Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41 Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bff679172803da5b7**МИНИИС**ТЕР**С**ТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ

Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ (МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра математического анализа и геоморой и д

Согласовано управлением организации и контроля качества образовательной деятельности

«\_*f0*\_»\_\_\_*06* Начальник управления

20201

/М.А. Миненкова/

Одобрено у соно-методическим советом

Протокол Председатель

Г.Б. Сустин/

Рабочая программа дисциплины

Избранные вопросы геометрии

**Направление подготовки** 44.03.05 Педагогическое образование

Профиль:

Математика и информатика

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Согласовано учебно-методической комиссией физико-математического

факультета:

Протокол «<u>41</u> » <u>05</u> 2020г.№ <u>10</u> Председатель УМКом

/ Н.Н.Барабанова/

Рекомендовано кафедрой

математического анализа и геометрии

Протокол «<u>14</u> » <u>05</u> 2020г.№ <u>10</u> Зав.кафедрой <u>Жогер</u>

/Г.В.Кондратьева /

Мытищи 2020

#### Автор-составитель:

# Кондратьева Галина Вячеславовна кандидат педагогических наук, доцент.

Рабочая программа дисциплины «Избранные вопросы геометрии» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование профиль «Математика и информатика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОСИИ от 22.02.2018 г. № 125.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Год начала подготовки 2020

# СОДЕРЖАНИЕ

1.	Планируемые результаты обучения	.4
2.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
3.	Объем и содержание дисциплины	5
4.	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся	.10
	Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по сциплине	14
6.	Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины	27
7.	Методические указания по освоению дисциплины	.27
8.	Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по	
	дисциплине	28
9.	Материально-техническое обеспечение дисциплины	28

#### 1.ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

#### 1.1. Цель и задачи дисциплины

**Целью освоения** дисциплины «Избранные вопросы геометрии» является изучение классических разделов геометрии, составляющих основу математического образования, обобщение и систематизация изученного геометрического материала, в том числе по элементарной геометрии. Курс также имеет своей целью расширение геометрического кругозора учащихся, знакомство с некоторыми из разделов современной геометрии, формирование знаний и понятий в области геометрии, ее роли и месте в системе естественных и математических наук.

Задачами дисциплины являются освоение общих принципов изучения кривых и поверхностей, основных понятий внутренней геометрии поверхностей, осознание внутренней взаимосвязи математических дисциплин при описании геометрических объектов; изучение общих принципов дедуктивного построения математических теорий, различных систем аксиом евклидовой и неевклидовых геометрий, изучение геометрии, некоторыми аксиоматического подхода знакомство c разделами современной геометрии, более глубокое осмысление элементарной геометрии и ее логической структуры.

#### 1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ДПК–4 - Способен осуществлять педагогическую поддержку и сопровождение обучающихся в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов

ДПК-12 - Готов к формированию системы регуляции поведения и деятельности обучающихся

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Программа дисциплины «Избранные вопросы геометрии» построена таким образом, что ее основные понятия и методы являются продолжением дисциплины «Геометрия» и органично дополняет этот курс. Классический курс аналитической геометрии заканчивается изучением теории прямых, плоскостей и поверхностей второго порядка в трехмерном пространстве, групп преобразований и их инвариантов.

В курсе «Избранные вопросы геометрии» излагается общая теория аффинных и евклидовых пространств. Курс начинается строгим аксиоматическим изложением аффинной и евклидовой геометрии (по Вейлю), вводится определение расстояния между точками и величины угла в евклидовом пространстве. Данный раздел геометрии носит имя «Основания геометрии». Изучение аксиоматического подхода, доказательства непротиворечивости различных аксиоматик дает учащимся новый общий взгляд на изученное ими в других курсах ранее. Рекомендуется активное использование материала по истории математики.

Другим разделом курса «Избранные вопросы геометрии» является дифференциальная геометрия. В отличие от аналитической геометрии методы дифференциальной геометрии универсальны и являются более мощным инструментом для изучения линий и поверхностей. При изучении дифференциальной геометрии широко используются представления и методы аналитической геометрии и математического анализа.

В курсе используется материал из различных областей математики, изучаемых в университете.

Расширение теоретических знаний, выяснение математического фундамента, на котором строится здание современной геометрии – все это в условиях реального снижения уровня геометрического среднего образования придает актуальность курсу.

### 3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Форма обучения
	Очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	6
Объем дисциплины в часах	216
Контактная работа:	136,7
Лекции	68
Практические занятия	68
Контактные часы на промежуточную	0,7
аттестацию:	
Зачет с оценкой	0,4
Курсовая работа	0,3
Самостоятельная работа	46
Контроль	33,3

Формами промежуточной аттестации являются зачёт с оценкой в 6, 7, курсовая работа в 7 семестре.

### 3.2.Содержание дисциплины

По очной форме обучения

		Кол-	во часо	)B
Наименование разделов (тем) Дисциплины с кратким содержанием		Семинарские занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия
Раздел 1.	6		6	
Общие вопросы аксиоматики				
Тема 1.	2		2	
Отношения на множествах. Аксиомы. Структуры на				
множествах. Базы структур.				
Примеры: аксиомы векторного пространства, аксиомы				
размерности, аксиомы евклидова скалярного произведения,				
система аксиом п-мерного евклидова векторного пространства;				
система аксиом п-мерного аффинного пространства,				

система аксиом п-мерного евклидова аффинного пространства			
(система аксиом Вейля);			
аксиомы группы, поля действительных чисел			
и другие.			
Тема 2.	2	2	
Свойства систем аксиом: непротиворечивость, независимость			
и полнота (определения и способы доказательства).			
Доказательство непротиворечивости			
первой группы аксиом Гильберта евклидовой геометрии,			
системы аксиом Вейля проективной геометрии (различные			
модели проективной плоскости).			
Примеры зависимых (эквивалентных) и независимых аксиом.			
Примеры неполных систем аксиом и возможности пополнения.			
Тема 3.	2	2	
Эквивалентные аксиомы, группы аксиом, системы аксиом.			
Примеры.		1.0	
Раздел 2. Аксиоматика евклидовой геометрии	12	12	
Тема 1.	4		
Система аксиом Д. Гильберта евклидовой геометрии:			
основные понятия, основные отношения, группы аксиом.			
Необходимость введения новых понятий и новых отношений.			
Основные следствия из аксиом каждой группы (теоремы).			
Аксиомы абсолютной геометрии и аксиома параллельности.			
Тема 2.		2	
Непротиворечивость, независимость и полнота системы			
аксиом Д. Гильберта.			
Доказательство непротиворечивости: построение			
арифметической модели. О непротиворечивости арифметики			
действительных чисел.			
Доказательство независимости на примере некоторых аксиом.			
О независимости аксиомы параллельности от аксиом			
абсолютной геометрии.			
Доказательство полноты системы аксиом (об изоморфизме			
интерпретаций).		2	
Тема 3.		2	
Аксиомы конгруэнтности и аксиомы движения:			
основные понятия, основные отношения, содержание аксиом и			
теоремы. Эквивалентность аксиом конгруэнтности и аксиом			
движения. Тема 4.		2	
Построение геометрии по Д. Гильберту. Доказательство некоторых теорем евклидовой геометрии (например, теоремы			
о том, что отрезок содержит бесконечно много точек).			
Сравнение с доказательствами из школьных учебников			
геометрии.			
Тема 5.	4		
Гема 5. Система аксиом Г. Вейля евклидовой геометрии:	4		
<u> </u>			
основные понятия, основные отношения, группы аксиом (повторение Темы 1).			
(повторение темы т). Введение новых понятий и новых отношений.			
Основные следствия из аксиом каждой группы (теоремы).			
05			
Оо аксиомах положительнои определенности и			

WARNING AND				
невырожденности евклидова скалярного произведения.			2	
Тема 6. Непротиворечивость, независимость и полнота			2	
системы аксиом Г. Вейля.				
Доказательство непротиворечивости: построение				
геометрической (аналитическая геометрия) и алгебраической				
модели (матричной).				
Доказательство независимости на примере некоторых аксиом				
векторного пространства, аксиом размерности, аксиом				
аффинного пространства, аксиомах скалярного произведения. О				
пространстве Минковского. Построение сферы				
положительного, мнимого и нулевого радиуса в пространстве				
Минковского.				
О доказательстве полноты системы аксиом Вейля.				
Тема 7.	2		2	
Построение геометрии по Вейлю. Доказательство некоторых				
теорем евклидовой геометрии.				
Тема 8.	2		2	
Системы аксиом школьного курса геометрии. Анализ систем				
аксиом школьных учебников геометрии: Атанасяна,				
Погорелова и других. Сравнение методических подходов				
изложения некоторых тем и доказательств теорем с				
одинаковым содержанием. Сравнение аксиом школьных курсов				
геометрии с системами аксиом Гильберта и Вейля.				
Непригодность строгой аксиоматики в школьном				
преподавании.				
Раздел 3. Аксиоматика гиперболической геометрии	8		8	
Тема 1.	4		2	
Аксиомы "плоской" геометрии Лобачевского в схеме Д.	-		_	
Гильберта и в схеме Г. Вейля, их непротиворечивость,				
независимость и полнота. О работах по дифференциальной				
геометрии Миндинга и Бельтрами.				
*	1		2	
Тема 2.	4		2	
Параллельные и расходящиеся прямые на плоскости				
Лобачевского. Угол параллельности.				
Тема 3.			4	
Некоторые замечательные факты геометрии Лобачевского.				
Теоремы, доказанные Лобачевским: о сумме углов				
треугольника, о равенстве и подобии треугольников, о				
перпендикулярах к одной прямой, о линии равных расстояний				
до прямой и другие. Другие теоремы геометрии Лобачевского.	1			
Раздел 4. Аксиоматика эллиптической геометрии	6		6	
	2		2	
<u> </u>				
Д.Гильберта и в схеме Г. Вейля, их непротиворечивость,				
независимость и полнота. Построение геометрических				
моделей.				
Тема 2.	2		2	
Связь гиперболической, эллиптической и проективной				
геометрий. Системы аксиом данных геометрий в единой схеме				
Вейля. Сферическая геометрия.	<u>L</u>			
Тема 3.	2		2	
Некоторые замечательные факты эллиптической геометрии:	1	1		1
Тема 1. Аксиомы "плоской" эллиптической геометрии в схеме Д.Гильберта и в схеме Г. Вейля, их непротиворечивость, независимость и полнота. Построение геометрических моделей. Тема 2.	2		2	

