

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области

Дата подписания: 24.10.2024 14:71:41

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ

(МГОУ)

Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

Физико-математический факультет

Кафедра математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН на заседании кафедры

Протокол от «10» июня 2021 г. № 14

Зав. кафедрой Кондратьева Г.В. / Кондратьева Г.В./

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине

Введение в высшую математику

Направление подготовки

03.03.02 Физика

Мытищи

2021

Авторы-составители:

Бедрикова Е.А.
доцент кафедры математического анализа и геометрии,
кандидат физико-математических наук

Зверев Н.В.
доцент кафедры математического анализа и геометрии,
кандидат физико-математических наук

Фонд оценочных средств дисциплины «Введение в высшую математику» составлен в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 Физика, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 07.08.2020 г. № 891.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2021

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-2 – «Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности»	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	знать: – основные понятия и методы математического анализа; уметь: – корректно применять математический аппарат при изучении дисциплин естественно-математического и профессионального циклов; – корректно применять математический аппарат при обучении физике в общеобразовательных учреждениях.	Контроль посещения занятий; проверка конспекта, домашних заданий; устные опросы, контрольная работа; экзамен	41-60
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	знать: – основные математические методы исследования и общие математические методы решения задач, используемые в естественных науках; уметь: – применять математические методы при проведении теоретических и экспериментальных исследований в физике и в профессиональной деятельности; владеть: – математическими методами изучения физических явлений.	Контроль посещения занятий; проверка конспекта, домашних заданий; устные опросы, контрольная работа; экзамен	61-100

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

Примеры домашних заданий

1. Найти обратную функцию к функции:

a) $y = \log_2(x + \sqrt{x^2 + 1})$. б) $y = \arctg x + \frac{\pi}{4}$.

2. Найти производную функции:

a) $y = \ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}) + \arcsin e^{-x}$, б) $y = (\operatorname{tg} x)^{\ln \operatorname{tg} x}$, в) $y = \sqrt{x} - (x+1) \arctg \sqrt{x}$.

3. Найти производную $y''(x)$ параметрически заданной функции:

a) $x = \sqrt{1-t^2}$, $y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}$. б) $x = (1-t^2)^{3/2}$, $y = (\arccos t)^2$.

в) $x = \arcsin \sqrt{t}$, $y = (1+\sqrt{t})^{1/2}$.

4. Найти предел функции:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(\pi x/4)}{3^x - 4x - 1}$. б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{(x-1) \ln x}$. в) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^{14} - 7x^5 - 8}{x^{22} - 2x - 3}$.

5. Найти интервалы возрастания и убывания и точки экстремума функции:

a) $y = x - 5 \arctg x$. б) $y = x^2 e^{-x}$. в) $y = \frac{x}{\ln x}$. г) $y = x^2 - x^3 \sqrt{x}$.

6. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба функции:

а) $y = x^4 e^{-x}$. б) $y = x^2 + \frac{1}{x}$. в) $y = x^3 \ln x$. г) $y = x e^{-x^2/2}$.

7. Найти неопределённый интеграл:

а) $\int \frac{(x+1) dx}{x^3 + x^2 - 2x}$, б) $\int (5x-2)e^{2x} dx$, в) $\int x \arctg x dx$, г) $\int \sin^4 x dx$, д) $\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-1}} dx$,

е) $\int x^2 \exp(2x^3 + 1) dx$, ж) $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}$, з) $\int \frac{e^{2x} dx}{e^{4x} + 1}$, и) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+3\cos x}}$, к) $\int \frac{dx}{2 + \sqrt{x+1}}$.

8. Найти определённый интеграл:

а) $\int_0^{\pi/6} \operatorname{tg}^2 x dx$, б) $\int_0^{\ln 4} \sqrt{e^x - 1} dx$, в) $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{x - \sin x}{x^2 + 2\cos x} dx$, г) $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$, д) $\int_0^2 x \sqrt{4-x^2} dx$.

9. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = \cos(\pi x)$, $y = \frac{3x}{2}$, $0 \leq x \leq 1/3$. б) $y = \operatorname{tg}^2 x$, $y = 0$, $0 \leq x \leq \pi/6$.

в) $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$. г) $y = \ln x$, $y = x - 1$, $1 \leq x \leq 4$.

д) $r = 2 \cos^2 \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi$. е) $r = 1 + \sqrt{2} \cos \varphi$.

10. Найти длину дуги кривой:

а) $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x$, $0 \leq x \leq 7/9$. б) $r = 3 \sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi$.

