

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034b1679172805da5b7b539fcb9e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»**  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет  
Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,  
математического анализа и геометрии

Протокол от «9» февраля 2023 г., № 6

Зав. кафедрой Кондратьева Г.В. /Кондратьева Г.В./

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)

Алгебра и теория чисел

Направление подготовки (специальности) 44.03.05 Педагогическое образование

Профиль (программа подготовки, специализация) Математика и информатика

Мытищи  
2023

## Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

# 1.Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы<sup>1</sup>

| Код и наименование компетенции                                                                                                                        | Этапы формирования                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| УК – 1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач                | 1.Работа на учебных занятиях<br>2.Самостоятельная работа |
| ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач | 1.Работа на учебных занятиях<br>2.Самостоятельная работа |

# 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания<sup>2</sup>

| Оцениваемые компетенции | Уровень сформированности | Этапы формирования                                       | Описание показателей                                                                                                                                                                                      | Критерии оценивания                                        | Шкала оценивания                                                                              |
|-------------------------|--------------------------|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| УК-1                    | Пороговый                | 1.Работа на учебных занятиях<br>2.Самостоятельная работа | Знать основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций<br>Уметь осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий | Практические задания, вопросы для разбора (опрос), доклады | Шкала оценивания практического задания<br>Шкала оценивания опроса<br>Шкала оценивания доклада |
|                         | Продвинутый              | 1.Работа на учебных занятиях<br>2.Самостоятельная работа | Знать основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций<br>Уметь осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий | Практические задания, вопросы для разбора (опрос),         | Шкала оценивания практического задания<br>Шкала                                               |

<sup>1</sup> Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

<sup>2</sup> Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

|      |             |                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                             |                                                                                               |
|------|-------------|------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
|      |             |                                                            | Владеть методами критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода, способами разработки стратегии действий                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | доклады                                                     | оценивания опроса<br>Шкала оценивания доклада                                                 |
| ПК-1 | Пороговый   | 1. Работа на учебных занятиях<br>2. Самостоятельная работа | <p><i>Знать:</i> содержание профессиональных задач, знать как осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач</p> <p><i>Уметь:</i> пользоваться языком математики;</p> <p>вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий, логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения</p>                                                            | Практические задания, вопросы для разбора, (опрос), доклады | Шкала оценивания практического задания<br>Шкала оценивания опроса<br>Шкала оценивания доклада |
|      | Продвинутый | 1. Работа на учебных занятиях<br>2. Самостоятельная работа | <p><i>Знать:</i> содержание профессиональных задач, знать как осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач</p> <p><i>Уметь:</i> пользоваться языком математики;</p> <p>вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий, логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения, адаптировать результаты изучения понятий и фактов алгебры</p> | Практические задания, вопросы для разбора, (опрос), доклады | Шкала оценивания практического задания<br>Шкала оценивания опроса<br>Шкала оценивания доклада |

|  |  |  |                                                                                                                                                                                                   |  |  |
|--|--|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
|  |  |  | и теории чисел к школьному образовательному процессу                                                                                                                                              |  |  |
|  |  |  | <i>Владеть:</i> научным стилем изложения содержания, навыками поиска, сбора, систематизации и использования информации, методами и приемами устного и письменного изложения предметного материала |  |  |

#### **Шкала оценивания доклада.**

|          | Критерии                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4 балла  | Реферат по теме составлен самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы, презентация адекватно отражает содержание реферата                                                                                                                                                                                              |
| 3 балла  | реферат по теме составлен самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы, но нет презентации                                                                                                                                                                                                                              |
| 2 балла  | реферат по теме удовлетворяет требованиям на оценку в 3 баллов, но при этом допущены один–два недочета при освещении основного содержания темы, исправленные по замечанию преподавателя, или допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя, или в реферате может быть недостаточно полно развернута аргументация |
| 1 балл   | неполно, непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, или студент не может применить теорию в новой ситуации                            |
| 0 баллов | не раскрыто основное содержание учебного материала, обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких замечаний преподавателя                                                                                                                      |

#### **Шкала оценивания практического задания.**

| Показатель | Баллы |
|------------|-------|
|------------|-------|

|                             |      |
|-----------------------------|------|
| Выполнено до 40% заданий    | 1-3  |
| Выполнено 41-60% заданий    | 4-5  |
| Выполнено 61-80% заданий    | 6-7  |
| Выполнено более 81% заданий | 8-10 |