углов треугольника, сферическая тригонометрия и другие.	26	26	
Раздел 5.	36	36	
<b>Дифференциальная геометрия.</b> Тема 1. Векторные функции одной и нескольких переменных.	2	4	
Свойства векторных функций, дифференцирование,	2	4	
разложение в ряд Тейлора.			
Тема 2. Кривые в евклидовом пространстве.	4	2	
Элементарная кривая, простая кривая, общая кривая. Регулярная кривая класса С (K), гладкая кривая. Различные способы задания плоских кривых и кривых в пространстве: параметрическое, как пересечение двух поверхностей.			
Тема 3. Касание кривых и поверхностей.	6	6	
Касание кривых. Касательная к кривой. Соприкасающаяся			
окружность. Угол между кривыми.			
Касание кривой и поверхности. Соприкасающаяся			
плоскость. Соприкасающаяся сфера.			
Кривые на плоскости: касательная, соприкасающаяся			
окружность. Нормаль к плоской кривой.			
Кривые в пространстве: касательная, соприкасающаяся			
окружность. Нормальная, соприкасающаяся и спрямляющая			
плоскости.			
Главная нормаль и бинормаль.			
Тема 4. Длина кривой.	2	4	
Длина кривой. Натуральный параметр на кривой			
(естественная параметризация кривой).	4	4	
Тема 5. Кривизна и кручение кривой.	4	4	
Кривые на плоскости: кривизна и ее свойства. Формулы Френе на плоскости. Натуральные уравнения кривой.			
Кривые в пространстве: кривизна, кручение и их свойства.			
Формулы Френе в пространстве. Натуральные уравнения			
кривой.			
Тема 6. Поверхности в евклидовом пространстве.	4	2	
Элементарная поверхность, простая поверхность, общая	-		
поверхность. Регулярная поверхность класса $C^{(K)}$ , гладкая			
поверхность.			
Различные способы задания поверхностей.			
Тема 7. Касание поверхностей.	2	2	
Касательная плоскость к поверхности. Соприкасающийся			
параболоид к поверхности.			
Классификация точек поверхности.			
Тема 8.Первая квадратичная форма поверхности.	4	4	
Первая квадратичная форма поверхности в трехмерном			
евклидовом пространстве (индуцированная метрика на			
поверхности).			
Свойства первой квадратичной формы. Использование			
первой квадратичной формы поверхности. Понятие о второй квадратичной форме поверхности.			
Тема 9. Кривизна кривой, лежащей на поверхности.	4	4	
Кривизна кривой, лежащей на поверхности. Теорема	+	+	
		•	1

направлении.			
Плоские и нормальные сечения поверхности, нормальные			
кривизны поверхности. Главные нормальные сечения			
поверхности, главные (нормальные) кривизны поверхности.			
Главные направления на поверхности.			
Средняя и полная (гауссова) кривизны поверхности.			
Примеры поверхностей положительной, отрицательной и			
нулевой полной кривизны.			
Тема 10.Внутренняя и внешняя геометрия поверхности.	4	4	
Понятие о внутренней и внешней геометрии поверхности.			
Роль первой и второй квадратичных форм.			
Нормальная и геодезическая кривизна кривой на			
поверхности, геодезические линии. Свойства геодезических.			
Теорема Гаусса-Бонне и следствие из нее о сумме углов			
геодезического многоугольника, лежащего на поверхности.			
Понятие о римановой метрике в пространстве и			
индуцированной римановой метрике на поверхности.			
Всего	68	68	

# 4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ CAMOCTOЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного	Изучаемые вопросы	Количес тво	самостоятельно	Методически е обеспечения	
изучения		часов	й работы		ТИ
Раздел:		44			
История					
аксиоматического					
подхода к					
геометрии					
Тема 1.         Развитие         геометрии       до         Евклида       и         "Начала"       Евклида.	Основные источники геометрически х знаний.	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 2. "Начала" Евклида, их значение для геометрии.	Структура «Начал» Евклида.	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 3. Попытки доказательства пятого постулата Проклом, О.Хайямом, Валлисом, Д.Саккери, И.Ламбертом, А.Лежандром.	Изучение доказательств и ошибок в них.	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос

Тема 4. Открытие неевклидовой геометрии Н. И. Лобачевским, К. Ф. Гауссом, Я. Бояи.	Изучение биографий Лобачевского, Бояи, Гаусса. Сравнительный анализ деятельности в области неевклидовой	4	Изучение учебной литературы	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 5. Работы по обоснованию неевклидовой геометрии (поиск интерпретаций) Э. Бельтрами, Ф. Клейна, А. Пуанкаре и др.	геометрии  Изучение моделей плоскости Лобачевского.	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 6. Пополнение системы аксиом Евклида М. Пашем и Д. Гильбертом.	Исторический обзор работ по пополнению системы аксиом Евклида.	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 7. Групповой подход к геометрии. "Эрлангенская программа" Ф. Клейна.	Примеры	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 8. Метрический подход к геометрии. Геометрические идеи Римана.	Изучение понятия метрики и работ Римана.	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 9. Гиперболическая, евклидова и эллиптическая геометрии и их формы. Пространства постоянной кривизны. Геометрии	Изучение геометрически х форм различных геометрий.	6	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос

Евклида,					
Лобачевского и					
Римана (в узком					
смысле) как					
римановы					
геометрии.					
Тема 10.	TT	6	Изучение	0	Опрос
Метрический	Некоторые	U	учебной	Осн. и доп.	Olipoc
_	факты из СТО.		•	литература,	
подход к			литературы,	электронные	
геометрии и			решение задач	ресурсы	
специальная					
теория					
относительности					
(CTO).		26			
Раздел:		36			
Дифференциальн					
ая геометрия.					
Тема 1.	D	4	Изучение	0	Опрос
Разложение	Решение задач	4	_	Осн. и доп.	Olipoc
			учебной	литература,	
векторных			литературы,	электронные	
функций в ряд			решение задач	ресурсы	
Тейлора.					
Тема 3.	Решение задач	4	Изучение	Осн. и доп.	Опрос
Соприкасающаяся			учебной	литература,	
окружность.			литературы,	электронные	
Соприкасающаяся			решение задач	ресурсы	
плоскость.					
Соприкасающаяся					
сфера.					
Нормальная,					
соприкасающаяся					
и спрямляющая					
плоскости.					
Тема 4.	Разбор теории	4	Изучение	Осн. и доп.	Опрос
Натуральные	и решение		учебной	литература,	
уравнения кривой	задач		литературы,	электронные	
			решение задач	ресурсы	
				F-JP-	
Тема 5.	Решение задач	4	Изучение	Осн. и доп.	Опрос
Кривизна и	т отполите зада г		учебной	литература,	1
кручение кривой.			литературы,	электронные	
17			решение задач	ресурсы	
			т	ресурсы	
Тема 7.	Разбор теории	4	Изучение	Осн. и доп.	Опрос
Соприкасающийся	и решение		учебной	литература,	1
параболоид к	задач		литературы,	электронные	
поверхности.	задач		решение задач	_	
Классификация			решение задач	ресурсы	
точек					
поверхности.					
поверхности.					