в) $r = 1 + \cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi$. г) $x = e^{-t} \cos t$, $y = e^{-t} \sin t$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

д) $x = \cos t + t \sin t$, $y = \sin t - t \cos t$, $0 \leq t \leq \pi$. е) $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$, $1 \leq x \leq 2$.

11. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX кривой:

а) $y = \frac{1}{(4-x^2)^{1/4}}$, $0 \leq x \leq 1$. б) $y = \sqrt{x \ln x}$, $e \leq x \leq e^3$. в) $y = e^{-x} \sqrt{x}$, $0 \leq x \leq \ln 2$.

Примерные задания контрольных работ

1. Найти производную функции $y = (\arctg x)^{\ln(1+x^2)}$.

2. Найти производную $y''(x)$ параметрически заданной функции $x = \operatorname{tg}^2 t$, $y = \cos^3 t$.

3. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(5^x + 2^{-x}) - \ln 2}{x}$.

4. Найти интервалы возрастания и убывания и точки экстремума функции $y = x^2 \ln x$.

5. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба функции $y = 6x^8 - 8x^6$.

6. Найти неопределённый интеграл $\int \cos^3 x dx$.

7. Найти определённый интеграл $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

8. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 6$, $x + y = 7$.

9. Найти длину дуги кривой $y = \ln \cos x$, $0 \leq x \leq \pi/6$.

10. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX кривой $y = \frac{1}{\sqrt{x+x^2}}$, $1 \leq x \leq 3$.

Примерные вопросы устного опроса

1. Что такое функция?
2. Что называется областью определения функции?
3. Что называется множеством значений функции?
4. Что такое график функции?
5. Какая функция называется обратимой?
6. Какие функции называются взаимно обратными?
7. Сформулируйте определения чётной и нёчетной функции.
8. Какие функции называются периодическими?
9. Как расположены графики взаимно обратных функций?
10. Какие геометрические особенности имеют области определения четных и нечетных функций?

11. Какие геометрические особенности имеют графики четных, нечетных и периодических функций?
12. Какая функция называется возрастающей? Когда она называется строго возрастающей?
13. Какая функция называется убывающей? Когда она называется строго убывающей?
14. Что называют пределом функции в точке по Коши?
15. Сколько пределов может иметь функция?
16. Сформулируйте теорему о пределах суммы и разности двух функций, произведения и частного двух функций.
17. Сформулируйте теорему о пределе промежуточной функции («о двух милиционерах» для функций).
18. Запишите первый замечательный предел для функций.
19. Запишите второй замечательный предел для функций.
20. Что называется правым (правосторонним) пределом функции в точке?
21. Что называется левым (левосторонним) пределом функции в точке?
22. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке (существование о равенство односторонних пределов функции в точке).
23. Что называется пределом функции по Коши при $x \rightarrow +\infty$, при $x \rightarrow -\infty$ и при $x \rightarrow \infty$?
24. Что называется бесконечным пределом функции при $x \rightarrow a$ по Коши?
25. Какая функция называется непрерывной?
26. Какая точка называется точкой непрерывности функции?
27. Какая точка называется точкой разрыва функции?
28. Какая точка разрыва называется точкой устранимого разрыва?
29. Какая точка разрыва называется точкой разрыва 1 рода?
30. Какая точка разрыва называется точкой разрыва 2 рода?
31. Сформулируйте теорему о непрерывности суммы и разности двух непрерывных функций, произведения и частного двух непрерывных функций.
32. Сформулируйте определение непрерывности функции на отрезке.
33. Сформулируйте теорему о нуле непрерывной функции, принимающей на концах отрезка значения разных знаков.
34. В чем заключается метод интервалов для непрерывных функций.
35. Какая прямая называется вертикальной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
36. Какая прямая называется горизонтальной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
37. Какая прямая называется наклонной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
38. Что называется производной функции в точке?
39. Какая функция называется дифференцируемой?
40. Какие прямые называются касательной и секущей к графику функции в точке?
41. В чем заключается геометрический смысл производной функции в точке?
42. Чему равна производная постоянной?
43. Сформулируйте необходимое условие дифференцируемости функции.
44. Приведите примеры функций, которые не имеют производной в некоторой точке.
45. Сформулируйте теорему о производной суммы и разности двух функций.
46. Сформулируйте теорему о производной произведения двух функций.
47. Сформулируйте теорему о производной частного двух функций.
48. Какую функцию называют сложной?
49. Приведите примеры сложных функций.
50. Сформулируйте теорему о производной сложной функции.
51. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
52. Напишите формулы для производных всех элементарных функций и обратных к ним (по выбору преподавателя).