### **Шкала оценивания устного опроса.**

| Критерий оценивания                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Баллы |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Материал изложен последовательно и грамотно, сделаны необходимые обобщения и выводы                                                                                                                                                                                                                                                           | 5     |
| Материал изложен последовательно и грамотно, сделаны необходимые обобщения и выводы, но допущены несущественные неточности, исправленные самим студентом.                                                                                                                                                                                     | 4     |
| Материал изложен неполно, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, при этом студент делает необходимые обобщения и выводы | 3     |
| Не раскрыто основное содержание учебного материала, студент демонстрирует незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допускает ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые им не исправляются после нескольких замечаний преподавателя                                          | 2     |

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

**УК – 1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.**

*Знать основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций.*

Задания, необходимые для оценивания сформированности УК – 1 на пороговом уровне<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

**Аудиторные и домашние практические задания для текущего контроля.**

1. Найти возможную сумму матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти возможные произведения матриц

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Перемножить матрицы , , если это возможно.

4. Показать, что  $(A \otimes B)^T = B^T \otimes A^T$  для  $A =$  и  $B =$ .

5. Решить уравнение  $A \otimes X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -0,4 & 0,3 \\ 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$ .

Сделать проверку.

6. Вычислить определители:

б) в)  
а)

7. Решите уравнение. Выберите верный ответ.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: **1).**  $\{-4; 2\}$ . **2).**  $\{-5; 3\}$ . **3).**  $\{-2; 0\}$

8. Найти коэффициент при  $x$  в разложении определителей

а) б) 
$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & x & 3 \\ 3 & 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & x & 2 \\ 4 & -1 & 5 & x & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

9. При помощи алгебраических дополнений найдите обратную матрицу для матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ .

Выберите верный ответ. ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1).  $\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ . 2).  $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ . 3).  $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ .

10. Для данных матриц найти обратные матрицы. Сделать проверку.

а) 
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & -5 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
 б) .

## Задания, необходимые для оценивания сформированности УК – 1 на продвинутом уровне

### **Аудиторные и домашние практические задания для текущего контроля.**

1. Является ли следующее правило алгебраической операцией? ( $\forall a, v \in \mathbb{Z}$ )  $a * v = av$ . Если да, то какими из свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов) эта операция обладает?

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) ассоциативность; 2); коммутативность; 3); наличие нейтрального элемента; 4) наличие симметрических элементов; 5) операция не является алгебраической.

2. Выбрать группы среди предложенных алгебр:

A)  $\langle T, * \rangle$ , где  $T = \{f(x) = a_1 x^2 + a_2 x + a_3 \mid a_i \in \mathbb{Z}, 1 \leq i \leq 3\}$ , операция  $*$  - обычное сложение многочленов;

B)  $\langle M, \oplus \rangle$ , где  $M = \{(a, v) \mid a, v \in \mathbb{N}\}$ , а операция  $\oplus$  определена так:

$(\forall (a_1, v_1), (a_2, v_2) \in M) \quad (a_1, v_1) \oplus (a_2, v_2) = (a_1 a_2, v_1 v_2)$ ;

C)  $\langle \mathbb{Z}, \# \rangle$ , где ( $\forall a, v \in \mathbb{Z}$ )  $a \# v = av$ ;

D)  $\langle S, \clubsuit \rangle$ , где  $S = \{a + v\sqrt{3} \mid a, v \in \mathbb{N}\}$ , а операция  $\clubsuit$  определена так:

$(\forall \alpha, \beta \in S) \quad \alpha \clubsuit \beta$  - обычное умножение.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) B; 2) C; 3) A; 4) D.

3. Найдите наибольший общий делитель  $d$  целых чисел  $a = 1224$ ,  $b = 1610$ .

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 3; 2) 2; 3) 1; 4) 12.4. Указать действительную часть комплексного числа  $\frac{(1+2i)^3 - (3-2i)^2}{2-i} + \frac{1}{(5-i)^2}$ .