Тема 8. Вторая квадратичная форма поверхности.	Вычисление квадратичных форм поверхности	4	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 9. Геодезические на различных поверхностях	Разбор теории и решение задач	6	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
Тема 10. Использование теоремы Гаусса- Бонне.	Разбор теории и решение задач	6	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос
итого		80			

# 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИН

# 5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-4 «Способен осуществлять педагогическую поддержку и сопровождение обучающихся в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов»	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.
ДПК-12 «Готов к формированию системы регуляции поведения и деятельности обучающихся»	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

# 5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые	Уровень	Этап формирования	Описание	Критерии	Шкала
компетенции	сформированн		показателей	оценивания	оцени
	ости				вания
ДПК–4	Пороговый	1. Работа на учебных	Знать:	Посещение,	41-60
		занятиях.	- характеристику	конспект	
		2. Самостоятельная	личностных,	Устные	
		работа.	метапредметных	опросы	
		puooru.	и предметных	домашнее	
			результатов	задание	
			образовательной	Тест	
			деятельности в	Защита	

Γ	T		1	,
		контексте в	курсовой	
		предметной	работы	
		области;	Зачет с	
		способы	оценкой	
		оказания		
		индивидуальной		
		педагогической		
		помощи и		
		поддержки		
		обучающимся в		
		зависимости от		
		их способностей,		
		образовательных		
		возможностей и		
		потребностей.		
		Уметь:		
		- оказывать		
		адресную		
		педагогическую		
		помощь и		
		поддержку		
		обучающимся, в		
		зависимости от		
		их способностей,		
		образовательных		
		возможностей и		
		потребностей, в		
		процессе		
		достижения		
		метапредметных		
		, предметных и		
		личностных		
		результатов.		
Продвинутый	1. Работа на учебных	Знать:	Посещение,	61-100
	занятиях.	- характеристику	конспект	
		личностных,	Устные	
	2. Самостоятельная	метапредметных	опросы	
	работа.	и предметных	домашнее	
		результатов	задание	
		образовательной	Тест	
		_		
		деятельности в	Защита	
		контексте в	курсовой	
		предметной	работы	
		области;	Зачет с	
		способы	оценкой	
		оказания		
		индивидуальной		
		педагогической		
		помощи и		
		поддержки		
		обучающимся в		
		зависимости от		
		их способностей,		
		образовательных возможностей и		
		потребностей. Уметь:		

- оказывать даресирую педаготическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных , предметных и личностных результатов. Владеть: - с способностым и опытом применения в предменных способов оказиния адресной педаготической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способов оказиния даресной педаготической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способов оказиния даресной педаготической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способовостей. Образовательных возможностей и потребностей. В зависимости от их способностей. Образовательных возможностей и потребностей. В зависимости от их способностей. Образовательных возможностей и потребностей. Образовательных возможностей и потребностей. В зависимости от их способностей. Образовательных возможностей и потребностей. Образовательных возможностей и потребностей. В зависимости образовательных возможностей и потребностей. В зависимостей и потребностей. В зависимостей образовательных возможностей и потребностей. В зависимостей и потребностей и потребностей и потребностей. В зависимостей и потребностей и потребностей и потребностей и потребностей. В зависимостей и потребностей и потребн					T	
педагогичество помощь и поплержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных и диченных результатов. Владеть: - способностью и опытом применения в предметный области различных способов оказания адресной педагогической помощь и поштом применения в предметной области различных способов оказания адресной педагогической помощь и пошержки обучающимся в зависимости от их способностью и потребностей. Формающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей. Современные концепции, теории, закомы и методы в области физики, матемятики и информатики и перспективные направления развития современные концепции, теории, закомы и методы в области физики, математики и перспективные направления развития современные направления развития современны				- оказывать		
ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных авансимостей и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных подможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных дезультатов. Владеть:  - способностью и опытом применения в предметной области различных способов оказания адресной педагогической помощи и ноддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, образовательных возможностей и потребностей и по				адресную		
поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достъжения метапредметных , предметных в предметной области различных способов оказания адресной подмощи и поддержку обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потревкостей и потревкостей и потревкостей и потребностей. Знатк: современные концепции, математиче и местоды по области физики, математиче и перспективные направления развития и перспективные направления развития и перспективные направления развития и перспективные направления развиты и перспективные на перспективные на перспекты и перспективные на перспекты на перспе				педагогическую		
ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе доствжения метапредметных и личностных результатов. Владеть:  - способностью и опытом применения в предметных способов оказания адресной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.  2. Самостоятельная работа.  Пороговый  1. Работа на учебных зависимости от их способностей, образовательных недменьных возможностей и потребностей.  3 нать:  - способностей, образовательных возможностей и потребностей.  - образовательных недменьных коможностей и потребностей.  - образовательных возможностей и потребностей.  - образовательных коможностей и подребностей.  - образовательных коможност				помощь и		
дпк — 12  Пороговый  1. Работа на учебных важмежностей и перебностей, в предветных и дичностных результатов. Владеть: - способностью и опытом применения в предметных способов оказания адресной области различных способов оказания адресной помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и подременные концепции, аконы и перебностей.  2. Самостоятельная работа.  3. Нать:  4. Современные концепции и пересметинные направления развития современной науки;  4. Нать:  4. Современные концепции и пересметинные направления развития современной науки;  5. Начение и место дисциплин физико-математнувского цикла в общей картине мира.  Уметь:  4. Современные концепции и пересметинные направления в картине и место дисциплин физико-математнувского пикла в общей картине мира.  Уметь:  4. Современные концепции и пересметинные направления в картине и место дисциплин физико-математнувского пикла в общей картине мира.  Уметь:  4. Современные концепции и пересметиные направления в картине мира.  Уство общей картине мира.  Уметь:  4. Современные концепции и пересметь на переменные и место дисциплин физико-математнувского пикла в общей картине мира.  Уметь:  4. Современные в предметь на переменные и место дисциплин физико-математнувского пикла в общей картине мира.  Уметь:  4. Современные в переменные и место дисциплине в переменные и место дисци						
ДПК — 12  Поротовый  1. Работа на учебных войможностей, образовательных предметных попытом применения в предметной области различных способю оказания адресной педаготической помощи и поддержки потребностей, образовательных выписимости от их способностей, образовательных выписимости от их способностей, образовательных выписимости от их способностей.  2. Самостоятельная работа.  3натиях. 2. Самостоятельная работа.  3натиях. 3натиях. 41-60 концепции, теории, законы устые прории, законы и перепективные области физики, магематики и перепективные предметным правления развития сопременной науки; значение и место дисциплин физикоматематического пикла в облесей картине мира. Уметь: эксно и логично				обучающимся, в		
образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижении метапредметных и дичностных и дичностных результатов. Владель: - способностью и области различных способов оказания адресной педагогической помощи и подгрежки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и полусрежки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и полусрежки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и полусрежки обучающимся в зависимости от их способностей. Вать: - сопременные концепции, теории, законы и методы в области физики и перспективные концепции, тест защине чинь и перспективные концепции, тест защине современной науки; - значение и место дисципции физикоматематического цикла в общей картиче мира уметь: - способностью и получино - способностей, образовательных возможностей и полусрежки обучающимся в защине современной паражения развития современной науки; - значение и место дисципции физикоматематического цикла в общей картиче мира уметь: - способностью и получино				зависимости от		
ДЛІК — 12  Пороговый  Порова  Пороговый  Пороговый  Пороговый  Пороговый  Пороговый  Поровы  Порова  Порова  Поросы  Порос				их способностей,		
ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных завичиях. 2. Самостоятельная работа.  Пороговый  1. Работа на учебных завичиях. 2. Самостоятельная работа.  ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных завичиях. 2. Самостоятельная работа.  ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных завичиях. 2. Самостоятельная работа.  ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных завичиях. 2. Самостоятельная работа.  ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных завичиях возможностей и потребностей. Негории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перепективные чаправления развития современной науки; «значение и место дисципли фузикоматематического пикла в общей картине мира. Уметь: «эсно и логично				образовательных		
ДПК — 12 Пороговый 1. Работа на учебных возможностей и полдержки бобучающимся в зависимости от их способностью и полдержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и полдержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и полдержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и полдержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и полдержки обеговательных возможностей и полдержки образовательных возможностей и полдержки объеменный направления работы.  ДПК — 12 Пороговый 2. Самостоятельная работа.  В предметной образовательных возможностей и полдержки общенки, четории, законы и методы в довышие задание Тест защита курсовой науки; значение и место дисциплии физико-математического пикка в общей картице мира. Уметь: эясно и потично						
ДПК — 12 Пороговый 1. Работа на учебных возможностей и полдержки образовательных возможностей и потребностей.  2. Самостоятельная работа.  3. Набота на учебных заявтиях. 2. Самостоятельная работа.  41-60 конспекту Устные опросы домашие образовательные направления развития защита перепективные направления развития зачет с современной науки; значение и место дисциплин физико-математического щикла в общей картице мира. Уметь: чясно и лотично				потребностей, в		
ДПК — 12 Пороговый 1. Работа на учебных данятиях. 2. Самостоятельная работа.  Пороговый 1. Работа на учебных данятиях дележию области различных способов оказания адресной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.  Занятиях. 2. Самостоятельная работа.  Посещение, четовременные конепции, теории, законы и методы в области физики, математики и перепективные направления развития современной науки; "значение и место дисциплин физикоматематического пресы для в общей картице мира. Уметь: "ясно и потично" чето дисциплин физикоматематического математического ощенкой науки; "значение и место дисциплин физикоматематического математического математического математического ощенкой науки; "значение и место дисциплин физикоматематического математического математического ощенкой науки; "значение и место дисциплин физикоматематического математического математического ощенкой науки; "значение и место дисциплин физикоматематического математического ощенкой науки; "значение и место дисциплин физикоматематического ощенкой науки на предоставление и место дисциплин на предоставление и место дисциплин на предоставление и мес				_		
ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных ваянтиях. 2. Самостоятельная работа.  Пороговый  1. Работа на учебных возможностей и полдержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, образовательных возможностей и потребностей.  Занятиях. 2. Самостоятельная работа.  Пороговый  1. Работа на учебных возможности от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.  Запаты:  "современные концепции, тестрии, законы и информатики и информатики и перспективные информатики и перспективные укросной награвления развития современной науки; "значение и место дисциплии физикоматематического цикка в общей картице мира. Уметь: "ясно и лотично				_		
ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных данятиях. 2. Самостоятельная работа.  Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных концепци, аконы и методы в задание честоды в задание честоды в задание честоды в задание честоды в зачет с оценкой науки; значение и место дисциплин физико-математического ценкой науки; значение и место дисциплин физико-математического оценкой науки; значение и место дисциплин физико-математического оценкой науки; значение и место дисциплин физико-математического оценкой науки; значение и местоды в бышей картине мира. Уметь: чясно и лотично						
ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных зависимостной и поддержки обучающимся в зависимости образовательных возможностей и потребностей.  3. Самостоятельная работа.  1. Работа на учебных зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.  3. Натт.:  - способностей, образовательных возможностей и потребностей.  5. Самостоятельная работа.  1. Работа на учебных зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.  5. Самостоятельная работа.  1. Работа на учебных зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.  5. Самостоятельная работа.  1. Работа на учебных зависим сонцепции, концепции, концепции, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки;  1. Работа на учебных зависти устывае современные концепции на курсовой работы зациита современной науки;  1. Работа на учебных зависимости и потребностей.  1. Работа на учебных зависимости и потребностей.  1. Работа на учебных зависимости и потребностей.  1. Работа на учебных зависимости образоваться и потребностей.  1. Работа на учебных зависимости и потребностей.  1. Работа на учебных зависимости образоваться и потребностей.  1. Работа на учебных зависим				_		
ДПК — 12 Пороговый Порого				_		
Владеть: - способностью и опытом применения в предметной области различных способов оказания адресной помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей. Опросы потребностей. Опро						
ДПК — 12 Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 4. Современные конспект устывые поражини и методы в области и информатики и информатики и перспективные направления развития современной науки; вначение и мето дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: экено и логично						
ДПК — 12 Пороговый  1. Работа на учебных возможностей и поддержки образовательных возможностей и потребностей.  2. Самостоятельная работа.  3. Знать:  3. Знать:  4. Современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и перспективные направления развития современной науки; значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: ясно и логично						
ДПК — 12 Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  ДПК — 12 Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  Пороговый педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.  Знать:  «современные концепци, теории, законы и методы в области физики, математики и перспективные направления развития современной науки; "значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь:  "ясно и логично  "Посещение, конспект Устные опросы задание Тест Защита курсовой работы Защита курсовой науки; "значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь:  "ясно и логично						
ДПК — 12  Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  Пороговый не потребностей и потребн						
ДПК — 12 Пороговый 1. Работа на учебных занитиях. 2. Самостоятельная работа. В области физики, математики и перспективные направления развития современной науки; •значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично				_		
ДПК — 12 Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  Посещение, консепкт устные споросы домашнее задание тест и информатики и перспективные направления развития современной науки; значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: ясно и логично						
ДПК — 12 Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа. Посещение, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; •значение и место дисциплин физико-математического пикла в общей картиче мира. Уметь: •ясно и логично						
ДПК – 12 Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа. 2. Самостоятельная работа. 41-60 конспект устые области физики, математики и перспективные направления развития современной науки; •значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картиче мира. Уметь: •ясно и логично						
ДПК — 12 Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа. 2. Самостоятельная работа. В области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; *значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично						
Педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.  ДПК – 12 Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  **Cовременные концепци, теории, законы и методы в области физики и перспективные направления развития и перспективные направления развития современной науки; *значение и место дисциллин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: эясно и логично  **Record дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: эясно и логично  **Record дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: эясно и логично  **Record дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: эясно и логично  **Record дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: эясно и логично  **Record дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: эясно и логично  **Record дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: эясно и логично  **Record дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: эясно и логично  **Record дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: эясно и логично						
ДПК — 12 Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  В области физики и перспективные направления развития современной науки; •значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично  В помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.  В пороговый 1. Работа на учебных возможностей и потребностей.  • Современные конспект Устные опросы домашнее области физики, математики и перспективные направления работы Зачет с современной науки;  • значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Уметь:  • ясно и логично				_		
ДПК — 12 Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  2. Самостоятельная работа.  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  3. Нать: «современные конспект Устые опросы домашнее области физики, математики и перспективные направления дащита курсовой науки; «значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: «ясно и логично						
ДПК — 12 Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа. Современные концепции, теории, законы и информатики и перспективные направления развития современной науки; "эначение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: "ясно и логично						
ДПК — 12 Пороговый   1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.   1. Работа на учебных занятиях (работа)   1. Работа на учебных занятиях (работа)   2. Самостоятельная работа.   3нать: «современные конспект устные опросы домашнее задание теории, законы и информатики и перспективные направления развития современной науки; «значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: «ясно и логично   3лависилствия и поросы домашнее задание тест защита курсовой работы зачет с современной науки; «значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: «ясно и логично   41-60 конспект устные опросы домашнее задание тест защита курсовой работы зачет с современной науки; «значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: «ясно и логично   41-60 конспект устные опросы домашнее задание тест защита курсовой работы зачет с современной науки; «значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: «ясно и логично   41-60 конспект устные опросы домашнее задание тест защита курсовой работы зачет с опременной науки; «значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: «ясно и логично   41-60 конспект устные опросы домашнее задание тест защита курсовой работы зачет с опременной науки; «значение и место дисциплин физикоматематического дикла в общей картине мира. Уметь: «ясно и логично   41-60 конспект устные мора и премененной на потработы дисциплина на потработы на потработы дисциплина на потраб						
ДПК — 12 Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа. 2. Самостоятельная работа. 3нать: концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и перспективные направления развития современной науки; •значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично				обучающимся в		
ДПК — 12 Пороговый 1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  1. Работа.  3нать: •современные конспект устные области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; •значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично  образовательных возможностей и потребностей.  3нать: •современные конспект устные опросы домашнее задание Тест Защита курсовой науки; •значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично				зависимости от		
ДПК — 12				их способностей,		
ДПК – 12				образовательных		
Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  2. Самостоятельная работа.  3. Нать:				возможностей и		
Пороговый  1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.  2. Самостоятельная работа.  3. Нать:				потребностей.		
2. Самостоятельная работа.  •современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и перспективные направления развития зачет с современной науки; •значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично	ДПК – 12	Пороговый	1. Работа на учебных	Знать:	Посещение,	41-60
2. Самостоятельная работа.  концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки;  значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь:  эясно и логично			•			
теории, законы и методы в области физики, математики и перспективные направления развития современной науки;  • значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: • ясно и логично				_		
методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития зачет с современной науки; •значение иместо дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично						
области физики, математики и перспективные направления работы развития зачет с современной науки;  •значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Уметь:  •ясно и логично			раоота.	_	_	
математики и информатики и перспективные курсовой направления работы развития Зачет с современной науки;  •значение и место дисциплин физикоматематического цикла в общей картине мира. Уметь:  •ясно и логично						
информатики и перспективные курсовой работы развития Зачет с современной науки;  •значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Уметь:  •ясно и логично				_		
перспективные курсовой работы развития Зачет с современной науки; • значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Уметь: • ясно и логично						
направления работы  развития Зачет с  современной науки;  •значение и  место дисциплин физико- математического цикла в общей картине мира. Уметь:  •ясно и логично				* *		
развития Зачет с современной науки; •значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично				-		
современной науки;  •значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично				_		
науки;  •значение и место дисциплин физико- математического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично				_		
•значение и место дисциплин физико- математического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично					оценкои	
место дисциплин физико- математического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично						
физико- математического цикла в общей картине мира. Уметь:						
математического цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично						
цикла в общей картине мира. Уметь: •ясно и логично				_		
картине мира. Уметь: •ясно и логично						
Уметь: •ясно и логично						
•ясно и логично						
излагать				•ясно и логично		
				излагать		