53. Что называется второй производной функции (производной второго порядка)?
54. Что называется n -ой производной функции (производной n -го порядка)?
55. Что называется дифференциалом функции?
56. В чем заключается геометрический смысл дифференциала функции в точке?
57. Сформулируйте необходимые условия монотонности и строгой монотонности дифференцируемой функции на интервале.
58. Сформулируйте достаточные условия монотонности и строгой монотонности дифференцируемой функции на интервале.
59. Запишите план нахождения промежутков строгой монотонности функции.
60. Какие точки называются точками экстремума функции?
61. Что называют экстремумами функции?
62. Сформулируйте достаточные условия существования точки экстремума функции.
63. Запишите нахождения точек экстремума функции.
64. Дайте определение выпуклости вверх и вниз графика функции на интервале.
65. Сформулируйте достаточное условие выпуклости дважды дифференцируемой функции на интервале.
66. Запишите план нахождения интервалов выпуклости функции.
67. Какие точки называются точками перегиба?
68. Сформулируйте необходимые условия существования точки перегиба.
69. Сформулируйте достаточные условия существования точки перегиба.
70. Запишите план нахождения точек перегиба функции.
71. Раскрытие неопределенностей с помощью производных (правило Лопиталя).
72. Формула Тейлора с остаточным слагаемым в форме Пеано.
73. Что называют комплексными числами? Что такое мнимая единица?
74. Арифметические операции над комплексными числами. Модуль и аргумент комплексного числа.
75. Комплексное сопряжение. Тригонометрическая запись комплексного числа. Формула Эйлера.
76. Извлечение корня из комплексного числа. Корни многочленов.
77. Что называется первообразной функции?
78. Как задается множество всех первообразных функций, если известна одна из ее первообразных?
79. Что называется неопределенным интегралом функции?
80. Какие свойства неопределенного интеграла Вы знаете?
81. Выпишите основные табличные интегралы.
82. В чем заключается метод замены переменной в неопределенном интеграле?
83. В чем заключается метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле?
84. Что называется криволинейной трапецией?
85. Как вычислить площадь криволинейной трапеции для неотрицательной непрерывной функции?
86. Приведите определение определенного интеграла функции как предела интегральных сумм.
87. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла для непрерывной неотрицательной функции?
88. Какие классы интегрируемых функций Вы знаете?
89. Какие свойства определенного интеграла Вы знаете?
90. Формула Ньютона-Лейбница.
91. В чем заключается метод замены переменной в определенном интеграле?
92. В чем заключается метод интегрирования по частям в определенном интеграле?
93. Вычисление площадей плоских фигур.
94. Вычисление объемов. Объем тела вращения.
95. Длина дуги кривой.
96. Площадь поверхности вращения.

Примерные вопросы к экзамену

- Понятие действительной функции действительной переменной. Область определения и множество значений функции. График функции.

2. Возрастание и убывание функций. Четные, нечетные функции. Периодические функции.
3. Сложные функции. Обратные функции.
4. Определения предела функции в точке по Коши.
5. Односторонние пределы.
6. Предел функции на бесконечности и бесконечные пределы.
7. Свойства пределов функции и арифметические действия над пределами. Замечательные пределы.
8. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции.
9. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций.
10. Операции над непрерывными функциями.
11. Предельный переход под знаком непрерывной функции.
12. Точки разрыва и их классификация.
13. Ограниченнность непрерывных на отрезке функций. Достижение экстремальных значений.
14. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.
15. Производная и ее физический и геометрический смысл. Дифференцируемые функции.
16. Дифференциал и его геометрический смысл.
17. Производная суммы, произведения и частного.
18. Дифференцирование сложной и обратной функций.
19. Производные основных элементарных функций.
20. Производные и дифференциалы высших порядков.
21. Параметрическое задание функций и их дифференцирование.
22. Раскрытие неопределенностей с помощью производных (правило Лопитала).
23. Формула Тейлора. Бином Ньютона.
24. Признаки монотонности функции.
25. Локальные экстремумы функции. Необходимое условие экстремума.
26. Достаточные условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции.
27. Направление выпуклости кривой и точки перегиба.
28. Исследование функции и построение графика. План.
29. Комплексные числа. Арифметические операции над комплексными числами.
30. Действительная и мнимая части комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа.
31. Комплексное сопряжение. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа.
32. Извлечение корня из комплексного числа. Основная теорема алгебры.
33. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов.
34. Таблица основных интегралов.
35. Замена переменной в неопределенном интеграле. Подведение под дифференциал в неопределенном интеграле.
36. Интегрирование по частям.
37. Дробно-рациональные функции и их интегрирование.
38. Интегрирование выражений с тригонометрическими функциями. Универсальная тригонометрическая подстановка.
39. Интегрирование квадратичных иррациональностей.
40. Понятие определенного интеграла. Его геометрический смысл. Основные классы интегрируемых функций.
41. Свойства определенного интеграла.
42. Формула Ньютона – Лейбница.
43. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
44. Замена переменных в определенном интеграле.
45. Вычисление площадей плоских фигур. Площадь криволинейного сегмента.
46. Вычисление объемов тел по площадям параллельных сечений. Объем тела вращения.
47. Длина дуги кривой в пространстве и на плоскости.
48. Площадь поверхности вращения.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Основными формами текущего контроля являются проверка домашних заданий, устные опросы группы во время практических занятий, контрольная работа, проверка рефератов и экзамен.

