,\ y=t^2,\ z=t^3,\ t\in(-\infty;+\infty)$,

3) $x=t^2,\ y=t^3,\ z=t^2,\ t\in(-\infty;+\infty)$,

4) $x=t^2,\ y=|t|,\ z=t,\ t\in(-\infty;+\infty)$.

11. Кривая задана как пересечение двух поверхностей:

1) $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x^2+y^2+z^2=1 \end{cases}$ $(x,y,z)\in\gamma$

2) $\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ x^2+y^2+z^2=3 \end{cases}$ $(x,y,z)\in\gamma$

3) $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1 \\ x+y=0 \end{cases}$ $(x_0, y_0, z_0)=(0,0,1)$

Написать уравнения касательной и нормальной плоскости к кривой точке (x_0, y_0, z_0).

12. Найти векторы канонического репера кривой

$$x=t,\ y=t^2,\ z=t^3$$

в начале координат.

13. Кривая задана параметрическими уравнениями

$$x=\sin t,\ y=\cos t,\ z=\operatorname{tg} t,\ \left(t=\frac{\pi}{4}\right).$$

Написать уравнение касательной прямой, нормальной плоскости, бинормали, главной нормали, соприкасающейся и спрямляющей плоскости в точке $t=\frac{\pi}{4}$.

14. Найти точки на кривой $x=\frac{2}{t},\ y=\ln t,\ z=t^2,\ (t>0)$, в которых бинормаль параллельна плоскости $x+y+8z+2=0$.

15. Даны параметрические уравнения кривой на плоскости или в пространстве. Найти какую-нибудь кривую, имеющую с данной кривой в данной точке касание 1, 2, 3 порядка. На плоскости рассмотреть кривые

1) $x=\cos t,\ y=\sin t$ в точке $t=\frac{3\pi}{2}$,

2) $x=t-\frac{1}{t^2},\ y=t+\frac{1}{t}$ в точке $(0, 2)$,

3) $y=f(x)$ в точке (x_0, y_0).

16. Найти длину астроиды

$$x=a\cos^3 t,\ y=a\sin^3 t,\ (0\le t\le 2\pi).$$

17. Найти длину замкнутой кривой

$$x=a\sin^3 t,\ y=a\cos^3 t,\ (0\le t\le 2\pi).$$

Даны параметрические уравнения винтовой линии

$$x=a\cos t,\ y=a\sin t,\ z=bt,\ (a>0,\ b>0).$$

Записать кривую через натуральный параметр *s*. Выяснить длину вектора *r'(s)* и направление вектора *r''(s)*.

Даны параметрические уравнения кривой

$$x=a\sin t,\ y=b\cos t,\ z=\frac{t}{2},\ (a>0,\ b>0).$$

1) Записать кривую через натуральный параметр *s*.
2) Найти векторы скорости, главной нормали и бинормали, выраженные через натуральный параметр.
3) Найти кривизну и кручение кривой, используя натуральный параметр.
4) Найти кривизну и кручение кривой, используя вычислительные формулы для их нахождения.

20. Определить расположение и вид координатных линий на поверхности

1) конуса $\vec{r}(\varphi)=\{a\cos\varphi,\ a\sin\varphi,\ b\}$, где $\varphi\in[0,2\pi]$,
2) цилиндра $\vec{r}(\varphi, z)=\{R\cos\varphi,\ R\sin\varphi,\ z\}$,
3) сферы $\vec{r}(\theta, \varphi)=\{R\sin\theta\cos\varphi,\ R\sin\theta\sin\varphi,\ R\cos\theta\}$,

4) катеноида $\vec{r}(u, \varphi)=\{R\ Ch\ u\ Cos\varphi,\ R\ Ch\ u\ Sin\varphi,\ R\ u\}$,

5) геликоида $\vec{r}(u, v)=\{u\ Cos\ v,\ u\ Sin\ v,\ k\ v\}$.