	T	<u></u>	T	T	
			полученные		
			базовые знания;		
			•демонстрироват		
			ь понимание		
			общей		
			структуры		
			дисциплин		
			физико-		
			математического		
			цикла и		
			взаимосвязи их с		
			другими		
			дисциплинами		
			•строить модели		
			реальных		
			объектов или		
			процессов;		
			•профессиональн		
			о решать задачи,		
			связанные с		
			предметной		
			областью, с		
			учетом		
			современных		
			достижений		
			науки;		
			•применять		
			информационно-		
			коммуникационн		
			ые технологии		
			для		
			эффективного		
			решения		
			научных и		
			прикладных		
			задач, связанных		
			с предметной		
			областью.		
		1.0.5			61.460
	Продвинутый	1. Работа на учебных	Знать:	Посещение,	61-100
		занятиях (лекции,	•современные	конспект	
		практические	концепции,	Устные	
		занятия.)	теории, законы и	опросы	
		Темы 1-8	методы в	домашнее	
		2.Домашние задания	области физики,	задание	
		(тренировочные	математики и	Тест	
		упражнения, задачи,	информатики и	Защита	
		изучение	перспективные	курсовой	
		теоретического	направления	работы	
			-	Зачет с	
		материала)	развития		
		Темы 1-8	современной	оценкой	
			науки;		
Ī	Ī		•значение и		
			место дисциплин		
			место дисциплин физико-		
			физико- математического		
			физико-		