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) \frac{-38}{5}; 2) \frac{38}{5}; 3) \frac{7}{5}; 4) \frac{13}{5}.$$

5. Аргумент комплексного числа  $\left( \frac{3 - \sqrt{27}i}{-5i} \right)^{55}$  равен  
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) \frac{-5\pi}{6}; 2) \frac{7\pi}{6}; 3) \frac{\pi}{6}; 4) \frac{5\pi}{6}.$$

6. Вычислить:  $\frac{(1+i)}{(3-i)} + \frac{(3+i)}{(5-i)}.$

7. Решить квадратное уравнение  $2z^2 - z + 5 = 0$  в поле  $R$ , в поле  $C$ . Сделать проверку.

*Уметь осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий.*

Задания, необходимые для оценивания сформированности УК – 1 на пороговом уровне<sup>4</sup>

**Аудиторные и домашние практические задания для текущего контроля.**

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно)  $f(x) = x^5 + x^4 + x^3 - 2x^2 + 2x + 3$ ,  $g(x) = x - 2$ . Сделать проверку.

2. При каких  $a$  и  $b$  многочлен  $f(x) = x^6 - 4x^5 + 3x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx - 4$  имеет число 2 корнем не ниже второй кратности?

3. При помощи алгоритма Евклида найти НОД многочленов  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 3x - 12$ ,  $g(x) = x^3 - 4x^2 + 2x - 8$  и выразить его линейно через эти многочлены. Сделать проверку.

4. Выразить НОД многочленов  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 3x - 12$ ,  $g(x) = x^3 - 4x^2 + 2x - 8$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.

Задания, необходимые для оценивания сформированности УК – 1 на продвинутом уровне

**Аудиторные и домашние практические задания для текущего контроля.**

<sup>4</sup> Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

1. Найти НОК многочленов  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x - 8$ ,  $g(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 3x - 12$  зная их НОД (задание 1). .. Сделать проверку.
2. Представить многочлены  $f(x) = (x^2+x)(x^2-2x-3)(x+1)$ ,  $g(x) = (x^3-27)(x^2-4x+3)$  над  $\mathbb{R}$  в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .
3. Показать, что  $\langle \left\{ \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}, c \in 2\mathbb{Z} \right\}, +, \bullet \rangle$  - кольцо. Имеются ли в нем делители 0?
4. Является ли подкольцом кольца многочленов  $n$ -й степени с действительными коэффициентами множество многочленов  $n$ -й степени с целыми коэффициентами?
5. Является ли полем кольцо  $\langle \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}, +, \bullet \rangle$ , где операции определены следующим образом:  $(\forall a, b), (c, d) \quad (a, b) + (c, d) = (a + c, b + d), (a, b) \bullet (c, d) = (ac, bd)$  ?

*Владеть методами критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода, способами разработки стратегии действий.*

### Задания, необходимые для оценивания сформированности УК – 1 на продвинутом уровне

#### **Аудиторные и домашние практические задания для текущего контроля.**

1. При каких натуральных значениях  $n$  число  $\frac{4n+3}{5n+2}$  является целым?
2. Указать наибольшее целое число  $k$ , при котором дробь  $\frac{12k^2+5k+6}{4k+3}$  является целым числом.
3. Доказать, что  $2010^{2010} - 1$  делится на 2009.
4. Доказать, что число  $222^{333} + 333^{222}$  является составным.
5. Пусть  $p$  - простое число, большее 3. Доказать, что  $p^2 - 1$  делится нацело на 24.
6. Найдите все натуральные числа  $n$ , при которых  $n^2 + 3n + 5$  делится без остатка на 121.
7. Найдется ли десятизначное число, делящееся на 11, в записи которого использованы все цифры от 0 до 9?
8. Произведение двух натуральных чисел равно 10800, а их наибольший общий делитель равен 60. Найти наименьшее общее кратное этих чисел.
9. Найти все пары натуральных чисел, наибольший общий делитель которых равен 5, а наименьшее общее кратное равно 105.
10. Найти два натуральных числа, сумма которых равна 85, а наименьшее общее кратное равно 102.

**ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач**

*Знать: содержание профессиональных задач, знать как осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач*

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК – 1 на пороговом уровне<sup>5</sup>

**Темы и вопросы для опроса на учебных занятиях.**

1. Перечислите основные свойства делимости целых чисел.
2. Дайте определения НОД и НОК.
3. Опишите алгоритм Евклида.
4. Какова связь между НОД и НОК двух чисел?
5. Дайте определение простых и составных чисел.
6. Сформулируйте основную теорему арифметики.
7. Что называется каноническим разложением натурального числа.
8. Какие числовые функции вы знаете?
9. Какова их роль в теории чисел?
10. Какие функции называются мультипликативными?