21. Написать уравнения касательной и нормали в данной точке для поверхности

1) конуса $\vec{r}(u,\varphi)=\{u\cos\varphi, u\sin\varphi, u\}$, где $\varphi\in[0,2\pi]$, в точке $(z_0;\varphi_0)=\left(5;\frac{\pi}{2}\right)$,

2) цилиндра $\vec{r}(\varphi, z)=\{R\ Cos\varphi,\ R\ Sin\varphi,\ z\}$, где $\varphi\in[0,2\pi]$, в точке $(z_0;\varphi_0)=\left(2;\frac{\pi}{4}\right)$,

3) сферы $\vec{r}(\theta, \varphi)=\{R\ Sin\theta\ Cos\varphi,\ R\ Sin\theta\ Sin\varphi,\ R\ Cos\theta\}$, где $\varphi\in[0,2\pi]$, $\theta\in[0,\pi]$, в точке $(\varphi_0;\theta_0)=\left(\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{4}\right)$,

4) катеноида $\vec{r}(u, \varphi)=\{R\ Ch\ u\ Cos\varphi,\ R\ Ch\ u\ Sin\varphi,\ R\ u\}$, где $\varphi\in[0,2\pi]$, в точке $(u_0;\varphi_0)=\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$,

5) геликоида $\vec{r}(u, v)=\{u\ Cos\ v,\ u\ Sin\ v,\ k\ v\}$ в точке $(u_0;v_0)=\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

22. Написать уравнения касательной и нормали в точке $(x_0;y_0;z_0)=(1;2;\ldots)$ для сферы $x^2+y^2+z^2=1$.

23. Написать уравнения касательной и нормали в точке $x_0=\sqrt{2p}$ для параболического цилиндра $y=\frac{1}{2p}x^2$.

24. Найти какую-нибудь поверхность, имеющую с конусом $\vec{r}(u,\varphi)=\{u\cos\varphi, u\sin\varphi, u\}$, где $\varphi\in[0,2\pi]$ в точке $(z_0;\varphi_0)=\left(2;\frac{\pi}{4}\right)$ касание 1, 2, 3 порядка.

25. Найти гауссову и среднюю кривизны цилиндра $\vec{r}(\varphi, z)=\{R\ Cos\varphi,\ R\ Sin\varphi,\ z\}$ в точке $(z_0;\varphi_0)=\left(2;\frac{\pi}{4}\right)$, используя первую и вторую квадратичные формы поверхности, а также используя главные нормальные кривизны поверхности.

<u>Примерные теоретические вопросы к зачету с оценкой по курсу Избранные вопросы геометрии</u>

1. Векторные функции одной и нескольких переменных: свойства, дифференцирование, разложение в ряд Тейлора.
2. Кривые в евклидовом пространстве: элементарная кривая, простая кривая, общая кривая. Регулярная кривая класса $C^{(K)}$, гладкая кривая.
3. Различные способы задания плоских кривых: параметрическое, графиком функции, неявное.
4. Различные способы задания кривых в пространстве: параметрическое, как пересечение двух поверхностей.