умств:	
иллагать полученные базовые знания;  •демонстрироват ь поимание общей  структуры диеципин физико- математического  пикла и взаимосвязи их с  другими  диециплинами  •строить модели  реальных объектов или  процессов;  «профессиональн  о решать задачи,  связаниме  е предметной  областью, с  учетом  современных  достижений  науки;  «применять  информационно-  коммуникационные  и технологии  для  дфективного  решения  научных  прикладых  задач, связанных  с предметной  областью.  Владеть:  •способностью к  потическому  рассуждению;  «моделирование  м для  построения  объектов и  процессов,  определения или  предкладых  задач, связанных  с предметной  областью.  Владеть:  •способностью к  потическому  рассуждению;  «моделирование  м для  построения  объектов и  процессов,  определения или  предкладным  предкладным  предкладным  предкладным  построения  объектов и  процессов,  определения или  предкладным  п	Уметь:
полученные базовые знания;  "демонстрироват в понимание общей структуры дисциплин физикоматематического цикла и взяимосвязи их с другими дисциплинами «тороить модели реальных объектов или процессов, «профессиональн о репать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; «применять информационно-коммуникациюн ые технологии для эффективного решения научных и прикладиых задач, связанных с предметной областью. В задач, связанные обреженных достижений науки; «применять информационно-коммуникациюн ые технологии для эффективного решения научных и прикладиых задач, связанных с предметной областью. В задеть: «пособностью к логическому рассуждению, «моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предессов, определения или предессов, определения или предессов, определения их свойств; «кладеет основными методами решеняя задач,	•ясно и логично
базовые знания; -демовыстрироват ь поизмание общей структуры дисциплин физико- магематического щикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами «торонъ модели решьных объектов или процессов; «профессиональн о решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; «применять информационно- коммуникационн ые технологии для зфективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Взадеть способностью к логическому рассуждению; «моделирование м для построения построения объектов и пропессов, определения или предсхавания их свойств; «владеет ословными методами решевныя их свойств; «владеет ословными методами решевныя задач, вязадач, связанея их свойств; «владеет ословными методами решевныя их свойств; «владеет ословными методами решевныя задач,	излагать
базовые знания; -демовыстрироват ь поизмание общей структуры дисциплин физико- магематического щикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами «торонъ модели решьных объектов или процессов; «профессиональн о решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; «применять информационно- коммуникационн ые технологии для зфективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Взадеть способностью к логическому рассуждению; «моделирование м для построения построения объектов и пропессов, определения или предсхавания их свойств; «владеет ословными методами решевныя их свойств; «владеет ословными методами решевныя задач, вязадач, связанея их свойств; «владеет ословными методами решевныя их свойств; «владеет ословными методами решевныя задач,	полученные
• демонстрироват  в поимание общей структуры дисциплин физико- матемантического шикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами «тороить модели реальных объектов или процессов; • профессиональн о решить задачи, связаниые с предметной областью, с учетом современных достижений науки; • применть информационно- коммуникациони мет технологии для эффективного решения научных и примедацых задач, связанных с предметной областью, в радеть  областью, в радеть  областью владеть  областью	
в поизмание общей структуры дисциплин фрико- магематического пикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами «строить модели реальных объектов пии процессов; «профессиональн о решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; «применять информационных объектов пи применять информационных объектов диля зффективного репения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Влацеть: «способностью к логическому рассужденню; «моделирование м для процессов, определения или предсказания их свойств; владеет ословными методами репения их свойств; владеет ословными методами репения их свойств; владеет ословными методами репения задач,	
общей структуры дисциплин физикомагематического щикла и изаимоевязи их с другими дисциплинами «торойть модели реальных объектов или процессов; «профессиональн о решать задачи, с вязанные с предметной областью, с учетом сопременных достижений науки; «применять ииформационно-коммуникационн ые технологии для эффективного решеняя научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. В задеть: «пособностью к догическому рассужденно; «моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсехвания их свойств; «задач, связанных объектов и процессов, определения или предсехвания их свойств; «задачетной объектов и процессов, определения или предсехвания их свойств; «задачет основными методами	
структуры дисциплин физико- математического пикла и ваяимосвязи их с другими длециплинами  «строить модели реальных объектов или процессов;  «профессиональи о решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;  «применять ниформационных достижений науки;  «применять ниформационных технологии для ветехнологии для ветехнологии для ветехнологии для ветехнологии для ветехнологии для прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть:  «способностью к логическому рассуждению;  моделирование м для построения объектов и процессов, определення или предсказании их свойств;  владеет основными методами решения задач, владеч, связанных с средження или предсказание и процессов, определення или предсказания их свойств;  владеет основными методами решения задач, владеч,  владеет основными методами решения задач,	
дисциплин физико- математического цикла и вазамосвязи их с другими дисциплинами «строить модели реальных объектов или процессов; профессионально о решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом сопременных достижений науки; применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения дадач, связанных с предметной областью. В падеть: способностью к логическому рассуждению; моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предскавание их свойств; выдест основными методами решения задач, в	
физикоматематического цикла и ваянмоевязи их с другими днециплинами «строить модели реальных объектов или процессов; профессиональн о решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; применять информационно-коммуникациони ыс технологии для эффективного решения задач, связанных с предметной областью. В дадач, связанных и прикладиых задач, связанных с с предметной областью. В дадеть: «способностью к догическому рассуждению; моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; в дадеет основными методами решения задач, в зад	
математического цикла и вазимосвязи их с другими дисциплинами «строить модели реальных объектов или процессов; «профессиональн о решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; «применать информационно- коммуникационн ые технологии для эффективного решения научих и прикладных задач, связанных с предметной областью, в Владеть: «способностью к логическому рассуждению; «моделирование м для построения объектов и процессов, опредления или преджазания их свойств; чваладет основными методами решения задач,	
пикла и взаимосвяй их с другими дисциплинами остроить модели реальных объектов или процессов; профессиональное предметной областью, с учетом современных достижений науки; применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладиых задач, связанных с предметной областью. Владеть: епособностью к логическому рассуждению; моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; въздест основными методами решения задач, и процессов, определения их свойств; въздест основными методами решения задач, и предеказания их свойств; въздест основными методами решения задач,	
взаимосвязи их с другими дисциплинами «строить модели реальных объектов или процессов; предметной областью, с учетом современных достижений науки; применять информационно коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: послобностью к логическому рассуждению; предметной областью. Владеть: предметной областью. Владеть: предметной областью. Владеть: облесобностью к логическому рассуждению; молделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; прадметной областью.	
другими дисциплиами	
дисциплинами  «торонть модели реальных объектов или процессов;  профессиональн о решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть:  «пособностью к догическому рассуждению; моделирование м для построения объектов и процессов, опредлесния или предсказания их свойств;  «падест сосповными методами решеными методами решеными методами решеными методами решеными задач,	взаимосвязи их с
•строить модели реальных объектов или процессов;  •профессиональн о решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;  •применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть:  •способностью к логическому рассужденню;  •моделирование м для простроения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;  •владест осповными методами решеными методами решеными методами решеными методами решеными задач,	другими
реальных объектов или процессов;  профессовнать орешать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;  применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть:  построения объектов и для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;  владеет основными методами решения их свойств;  владеет основными методами решения задач,	дисциплинами
реальных объектов или процессов;  профессовнать орешать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;  применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть:  построения объектов и для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;  владеет основными методами решения их свойств;  владеет основными методами решения задач,	•строить модели
объектов или процессов;  процессовальное решать задачи,  связанные с предметной областью, с  учетом современных  достижений  науки;  применять  информационно-  коммуникационные технологии  для  эффективного  решения  научных и  прикладных  задач, связанных  с предметной  областью.  Владеть:  способностью к  догическому  рассуждению;  моделирование  м для  построения  объектов и  процессов,  определения или  предсказания их  свойств;  владеет  основными  методами  решения задач,  решения задач,	
процессов; «профессиональн о решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; «применять информационно- коммуникационн ые технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: «способностью к логическому рассуждению; «моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; «владеет основными методами решения задач,	
•профессиональн о решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; •применять информационно- коммуникационн ые технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •модслирование м для построения объектов и процессов, определения или предказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
о решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; •применять информационно-коммуникационн ые технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моденирование м для процессов, определения их свойств; •владеет основными методами решения задач, в	
связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; •применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
предметной областью, с учетом современных достижений науки; применять информационнокоммуникационн ыс технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
областью, с учетом современных достижений науки; •применять информационно- коммуникационн ые технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
учетом современных достижений науки; применять информационно-коммуникационн ые технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: "способностью к логическому рассуждению; "моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; "владеет основными методами решения задач,	
современных достижений науки;	
достижений науки; •применять информационно- коммуникационн ые технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, опредления или предсказания их свойств; •впадеет основными методами решения задач,	
науки;  «применять информационно- коммуникационн ые технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть:  «способностью к логическому рассуждению; «моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; «владеет основными методами решения задач,	
•применять информационно- коммуникационн ые технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
информационно- коммуникационн ые технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
коммуникационн ые технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
ые технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	информационно-
для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и пропессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	коммуникационн
эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	ые технологии
решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	для
решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	эффективного
научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть:  • способностью к логическому рассуждению;  • моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;  • владеет основными методами решения задач,	
задач, связанных с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
с предметной областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
областью. Владеть: •способностью к логическому рассуждению; •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
Владеть:	
•способностью к логическому рассуждению;  •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;  •владеет основными методами решения задач,	
логическому рассуждению;  •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;  •владеет основными методами решения задач,	
рассуждению;  •моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
•моделирование м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
м для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
процессов, определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	объектов и
определения или предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
предсказания их свойств; •владеет основными методами решения задач,	
свойств; •владеет основными методами решения задач,	
•владеет основными методами решения задач,	
основными методами решения задач,	
методами решения задач,	
решения задач,	
сформулированн	
	сформулированн

	ыми в рамках	
	предметных	
	областей.	1

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 6 семестр

# <u>Примерные задания к текущему контролю по курсу Избранные вопросы геометрии</u> (контрольная работа)

#### Два варианта

1. Пусть  $\frac{Y}{T}$  – множество натуральных чисел.