Задания, необходимые для оценивания сформированности УК – 1 на продвинутом уровне

**Темы и вопросы для опроса на учебных занятиях.**

1. Дайте определение вычетов по модулю.
2. Как строится кольцо классов вычетов по модулю?
3. В каких случаях мы получаем поле?
4. Что такое характеристика поля?
5. Сформулируйте первую теорему о вычетах линейной формы.
6. Дайте определение функции Эйлера.
7. Что называется приведенной системой вычетов?
8. Сформулируйте вторую теорему о вычетах линейной формы.
9. Дайте определение числового сравнения по натуральному модулю.
10. Перечислите основные свойства числовых сравнений.

*Уметь: пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий, логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения, адаптировать результаты изучения понятий и фактов алгебры и теории чисел к школьному образовательному процессу*

---

<sup>5</sup> Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

Задания, необходимые для оценивания сформированности УК – 1 на пороговом уровне<sup>6</sup>

**Темы и вопросы для опроса на учебных занятиях.**

1. Дайте определение линейного сравнения с одним неизвестным.
2. Перечислите методы решения сравнения с одним неизвестным.
3. Как решаются сравнения по простому модулю  $p$ ?
4. Как решаются сравнения по произвольному составному модулю.
5. Сформулируйте китайскую теорему об остатках.
6. Приведите примеры ее использования.
7. Сформулируйте теорему Эйлера.
8. Сформулируйте малую теорему Ферма.
9. Дайте определение подходящих дробей.
10. Перечислите нерешенные проблемы простых чисел.

Задания, необходимые для оценивания сформированности УК – 1 на продвинутом уровне

**Темы докладов.**

1. Кольцо классов вычетов по простому модулю.
2. Вариации на тему малой теоремы Ферма.
3. Квадратичные вычеты. Символ Лежандра.
4. Порядки вычетов и их свойства.
5. Первообразные корни и вычеты.
6. Символ Якоби.
7. Кольцо делимых чисел Гаусса.

*Владеть: научным стилем изложения содержания, навыками поиска, сбора, систематизации и использования информации, методами и приемами устного и письменного изложения предметного материала*

Задания, необходимые для оценивания сформированности УК – 1 на продвинутом уровне

**Темы докладов.**

---

<sup>6</sup> Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

8. Занимательные дроби.
9. Решение уравнений в целых числах.
10. Сложность вычислений в кольце вычетов.
11. Представление чисел квадратичными формами.
12. Сравнения второй степени.
13. Криптосистема RSA.
14. Теорема Эйлера.
15. Сложность арифметических операций с целыми числами.

## Промежуточная аттестация

**УК – 1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.**

*Знать основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций*

*Уметь осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий*

*Владеть методами критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода, способами разработки стратегии действий*

### Вопросы к экзаменам.

#### 1 курс, 1 семестр.

#### Вопросы:

1. Матрицы над полем. Операция сложения матриц. Свойства операции сложения.
2. Умножение матриц на действительное число. Свойства этой операции.
3. Умножение матриц. Свойства этой операции (ассоциативность, некоммутативность, нейтральный элемент). Обратные матрицы.
4. Транспонирование матриц, транспонирование произведения матриц.
5. Квадратные матрицы. Единичная матрица. Обратные и обратимые матрицы.
6. Определитель квадратной матрицы. Определитель 2,3 порядков. Определитель n-го порядка.
7. Алгебраические дополнения и миноры элемента определителя.
8. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).
9. Свойства определителя. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Определитель треугольного вида.
10. Вычисление обратной матрицы при помощи алгебраических дополнений.
11. Простейшие матричные уравнения, их решение.
12. Системы линейных уравнений (СЛУ). Решения СЛУ. Равносильные СЛУ.
13. Однородные и неоднородные СЛУ, свойства их решений.

14. Элементарные преобразования СЛУ. Равносильность СЛУ при элементарных преобразованиях.
15. Элементарные преобразования матриц.
16. Ступенчатые системы линейных уравнений. Приведение СЛУ к ступенчатому виду.
17. Матрицы, соответствующие СЛУ. Элементарные преобразования матриц. Ступенчатые матрицы. Ранг матрицы. Ранг СЛУ.
18. Теорема о числе решений систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Общие и частные решения систем линейных уравнений.
19. Запись и решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными в матричной форме.
20. Правило Крамера решения системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.