5. Касание кривых. Касательная к кривой. Соприкасающаяся окружность. Угол между кривыми.
6. Касание кривой и поверхности. Соприкасающаяся плоскость. Соприкасающаяся сфера.
7. Кривые на плоскости: касательная, соприкасающаяся окружность. Нормаль к плоской кривой.
8. Кривые в пространстве: касательная, соприкасающаяся окружность. Нормальная, соприкасающаяся и спрямляющая плоскости. Главная нормаль и бинормаль. Соприкасающаяся сфера.
9. Длина кривой. Независимость длины кривой от параметра.
10. Натуральный параметр на кривой (естественная параметризация кривой). Векторы скорости и ускорения кривой, заданной через натуральный параметр.
11. Кривые на плоскости: кривизна и ее свойства. Формулы Френе на плоскости. Натуральные уравнения кривой.
12. Кривые в пространстве: кривизна , кручение и их свойства. Формулы Френе в пространстве. Натуральные уравнения кривой.
13. Понятие о вычислительных формулах для кривизны и кручения кривой.
14. Поверхности в евклидовом пространстве: элементарная поверхность, простая поверхность, общая поверхность. Регулярная поверхность класса $C^{(K)}$, гладкая поверхность.
15. Различные способы задания поверхностей: параметрическое, графиком функции, неявное.
16. Касательная плоскость к поверхности. Соприкасающийся параболоид к поверхности. Классификация точек поверхности.
17. Первая квадратичная форма поверхности в трехмерном евклидовом пространстве (индуцированная метрика на поверхности). Свойства первой квадратичной формы.
18. Использование первой квадратичной формы поверхности для вычисления длины кривой, лежащей на поверхности.
19. Использование первой квадратичной формы поверхности для вычисления угла между кривыми, лежащими на поверхности.
20. Использование первой квадратичной формы поверхности для вычисления площади области, лежащей на поверхности.
21. Понятие о второй и третьей квадратичных формах поверхности в трехмерном евклидовом пространстве.
22. Кривизна кривой, лежащей на поверхности. Нормальная кривизна поверхности в данном направлении.
23. Плоские и нормальные сечения поверхности, нормальные кривизны поверхности. Главные нормальные сечения поверхности, главные (нормальные) кривизны поверхности. Главные направления на поверхности.
24. Средняя и полная (гауссова) кривизны поверхности. Примеры поверхностей положительной, отрицательной и нулевой полной кривизны.
25. Понятие о вычислительных формулах для главных кривизн, средней и полной кривизнах поверхности.
26. Понятие о внутренней и внешней геометрии поверхности. Роль первой и второй квадратичных форм.
27. Нормальная и геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезические линии. Свойства геодезических.
28. Понятие о теореме Гаусса-Бонне и следствии из нее о сумме углов геодезического многоугольника, лежащего на поверхности.
29. Понятие о римановой метрике в пространстве и индуцированной римановой метрике на поверхности.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Процедура оценивания знаний и умений состоит из следующих составных элементов.

Основными формами текущего контроля являются проверка посещаемости, конспектов, работы студентов на занятиях, контрольной работы, зачеты в 7, 8 и 9 семестрах.

Требования к аттестации студентов

Процедура оценивания знаний и умений состоит из следующий составных элементов.

1. Учет посещаемости лекционных и практических занятий осуществляется по ведомости представленной ниже в форме таблицы.

№ п/п	Фамилия И.О.	Посещение занятий						Итого %
		1	2	3	4	...	9	
1.								
2.								

2. Баллы выставляются в соответствии со следующей таблицей.

№ п/п	Фамилия И.О.	Сумма баллов, набранных в семестре			Контрольная работа	Зачет с оценкой	Общее число баллов
		Посещение занятий	Наличие конспектов	Устный и письменный опрос			
		10	10	10	30	40	100
1.							
2.							

Оценка за зачет составляет 40 баллов. Экзаменационный билет и зачетное задание состоят из двух вопросов (по 20 баллов за ответ на каждый из двух вопросов). Допускается письменная сдача зачета.

При невыполнении контрольной работы (по 10 баллов за каждую часть) студент не допускается к зачету.

Баллы *за контрольную работу, наличие конспектов и за работу на занятиях* выставляются в зависимости от *процентов от количества выполненных заданий*, полного количества конспектов и общего количества занятий аналогично учету посещаемости.

Студент считается аттестованным, если он набрал за семестр 41-100 баллов.

3. Шкала оценок при **40**-балльной системе за зачёт

Оценка по 5-бальной системе		Оценка по 40-бальной системе
5	Отлично	31-40
4	Хорошо	21-30
3	Удовлетворительно	11-20
2	Неудовлетворительно	0-10

Оценка "отлично" характеризует полное усвоение теоретического и практического

материала: студент владеет *всеми* понятиями курса, умеет доказать *все* теоремы из лекционного курса и решает *все* задачи и примеры из приведенных заданий.

Оценка "хорошо" характеризует основное усвоение теоретического и практического материала: студент владеет *всеми* понятиями курса, умеет доказать *основные* теоремы из лекционного курса и решает *основные* задачи и примеры из приведенных заданий.

Оценка "удовлетворительно" характеризует знание (*без доказательства*) *основных* теорем и формул курса, *основных* понятий и умение решать задачи, являющиеся обобщением задач *школьного курса* математики.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется студенту, если он *не знает* основных понятий, основных теорем и формул курса и *не умеет* решать задачи, являющиеся обобщением задач *школьного курса* математики.