Приведите на  $\frac{\Psi}{2}$  примеры 1-местных отношений (для варианта 1), 2-местных отношений (для варианта 2), 3-местных отношений (для обоих вариантов).

2. Пусть Р-(АВС.) - множество точек плоскости, Г-(АВС..) - множество прямых этой плоскости.

Приведите на P и L примеры 1-местных отношений (для варианта 1), 2-местных отношений (для варианта 2), 3-местных отношений (для обоих вариантов).

- 3. Приведите примеры отношений, порожденных отображениями, данных множеств (*для обоих вариантов*).
- 4. Рассмотрите другие множества и выполните для них заданя 1-3 (для обоих вариантов)...
- 5. Аксиомы. Структуры на множествах. Базы структур.

#### Задание: рассмотрите на примерах:

- 1) (для варианта 1) структура векторного пространства над полем действительных чисел; структура векторного п-мерного пространства над полем действительных чисел; структура векторного евклидова пространства над полем действительных чисел;
- 2) (для варианта 2) структура точечно-векторного п-мерного аффинного пространства над полем действительных чисел;
- структура точечно-векторного п-мерного евклидова пространства над полем действительных чисел.
- 6. Свойства систем аксиом: непротиворечивость, независимость и полнота. Как проверить эти свойства для системы аксиом?

#### Задание: доказательство непротиворечивости

1) ( $\partial$ ля варианта 1) системы аксиом векторного пространства над полем действительных чисел;

системы аксиом векторного п-мерного пространства над полем действительных чисел; системы аксиом векторного евклидова пространства над полем действительных чисел;

- 2) (для варианта 2) системы аксиом точечно-векторного п-мерного аффинного пространства над полем действительных чисел;
- системы аксиом точечно-векторного п-мерного евклидова пространства над полем действительных чисел;
- 3) (для обоих вариантов) аксиом принадлежности из системы аксиом Гильберта 3-мерного евклидова пространства.

#### Задание: доказательство независимости

- 1) (*для варианта* 1) аксиом размерности для системы аксиом векторного п-мерного пространства над полем действительных чисел;
- 2) (для варианта 2) аксиом принадлежности для системы аксиом точечно-векторного пмерного евклидова пространства над полем действительных чисел.

#### Задание: доказательство полноты

- 1) (для варианта 1) системы аксиом Д. Гильберта 3-мерного евклидова пространства и
- 2) (для варианта 2) системы аксиом Вейля п-мерного евклидова пространства.
- 7. Эквивалентные аксиомы, эквивалентные группы аксиом, эквивалентные системы аксиом. *Задание*:
- 1) (для варианта 1) примеры эквивалентных аксиом,
- 2) (для обоих вариантов) примеры эквивалентных групп аксиом (подробно об аксиомах движения),
- 3) (для варианта 2) примеры эквивалентных систем аксиом.
- 8. Сравнительный анализ систем аксиом Гильберта и Вейля евклидовой геометрии (*для обоих вариантов*).
- 9. Сравнительный анализ школьных систем аксиом по различным учебникам (*для обоих вариантов*).

#### Примерные задания к зачету с оценкой по курсу Избранные вопросы геометрии

- 1. Доказательства непротиворечивости систем аксиом векторного пространства, п-мерного векторного пространства, евклидова векторного пространства, аффинного пространства, евклидова аффинного пространства.
- 2. Найти ошибку в доказательстве.
- 3. Система аксиом Д. Гильберта евклидовой геометрии и ее непротиворечивость. Доказательства некоторых теорем.
- 4. Доказательства некоторых теорем евклидовой геометрии с использованием аксиоматики Д. Гильберта.
- 5. Доказательства некоторых теорем евклидовой геометрии с использованием аксиоматики Г. Вейля.
- 6. Доказательства непротиворечивости систем аксиом геометрии Лобачевского
- 7. Доказательства некоторых теорем геометрии Лобачевского в схеме Д. Гильберта и в схеме Г.Вейля.
- 8. Доказательство эквивалентности или неэквивалентности фигур относительно различных групп преобразований.
- 9. Вычисление расстояний в различных метриках на плоскости.

#### Примерные темы курсовых работ по курсу Избранные вопросы геометрии

- 1. Развитие геометрии до Евклида и "Начала" Евклида.
- 2. "Начала" Евклида, их значение для геометрии.
- **3.** Попытки доказательства пятого постулата Проклом, О. Хайямом, Валлисом, Д. Саккери, И. Ламбертом, А. Лежандром.
- 4. Открытие неевклидовой геометрии Н. И. Лобачевским, К. Ф. Гауссом, Я. Бояи.
- **5.** Работы по обоснованию неевклидовой геометрии (поиск интерпретаций) Э. Бельтрами, Ф. Клейна, А. Пуанкаре и др.
- 6. Пополнение системы аксиом Евклида М. Пашем и Д. Гильбертом.
- 7. Пространства постоянной кривизны. Геометрии Евклида, Лобачевского и Римана (в узком смысле) как римановы геометрии.
- **8.** Метрический подход к геометрии и специальная теория относительности (СТО). Некоторые факты из СТО.
- **9.** Системы аксиом школьного курса геометрии (Погорелова, Колмогорова, Атанасяна и др.). Их сравнительная характеристика.

#### Примерные теоретические вопросы к зачету с оценкой за 6 семестр

- 1. Отношения на множествах. Аксиомы. Структуры на множествах. Базы структур.
- 2. Свойства систем аксиом: непротиворечивость, независимость и полнота.
- 3. Эквивалентные аксиомы, группы аксиом, системы аксиом.
- 4. Система аксиом Д. Гильберта евклидовой геометрии.
- 5. Система аксиом Вейля евклидовой геометрии.
- **6.** Групповой подход к геометрии. "Эрлангенская программа" Ф. Клейна. Примеры различных групп преобразований и соответствующих им геометрий. Классификация фигур относительно групп преобразований.
- 7. Метрический подход к геометрии. Геометрические идеи Римана.
- 8. Гиперболическая, евклидова и эллиптическая геометрии и их формы.
- 9. Обоснование евклидовой геометрии Д. Гильбертом.
- **10.** Доказательство непротиворечивости, независимости и полноты системы аксиом Д. Гильберта.
- 11. Аксиомы конгруэнтности и аксиомы движения.
- **12.** Построение геометрии по Д. Гильберту. Доказательство некоторых теорем евклидовой геометрии.
- 13. Обоснование евклидовой геометрии Вейлем.
- **14.** Доказательство непротиворечивости, независимости и полноты системы аксиом Вейля.
- **15.** Построение геометрии по Вейлю. Доказательство некоторых теорем евклидовой геометрии.
- **16.** Системы аксиом школьного курса геометрии (Погорелова, Колмогорова, Атанасяна и др.). Их сравнительная характеристика.
- **17.** Аксиомы "плоской" геометрии Лобачевского, непротиворечивость, независимость и полнота.
- 18. Параллельность прямых в геометрии Лобачевского.
- 19. Некоторые замечательные факты геометрии Лобачевского.
- **20.** Аксиомы "плоской" эллиптической геометрии, их непротиворечивость, независимость и полнота.
- 21. Связь эллиптической и проективной геометрий. Сферическая геометрия.
- 22. Некоторые замечательные факты эллиптической геометрии.
- 23. Понятие о величине.
- 24. Вычисление длин, площадей и объемов в аксиоматике Д.Гильберта евклидовой геометрии. Теоремы существования и единственности.
- 25. Вычисление длин, площадей и объемов в аксиоматике Вейля евклидовой геометрии. Теоремы существования и единственности.

#### 7 семестр

#### Примерные задания к текущему контролю в 7 семестре

# <u>Примерные тесты по курсу Избранные вопросы геометрии (можно использовать для</u> контрольной работы – тогда писать полные решения)

#### **Вариант ab** (Цифра n равна сумме a+b).

1. Кривая задана параметрически на евклидовой плоскости:

$$r(t) = \{a \text{ Sin } 2bt, a \text{ Cos } 2bt\}, a, b \in \mathbb{Z}, t \in \mathbb{R}, t \geq 0.$$

- 1) В точке  $to=(2n\pi)/2$ , где  $n \in \mathbb{Z}$ , найти касательный и нормальный векторы кривой:
- a)  $r'(to) = \{2ab, 0\}, n(to) = \{0, 2ab\},\$

- b)  $r'(to) = \{0, 2ab\}, n(to) = \{2ab, 0\},\$
- c)  $r'(to) = \{2ab, 2ab\}, n(to) = \{-2ab, 2ab\}.$
- 2) Найти длину кривой от t = 0 до  $t = 2\pi$ :
- a)  $2\pi b$ , b)  $4\pi/ab/$ , c)  $2\pi a$ .
- 3) Выразить параметр t через натуральный параметр s кривой:
- a) t = 2ab s, b) t = 2ab / s, c) t = s / 2/ab/.
- 4) Найти кривизну кривой в точке  $to = \pi/2$ :
- a) a, b) 1/a, c) b.
- 2. Кривая задана параметрически в трехмерном евклидовом пространстве:

$$r(t) = \{at, b \ ln \ t, t \}, a, b \in \mathbb{Z}, t \in \Re, t > 0.$$

- 1) В точке to=n, где  $n \in \mathbb{Z}$ , найти векторы касательный, бинормали и главной нормали кривой:
- a)  $r'(to) = \{a, b/n, 1\}, b(to) = \{0, -b/n^2, 0\}, n(to) = \{b/n^2, 0, -ab/n^2\},$
- b)  $r'(to) = \{n, bt, 1\}, b(to) = \{b/n^2, 0, -ab/n^2\}, n(to) = \{ab^2/n^3, -b/n^2 ba^2/n^2, b^2/n^3\},$
- c)  $r'(to) = \{a, b/n, 1\}, b(to) = \{b/n^2, 0, -ab/n^2\}, n(to) = \{ab^2/n^3, -b/n^2 ba^2/n^2, b^2/n^3\}.$

Написать уравнения спрямляющей, нормальной и соприкасающейся плоскостей кривой в данной точке.