### **1 курс, 2 семестр.**

#### **Вопросы:**

1. Алгебраическая операция на множестве, примеры. Свойства бинарной алгебраической операции.
2. Группа. Примеры групп. Простейшие свойства группы.
3. Кольцо. Примеры колец. Простейшие свойства кольца.
4. Поле. Примеры полей. Его простейшие свойства.
5. Подгруппа. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество группы являлось ее подгруппой.
6. Подкольцо. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество кольца являлось его подкольцом.
7. Подполе. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество поля являлось его подполем.
8. Кольцо целых чисел. Делимость в кольце целых чисел.
9. Деление с остатком в кольце целых чисел.
10. Наибольший общий делитель целых чисел. Алгоритм Евклида.
11. Линейное выражение НОД,
12. Наименьшее общее кратное целых чисел.
13. Простые и составные числа.
14. Разложение целого числа в произведение простых чисел.
15. Поле комплексных чисел как расширение поля действительных чисел.
16. Алгебраическая форма комплексных чисел, операции с ними.
17. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними.
18. Тригонометрическая форма комплексного числа.
19. Корни из комплексных чисел.
20. Корни  $n$ -й степени из единицы.
21. Решение двучленных уравнений.

### **2курс, 3 семестр.**

#### **Вопросы:**

1. Построение кольца многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
  2. Теория делимости в кольце многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
  3. Теорема о делении с остатком.
  4. Деление многочлена на двучлен  $x-a$  и корни многочлена.
  5. Теорема Безу. Кратные корни. Наибольшее возможное число корней многочлена.
  6. Наибольший общий делитель многочленов над полем. Алгоритм Евклида.
  7. Наименьшее общее кратное многочленов.
  8. Неприводимые и приводимые над полем действительных чисел многочлены, их свойства.
  9. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность.
  10. Каноническая форма записи многочлена. Нахождение НОД и НОК многочленов.
- 
11. Простое и составное расширение поля.
  12. Алгебраические и трансцендентные элементы над полем.
  13. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента.
  14. Строение простого алгебраического расширения поля. Избавление от иррациональности.

**2 курс, 4 семестр.**

**Вопросы:**

1. Кольцо многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
2. Делимость в кольце многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
3. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
4. Деление многочлена на двучлен  $x-a$  и корни многочлена.
5. Теорема Безу. Кратные корни. Наибольшее возможное число корней многочлена.
6. Наибольший общий делитель многочленов над полем. Алгоритм Евклида.
7. Линейное выражение наибольшего общего делителя многочленов над полем
8. Наименьшее общее кратное многочленов. Связь НОД и НОК.
9. Неприводимые и приводимые над полем действительных чисел многочлены, их свойства.
10. Разложение многочлена в произведение многочленов, неприводимых над данным полем
11. Каноническая форма записи многочленов. НОД и НОК в канонической форме.
12. Расширения полей. Строение простого расширения поля. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента.
13. Строение простого алгебраического расширения поля.
14. Многочлены от  $n$  переменных и действия над ними. Степень многочлена от  $n$  переменных.
15. Кольцо многочленов от  $n$  переменных над областью целостности. Лексикографическое упорядочение членов многочлена от  $n$  переменных. Высший член произведения двух многочленов.
16. Симметрические многочлены. Свойства высшего члена симметрического многочлена
17. Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее.

18. Многочлены от одной переменной над полем комплексных чисел. Основная теорема алгебры.
19. Алгебраическая замкнутость полей. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
20. Разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей
21. Решение уравнений третьей степени над полем комплексных чисел .
22. Решение уравнений четвертой степени над полем комплексных чисел
23. Корни многочлена над полем действительных чисел. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
24. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей.
25. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
26. Необходимый признак рационального корня многочлена с целыми коэффициентами.
27. Критерий неприводимости многочленов над полем рациональных чисел (Эйзенштейна).
28. Понятие разрешимости уравнения в радикалах. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах.
29. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.

**ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач**

*Знать:* содержание профессиональных задач, знать как осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

*Уметь:* пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий, логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения, адаптировать результаты изучения понятий и фактов алгебры и теории чисел к школьному образовательному процессу

*Владеть:* научным стилем изложения содержания, навыками поиска, сбора, систематизации и использования информации, методами и приемами устного и письменного изложения предметного материала

**Здания для контроля знаний на семестровом экзамене.**

**1 курс, 1 семестр.**

**Задания:**

$$1. \text{ Вычислить сумму } (A+B)C, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2. \text{ Вычислить произведение матриц } \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ и наоборот.}$$

$$3. \text{ Перемножить матрицы } \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \text{ и наоборот.}$$

$$4. \text{ Вычислить произведение матрицы } \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ на транспонированную ей, и наоборот.}$$

$$5. \text{ Показать, что } (A \bullet B)^T = B^T \bullet A^T, \text{ если } \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$6. \text{ Для матрицы } \begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & - \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ найти обратную матрицу. Сделать проверку.}$$

$$7. \text{ Решить уравнение } X \cdot A = B, \text{ где } A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Сделать проверку.}$$

$$8. \text{ Решить матричное уравнение } A \cdot X = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Сделать проверку.}$$

$$9. \text{ Найти двумя разными способами коэффициент при } x \text{ в разложении определителя}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Вычислить определитель

$$11. \text{ Решить методом Гаусса систему линейных уравнений. Сделать проверку.}$$

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 1, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 &= 2, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 3x_5 &= 3, \\ x_1 + 15x_2 + 6x_3 - 19x_4 + 9x_5 &= 9. \end{aligned}$$

**1 курс, 2 семестр. .**

**Задания:**

1 При помощи Алгоритма Евклида найдите наибольший общий делитель  $d$  целых чисел  $a = 1015$ ,  $b = 638$  и его линейное выражение через эти числа.

2. Найдите каноническое представление целых чисел  $a = 1015$  и  $b = 638$  и их наибольший общий делитель  $d$  и наименьшее общее кратное  $m$ .

3. Является ли следующее правило алгебраической операцией? Если да, то какими из свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов) эта операция обладает? ( $\forall a, b \in \mathbb{Z}$ )  $a * b = a^b$ . Является ли группой данное множество с данной операцией?

4. Вычислить: 
$$\frac{(1+2i) - (3-2i)^2}{2-i} + \frac{1}{(5-i)}.$$

5. Решить квадратное уравнение  $z^2 - z + 5 = 0$  в поле  $\mathbb{R}$ , в поле  $\mathbb{C}$ . Сделать проверку.

6. Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексных чисел. Ответ дать в алгебраической форме.

7. Уравнение  $x^4 = -81$  решить в поле комплексных чисел. Сделать проверку (для двух значений).

8. Является ли следующее правило алгебраической операцией? ( $\forall a, b \in \mathbb{Z}$ )  $a * b = a^b$ . Если да, то какими из свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов) эта операция обладает?

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) ассоциативность; 2) коммутативность; 3) наличие нейтрального элемента; 4) наличие симметрических элементов; 5) операция не является алгебраической.

9. Решить квадратное уравнение  $2z^2 - z + 5 = 0$  в поле  $\mathbb{R}$ , в поле  $\mathbb{C}$ . Сделать проверку.

10. Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексных чисел:

$$\left( \frac{-\sqrt{3}+i}{-2-2i} \right)^{12}.$$
 Ответ дать в алгебраической форме.

11. Уравнение  $x^4 = 225$  решить в поле комплексных чисел. Сделать проверку (для двух значений).

21 При помощи Алгоритма Евклида найдите наибольший общий делитель  $d$  целых чисел  $a = 1015$ ,  $b = 638$  и его линейное выражение через эти числа.

13. Найдите каноническое представление целых чисел  $a = 1015$  и  $b = 638$  и их наибольший общий делитель  $d$  и наименьшее общее кратное  $m$ .

## 2 курс, 3 семестр.

### Задания:

1. Какое из чисел 5, 6, 7 и 31 является делителем числа 93?

- 1) 5
- 2) 6

- 3) 7
- 4) 31

**2. Какое из чисел 2, 6, 24 и 50 является кратным числа 12?**

- 1) 2
- 2) 6
- 3) 24
- 4) 50

**3. Верно ли высказывание: сумма двух натуральных чисел кратна каждому из слагаемых?**

- 1) да;
- 2) нет.