Процедура оценивания курсовой работы

Оценка "отлично" 81-100 баллов ставится, если студент подробно разобрал теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы, овладел всеми понятиями, умеет доказывать все теоремы, задачи и примеры из своей курсовой работы, выступает на защите уверенно, отвечает подробно на поставленные вопросы.

Оценка "хорошо" 61-80 баллов ставится, если студент подробно разобрал теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы, практически овладел всеми понятиями, умеет доказывать практически все теоремы, задачи и примеры из своей курсовой работы, выступает на защите уверенно, отвечает на поставленные вопросы.

Оценка "удовлетворительно" 41-60 баллов ставится, если студент разобрал основной теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы, овладел большинством понятий, но не умеет доказывать большинство теорем, задач и примеров из своей курсовой работы, выступает на защите неуверенно, отвечает не на все поставленные вопросы.

Оценка "неудовлетворительно" до 40 баллов ставится, если студент не разобрал основной теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы, не овладел большинством понятий, не умеет доказывать теоремы, задачи и примеры из своей курсовой работы, выступает на защите неуверенно, не отвечает на поставленные вопросы.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. **Атанасян, Л.С.** Геометрия : учеб.пособие для вузов в 2-х ч. ч.2 / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. - 2-е изд.,стереотип. - М. : Кнорус, 2015. - 424с. – Текст: непосредственный.
2. **Атанасян, Л.С.** Геометрия : учеб.пособие для вузов в 2-х ч. ч.1 / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. - 2-е изд.,стереотип. - М. : Кнорус, 2015. - 400с. – Текст: непосредственный.

6.1. Дополнительная литература

1. Атанасян, С.Л. Сборник задач по геометрии, ч. 2 / С. Л. Атанасян, И.В.Шевелева, В.Г.Покровский – М. : Эксмо, 2008. – Текст: непосредственный.
2. Атанасян, С.Л. Геометрия 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский - М. : Лаборатория знаний, 2017. - 334 с. - ISBN 978-5-

00101-452-2 - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001014522.html (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Консультант студента». — Текст : электронный.
3. Атанасян, С.Л. Геометрия 2 [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский, А.В. Ушаков ; под ред. С. Л. Атанасяна. - М. : БИНОМ, 2015. - http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328765.html. (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Консультант студента». — Текст : электронный.
4. Будак, Б.А. Геометрия. Углубленный курс с решениями и указаниями [Электронный ресурс] /Б.А. Будак, Н.Д. Золотарёва, М.В. Федотов; под ред. М.В.Федотова. - 3-е изд. - М.: БИНОМ, 2015. – 613с. – Режим доступа: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328949.html (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Консультант студента». — Текст : электронный.
5. Ефимов, Н.В. Высшая геометрия: учеб.пособие для вузов / Н. В. Ефимов. - 7-е изд. - М. : Физматлит, 2003. - 584с. – Текст: непосредственный.
6. Клейн Ф. Высшая геометрия [Текст] / Ф. Клейн. - 2-е изд. - М. : УРСС, 2004. - 400с.- Текст: непосредственный.
7. Клейн Ф. Неевклидова геометрия [Текст] / Ф. Клейн. - 2-е изд. - М. : УРСС, 2004. - 360с.
8. Клейн, Ф. Элементарная математика [Текст]: лекции. ч.2: геометрия. - 2-е изд. - М. : Наука, 1987. - 416с.
9. Прасолов, В.В. Геометрия [Текст] / В.В. Прасолов, В.М. Тихомиров, – М.: МЦНМО, 2007.
10. Прасолов, В.В. Геометрия Лобачевского [Текст] / В.В. Прасолов – М.: МЦНМО, 2000.
11. Прасолов В.В. Наглядная топология. – М.: ТЕИС, МЦНМО, 1995.
1. Мищенко, А.С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии [Электронный ресурс] / Мищенко А. С, Фоменко А. Т. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922104420.html. (дата обращения: 29.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Консультант студента». — Текст : электронный.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.
2. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лабораторных и практических занятий.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ:

Лицензионное программное обеспечение:
Microsoft Windows
Microsoft Office
Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:
Система ГАРАНТ
Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных
fgosvo.ru
pravo.gov.ru
www.edu.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.
- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;
- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: комплект учебной мебели, проектор, проекционная доска, персональный компьютер с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.