- 2) Найти кривизну k и кручение  $\acute{e}$  кривой в точке to=1:
- a) k = 0,  $\alpha = ab$ ,
- b)  $k = \frac{b}{\sqrt{1 + 2\sqrt{2 + 2 + 3}}}$ ,  $\dot{\alpha} = 0$ ,
- c)  $k = \mathcal{B} + \mathcal{B} + \mathcal{B} + \mathcal{B} + \mathcal{B} + \mathcal{A} = 0$ .
- 3. В трехмерном евклидовом пространстве задана сфера

$$r(\theta, \varphi) = \{R \sin\theta \cos\varphi, R \sin\theta \sin\varphi, R \cos\theta\}.$$

- 1) Найти нормальный вектор поверхности  $npu\ \theta = \pi/2,\ \varphi = \pi/2$ :
- a)  $n = \{0, 0, 0\}$ , b)  $n = \{0, a^2, 0\}$ , c)  $n = \{a, 0, a\}$ .

Написать уравнения нормали и касательной плоскости к сфере в данной точке.

- 2) Найти среднюю и полную (гауссову) кривизны сферы:
- a) H = 1/R,  $K = 1/R^2$ , b) H = 2/R,  $K = -1/R^2$ , c) H = R,  $K = 1/R^2$ .

### Примерные задания к зачету с оценкой по курсу Избранные вопросы геометрии

Кривая на плоскости задана параметрически радиус-вектором

$$\vec{r}(t) = \{a \cos t, b \sin t\}, a, b \in \mathbb{Z}, t \in [0, 2\pi].$$

Задать ее в виде графика функции или неявно. Выяснить расположение кривой на плоскости и нарисовать ее.

Кривая на плоскости задана параметрически

1) 
$$t \in R$$

2) 
$$t \in \mathbb{R}_{+}$$

3) 
$$x = \frac{1}{t} x^{-1} \text{ Inpu } t \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

4) 
$$t \in [0,2\pi]$$

Задать ее в виде графика функции или неявно. Выяснить расположение кривой на плоскости и нарисовать ее.

Кривая в пространстве задана радиус-вектором

 $\vec{r}(t)=\{a \ Cos \ t, \ a \ Sin \ t, \ bt\}, \ a, \ b \in Z, \ a, \ b>0, \ t \ge 0.$ 

Выяснить расположение кривой в пространстве и по возможности нарисовать ее.

Показать, что кривая лежит на сфере.

Кривая на плоскости задана радиус-вектором

$$\vec{r}(t) = \{at \ Cos \ t, \ bt \ Sin \ t\}, \ a, \ b \in Z, \ t \in [0,2\pi].$$

Написать уравнения касательной и нормали при  $t_0 = \frac{\pi}{2}$ .

Кривая на плоскости задана параметрически

6. 1) 
$$t_0 = 2$$
;

2) 
$$t_0 = 2$$

3) 
$$t_0 = 1$$
;

4) 
$$t_0 = \frac{\pi}{4}$$
.

Написать уравнения касательной и нормали при  $t=t_0$  .

**7.** Кривая задана неявно:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Написать уравнения касательной и нормали при x=2 x=6.

Кривая задана графиком функции у - Кривая задана графиком функции

**8.** Написать уравнения касательной и нормали при  $x_0 = 2$ .

Найти угол между кривыми в точке их пересечения:

1) 
$$y = ax^2 \text{ M } y = \frac{k}{x}$$
,

2) 
$$y = a^x \sin x_H y = a^x$$
.

Напишите уравнение касательной прямой и нормальной плоскости кривой  $\gamma$ , заданной **10.** Параметрически в трехмерном пространстве, при  $t=t_0$ . Определите класс гладкости кривой.

Кривая задана как пересечение двух поверхностей:







Написать уравнения касательной и нормальной плоскости к кривой точке (% % %). Найти векторы канонического репера кривой

12.



в начале координат.

Кривая задана параметрическими уравнениями

13.



Написать уравнение касательной прямой, нормальной плоскости, бинормали, главной нормали, соприкасающейся и спрямляющей плоскости в точке  $t=\frac{\pi}{4}$ .

Даны параметрические уравнения кривой на плоскости или в пространстве. Найти **15**кую-нибудь кривую, имеющую с данной кривой в данной точке касание 1, 2, 3 порядка. На плоскости рассмотреть кривые

1) Represented to 
$$t = \frac{3\pi}{2}$$
,

2) 
$$\xrightarrow{1}_{B \text{ TOUKe}} (0, 2),$$

3) 
$$y = f(x)_{B \text{ TOUKE}} (x_0, y_0)$$
.

Найти длину астроиды

16.



Найти длину замкнутой кривой

17.



Даны параметрические уравнения винтовой линии

Записать кривую через натуральный параметр s. Выяснить длину вектора r''(s) и направление вектора r'''(s).

Даны параметрические уравнения кривой



- 1) Записать кривую через натуральный параметр s.
- 2) Найти векторы скорости, главной нормали и бинормали, выраженные через натуральный параметр.
- 3) Найти кривизну и кручение кривой, используя натуральный параметр.
- 4) Найти кривизну и кручение кривой, используя вычислительные формулы для их нахождения.

Определить расположение и вид координатных линий на поверхности

- $(0,2\pi]$ , конуса  $(0,2\pi]$ ,
- 2) цилиндра  $\vec{r}(\varphi, z) = \{R Cos \varphi, R Sin \varphi, z\},$
- 3) сферы  $\vec{r}(\theta, \varphi) = \{R Sin\theta Cos\varphi, R Sin\theta Sin\varphi, R Cos\theta\},$

4) катеноида  $\vec{r}(u, \varphi) = \{R \ Ch \ u \ Cos \varphi, R \ Ch \ u \ Sin \varphi, R \ u\},$ 5) геликоида  $\vec{r}(u, v) = \{u \ Cos \ v, u \ Sin \ v, k \ v\}.$ Написать уравнения касательной и нормали в данной точке для поверхности 21. 1) конуса  $\phi = 0.2\pi$ , где  $\phi = 0.2\pi$ , в точке  $\phi = 5$ 2) цилиндра  $\vec{r}(\varphi, z) = \{R \cos \varphi, R \sin \varphi, z\}$ , где  $\varphi = [0,2\pi]$ , в точке  $(z, \varphi) = [2\pi]$ , 3) сферы  $\vec{r}(\theta, \varphi) = \{R \ Sin\theta \ Cos\varphi \ , \ R \ Sin\theta \ Sin\varphi \ , \ R \ Cos\theta \}$ , где  $\varphi = [\Omega,2\pi]$ ,  $\theta = [\Omega,\pi]$ , в точке (ВВ (ПП) 4) катеноида  $\vec{r}(u, \varphi) = \{R \ Ch \ u \ Cos \varphi \ , R \ Ch \ u \ Sin \varphi \ , R \ u\}$ , где  $\varphi = [\Omega, 2\pi]$ , в точке (160) = O\_7, 5) геликоида  $\vec{r}(u, v) = \{u \cos v, u \sin v, k v\}$  в точке (1514) Написать уравнения касательной и нормали в точке ( для сферы Написать уравнения касательной и нормали в точке  $x_0 = \sqrt{2p}$  для параболического цилиндра  $y = \frac{1}{2n}x^2$ . какую-нибудь поверхность, имеющую  $\varphi$  [Q2 $\pi$ ] в точке ( $\varphi$  (хасание 1, 2, 3) порядка. Найти гауссову и среднюю кривизны цилиндра  $\vec{r}(\varphi, z) = \{R \ Cos \varphi, R \ Sin \varphi, z\}$  в точке ( , используя первую и вторую квадратичные формы поверхности, а также используя главные нормальные кривизны поверхности.

# <u>Примерные теоретические вопросы к зачету с оценкой по курсу Избранные вопросы геометрии</u>

- 1. Векторные функции одной и нескольких переменных: свойства, дифференцирование, разложение в ряд Тейлора.
- 2. Кривые в евклидовом пространстве: элементарная кривая, простая кривая, общая кривая. Регулярная кривая класса  $C^{(K)}$ , гладкая кривая.
- 3. Различные способы задания плоских кривых: параметрическое, графиком функции, неявное.
- 4. Различные способы задания кривых в пространстве: параметрическое, как пересечение двух поверхностей.