**4. Вставить пропущенные слова, числа, фразы.**

- 1) Делителем натурального числа  $a$  называют натуральное число, \_\_\_\_\_.
- 2) Любое натуральное число имеет \_\_\_\_\_ кратных.
- 3) Наименьшим из кратных любого натурального числа является \_\_\_\_\_.
- 4) Число называется четным, если оно \_\_\_\_\_.
- 5) Цифры \_\_\_\_\_ называются нечетными.
- 6) Четное число, кратное 5, оканчивается цифрой \_\_\_\_\_.
- 7) Если в записи число  $***252$  вместо звездочек поставить цифру \_\_\_\_\_, то полученное число будет кратно 9.
- 8) Натуральное число называют простым, если \_\_\_\_\_.
- 9) Натуральное число, \_\_\_\_\_ называют наибольшим общим делителем этих чисел.
- 10) Числа 2, 5 и \_\_\_\_\_ взаимно простые.
- 11) Если  $a = 2 \cdot 3 \cdot 5$  и  $b = 3 \cdot 5 \cdot 7$ , то наименьшее общее кратное этих чисел равно \_\_\_\_\_.
- 12) Наименьшее общее кратное двух чисел не может быть меньше \_\_\_\_\_.
- 13) Наибольший общий делитель чисел 120 и 240 равен \_\_\_\_\_.
- 14) Сумма нескольких натуральных чисел \_\_\_\_\_ среднему арифметическому этих чисел, если оно является натуральным числом.
- 15) Сумма двух простых чисел, каждое из которых больше двух, всегда \_\_\_\_\_.

**5. Если  $a$  делится на  $c$ ,  $b$  не делится на  $c$ , то:**

- 1)  $a+b$  делится на  $c$ ;
- 2)  $a+b$  не делится на  $c$ ;

3)  $a+b$  может делиться на  $c$ , а может не делиться на  $c$ ;

4)  $a-b$  делится на  $c$ .

**6. Если  $a$  делится на  $d$ , то  $ab$  делится на  $d$ :**

1) при любом целом  $b$ ;

2) при положительном действительном  $b$ ;

3) при отрицательном рациональном  $b$ ;

4) только при  $b=3$ .

**7. В цепочке равенств алгоритма Евклида последний отличный от нуля остаток равен:**

1) наименьшему общему кратному данных чисел;

2) единице;

3)  $-1$ ;

4) наибольшему общему делителю данных чисел.

**8. Если числа  $a$  и  $b$  взаимно простые, то:**

1)  $[a, b]=a$ ;

2)  $[a, b]=a \cdot b$ ;

3)  $[a, b]=b$ ;

4)  $[a, b]=1$ .

**9. Найти все простые числа между числами 1300 и 1350.**

**2 курс, 4 семестр.**

**Задания:**

1. Вычислить  $\varphi(a)$ .

2. Найти линейное представление НОД чисел  $a$  и  $b$ .

3. Представить  $a$  в виде систематической дроби в системе с основанием  $b$ .

4. Решить систему сравнений 
$$\begin{cases} (a+b)x \equiv a \pmod{c} \\ (\tilde{n}+10)x \equiv -(\tilde{n}-2) \pmod{(\tilde{n}-3)} \\ (a-3)x \equiv (a+c) \pmod{(b-6)} \end{cases}$$

5. Найти две последние цифры в десятичном представлении числа  $a^b$ .

6. Вывести и сформулировать признак делимости на  $a$  в системе счисления с основанием  $b$ .

7. Представить  $a$  в виде цепной дроби, найти подходящие дроби.

8. Найдите остаток от деления  $a^b$  на  $c$ .

9. Решить уравнение в целых числах  $ax - by = c$ .

10. Найдите сумму и число всех натуральных делителей числа  $a$ .

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций<sup>7</sup>

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

За выполнение докладов обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За выполнение практических заданий обучающийся может набрать максимально - 20 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

---

<sup>7</sup> Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

### Шкала оценивания ответов студентов на экзамене

| Количество баллов | Критерии оценивания                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 26-30             | Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач                                                                                                              |
| 15-25             | Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).                 |
| 8-14              | Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов). |
| 0-7               | Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).                           |

### Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

| Оценка по 100-балльной системе | Оценка по традиционной системе |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 81 – 100                       | Зачтено                        |
| 61 - 80                        | Зачтено                        |
| 41 - 60                        | Зачтено                        |
| 0 - 40                         | Не зачтено                     |