- 5. Касание кривых. Касательная к кривой. Соприкасающаяся окружность. Угол между кривыми.
- 6. Касание кривой и поверхности. Соприкасающаяся плоскость. Соприкасающаяся сфера.
- 7. Кривые на плоскости: касательная, соприкасающаяся окружность. Нормаль к плоской кривой.
- 8. Кривые в пространстве: касательная, соприкасающаяся окружность. Нормальная, соприкасающаяся и спрямляющая плоскости. Главная нормаль и бинормаль. Соприкасающаяся сфера.
- 9. Длина кривой. Независимость длины кривой от параметра.
- 10. Натуральный параметр на кривой (естественная параметризация кривой). Векторы скорости и ускорения кривой, заданной через натуральный параметр.
- 11. Кривые на плоскости: кривизна и ее свойства. Формулы Френе на плоскости. Натуральные уравнения кривой.
- 12. Кривые в пространстве: кривизна, кручение и их свойства. Формулы Френе в пространстве. Натуральные уравнения кривой.
- 13. Понятие о вычислительных формулах для кривизны и кручения кривой.
- 14. Поверхности в евклидовом пространстве: элементарная поверхность, простая поверхность, общая поверхность. Регулярная поверхность класса  $C^{(K)}$ , гладкая поверхность.
- 15. Различные способы задания поверхностей: параметрическое, графиком функции, неявное.
- 16. Касательная плоскость к поверхности. Соприкасающийся параболоид к поверхности. Классификация точек поверхности.
- 17. Первая квадратичная форма поверхности в трехмерном евклидовом пространстве (индуцированная метрика на поверхности). Свойства первой квадратичной формы.
- 18. Использование первой квадратичной формы поверхности для вычисления длины кривой, лежащей на поверхности.
- 19. Использование первой квадратичной формы поверхности для вычисления угла между кривыми, лежащими на поверхности.
- 20. Использование первой квадратичной формы поверхности для вычисления площади области, лежащей на поверхности.
- 21. Понятие о второй и третьей квадратичных формах поверхности в трехмерном евклидовом пространстве.
- 22. Кривизна кривой, лежащей на поверхности. Нормальная кривизна поверхности в данном направлении.
- 23. Плоские и нормальные сечения поверхности, нормальные кривизны поверхности. Главные нормальные сечения поверхности, главные (нормальные) кривизны поверхности. Главные направления на поверхности.
- 24. Средняя и полная (гауссова) кривизны поверхности. Примеры поверхностей положительной, отрицательной и нулевой полной кривизны.
- 25. Понятие о вычислительных формулах для главных кривизн, средней и полной кривизнах поверхности.
- 26. Понятие о внутренней и внешней геометрии поверхности. Роль первой и второй квадратичных форм.
- 27. Нормальная и геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезические линии. Свойства геодезических.
- 28. Понятие о теореме Гаусса-Бонне и следствии из нее о сумме углов геодезического многоугольника, лежащего на поверхности.
- 29. Понятие о римановой метрике в пространстве и индуцированной римановой метрике на поверхности.

# 5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

# Процедура оценивания знаний и умений состоит из следующих составных элементов.

Основными формами текущего контроля являются проверка посещаемости, конспектов, работы студентов на занятиях, контрольной работы, зачеты в 7, 8 и 9 семестрах.

#### Требования к аттестации студентов

Процедура оценивания знаний и умений состоит из следующий составных элементов.

1. Учет посещаемости лекционных и практических занятий осуществляется по ведомости представленной ниже в форме таблицы.

<b>№</b> п/п	Фамилия И.О.		Посещение занятий					Итого %
		1	2	3	4		9	
1.								
2.								

2. Баллы выставляются в соответствии со следующей таблицей.

№	Фамилия	Сумма балл	тов, набранных	в семестре	Контрольная	Зачет с	Общее
$\Pi/\Pi$	И.О.	Посещение	Наличие	Устный и	работа	оценкой	число
		занятий	конспектов	письменный			баллов
				опрос			
		10	10	10	30	40	100
1.							
2.							

Оценка за зачет составляет 40 баллов. Экзаменационный билет и зачетное задание состоят из двух вопросов (по 20 баллов за ответ на каждый из двух вопросов). Допускается письменная сдача зачета.

При невыполнении контрольной работы (по 10 баллов за каждую часть) студент не допускается к зачету.

Баллы за контрольную работу, наличие конспектов и за работу на занятиях выставляются в зависимости от процентов от количества выполненных заданий, полного количества конспектов и общего количества занятий аналогично учету посещаемости.

Студент считается аттестованным, если он набрал за семестр 41-100 баллов.

3. Шкала оценок при 40-балльной системе за зачёт

Оценка п	о 5-бальной системе	Оценка по 40-бальной системе
5	Отлично	31-40
4	Хорошо	21-30
3	Удовлетворительно	11-20
2	Неудовлетворительно	0-10

Оценка "отлично" характеризует полное усвоение теоретического и практического

материала: студент владеет *всеми* понятиями курса, умеет доказать *все* теоремы из лекционного курса и решает *все* задачи и примеры из приведенных заданий.

Оценка "хорошо" характеризует основное усвоение теоретического и практического материала: студент владеет *всеми* понятиями курса, умеет доказать *основные* теоремы из лекционного курса и решает *основные* задачи и примеры из приведенных заданий.

Оценка "удовлетворительно" характеризует знание (*без доказательства*) *основных* теорем и формул курса, *основных* понятий и умение решать задачи, являющиеся обобщением задач *школьного курса* математики.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется студенту, если он *не знает* основных понятий, основных теорем и формул курса и *не умеет* решать задачи, являющиеся обобщением задач *школьного курса* математики.

#### Процедура оценивания курсовой работы

Оценка "отлично" 81-100 баллов ставится, если студент подробно разобрал теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы, овладел всеми понятиями, умеет доказывать все теоремы, задачи и примеры из своей курсовой работы, выступает на защите уверенно, отвечает подробно на поставленные вопросы.

Оценка "хорошо" 61-80 баллов ставится, если студент подробно разобрал теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы, практически овладел всеми понятиями, умеет доказывать практически все теоремы, задачи и примеры из своей курсовой работы, выступает на защите уверенно, отвечает на поставленные вопросы.

Оценка "удовлетворительно" 41-60 баллов ставится, если студент разобрал основной теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы, овладел большинством понятий, но не умеет доказывать большинство теорем, задач и примеров из своей курсовой работы, выступает на защите неуверенно, отвечает не на все поставленные вопросы.

Оценка "неудовлетворительно" до 40 баллов ставится, если студент не разобрал основной теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы, не овладел большинством понятий, не умеет доказывать теоремы, задачи и примеры из своей курсовой работы, выступает на защите неуверенно, не отвечает на поставленные вопросы.

# 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 6.1. Основная литература

- 1. **Атанасян, Л.С.** Геометрия : учеб.пособие для вузов в 2-х ч. ч.2 / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. 2-е изд.,стереотип. М. : Кнорус, 2015. 424с. Текст: непосредственный.
- 2. **Атанасян, Л.С.** Геометрия : учеб.пособие для вузов в 2-х ч. ч.1 / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. 2-е изд., стереотип. М. : Кнорус, 2015. 400с. Текст: непосредственный.

### 6.1. Дополнительная литература

- 1. Атанасян, С.Л. Сборник задач по геометрии, ч. 2 / С. Л. Атанасян, И.В.Шевелева, В.Г.Покровский М.: Эксмо, 2008. Текст: непосредственный.
- 2. Атанасян, С.Л. Геометрия 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский М.: Лаборатория знаний, 2017. 334 с. ISBN 978-5-

- 00101-452-2 URL: <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001014522.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001014522.html</a> (дата обращения: 26.07.2019). Режим доступа: для авториз. пользователей Электроннобиблиотечная система «Консультант студента». Текст : электронный.
- 3. Атанасян, С.Л. Геометрия 2 [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский, А.В. Ушаков ; под ред. С. Л. Атанасяна. М. : БИНОМ, 2015. <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328765.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328765.html</a>. (дата обращения: 26.07.2019). Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Консультант студента». Текст : электронный.
- 4. Будак, Б.А. Геометрия. Углубленный курс с решениями и указаниями [Электронный ресурс] /Б.А. Будак, Н.Д. Золотарёва, М.В. Федотов; под ред. М.В.Федотова. 3-е изд. М.: БИНОМ, 2015. 613с. Режим доступа: <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328949.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328949.html</a> (дата обращения: 26.07.2019). Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Консультант студента». Текст : электронный.
- 5. Ефимов, Н.В. Высшая геометрия: учеб.пособие для вузов / Н. В. Ефимов. 7-е изд. М.: Физматлит, 2003. 584с. Текст: непосредственный.
- 6. Клейн Ф. Высшая геометрия [Текст] / Ф. Клейн. 2-е изд. М.: УРСС, 2004. 400с.- Текст: непосредственный.
- 7. Клейн Ф. Неевклидова геометрия [Текст] / Ф. Клейн. 2-е изд. М. : УРСС, 2004. 360с.
- 8. Клейн, Ф. Элементарная математика [Текст]: лекции. ч.2: геометрия. 2-е изд. М. : Наука, 1987. 416с.
- 9. Прасолов, В.В. Геометрия [Текст] / В.В. Прасолов, В.М. Тихомиров, М.: МЦНМО, 2007.
- 10. Прасолов, В.В. Геометрия Лобачевского [Текст] / В.В. Прасолов М.: МЦНМО, 2000.
- 11. Прасолов В.В. Наглядная топология. М.: ТЕИС, МЦНМО, 1995.
- 1. Мищенко, А.С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии [Электронный ресурс] / Мищенко А. С, Фоменко А. Т. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922104420.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922104420.html</a>. (дата обращения: 29.07.2019). Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Консультант студента». Текст : электронный.

#### 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

- 1. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.
- 2. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лабораторных и практических занятий.

#### 8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ:

### Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows Microsoft Office Kaspersky Endpoint Security

## Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ Система «КонсультантПлюс»

### Профессиональные базы данных

fgosvo.ru pravo.gov.ru www.edu.ru

### 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.
- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;
- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: комплект учебной мебели, проектор, проекционная доска, персональный компьютер с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.