Требования к выполнению практических работ

Проверка домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на занятиях. Также на занятиях проводятся текущие устные опросы студентов. Теоретический материал лекционного курса должен быть проработан студентами к каждому практическому занятию. Некоторые вопросы теоретического курса могут быть проработаны ими самостоятельно с использованием литературы и выполнены в виде рефератов.

Требования к выполнению самостоятельных работ

Аудиторные занятия предполагают самостоятельную работу студентов по данному курсу. На лекциях предлагается для самостоятельного изучения дополнительные темы, самостоятельное проведение некоторых вычислений. На практических занятиях даются домашние задания для самостоятельного решения задач и упражнений.

Требования к экзамену

Процедура оценивания знаний и умений для получения экзамена состоит из следующих составных элементов. Учет посещаемости лекционных и практических занятий осуществляется по ведомости, представленной ниже в форме таблицы:

Таблица 1

№ п/п	Фамилия И.О.	Посещение занятий							Итого %
		1	2	3	4			
1.								9	
2.									

Таблица 2

№ п/п	Фамилия И.О.	Сумма баллов, набранных в семестре					Отметка об экзамене	Подпись преподава- теля
		Посещен- ие	Конспек- т	Устные опросы	Домашние задания	Контрольны- е работы		
		до 5 баллов	до 5 баллов	до 10 баллов	до 10 баллов	до 40 баллов	до 30 баллов	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.								
2.								

Критерии и шкала оценивания посещения занятий

Критерий оценивания	Баллы
Студент посетил 0 – 10% всех занятий	0

Студент посетил 11 – 20% всех занятий	1
Студент посетил 21 – 40% всех занятий	2
Студент посетил 41 – 60% всех занятий	3
Студент посетил 61 – 80% всех занятий	4
Студент посетил 81 – 100% всех занятий	5
Максимальное количество баллов	5

Критерии и шкала оценивания конспекта лекций

Критерий оценивания	Баллы
Студент написал 0 – 10% всех лекций	0
Студент написал 11 – 20% всех лекций	1
Студент написал 21 – 40% всех лекций	2
Студент написал 41 – 60% всех лекций	3
Студент написал 61 – 80% всех лекций	4
Студент написал 81 – 100% всех лекций	5
Максимальное количество баллов	5

Критерии и шкала оценивания устных опросов

Критерий оценивания	Баллы
Студент правильно ответил на 0 – 5% всех заданных вопросов	0
Студент правильно ответил на 5 – 10% всех заданных вопросов	1
Студент правильно ответил на 11 – 20% всех заданных вопросов	2
Студент правильно ответил на 21 – 30% всех заданных вопросов	3
Студент правильно ответил на 31 – 40% всех заданных вопросов	4
Студент правильно ответил на 41 – 50% всех заданных вопросов	5
Студент правильно ответил на 51 – 60% всех заданных вопросов	6
Студент правильно ответил на 61 – 70% всех заданных вопросов	7
Студент правильно ответил на 71 – 80% всех заданных вопросов	8
Студент правильно ответил на 81 – 90% всех заданных вопросов	9
Студент правильно ответил на 91 – 100% всех заданных вопросов	10
Максимальное количество баллов	10

Критерии и шкала оценивания домашних заданий

Критерий оценивания	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% всех домашних заданий	0
Студент правильно выполнил 5 – 10% всех домашних заданий	1
Студент правильно выполнил 11 – 20% всех домашних заданий	2
Студент правильно выполнил 21 – 30% всех домашних заданий	3
Студент правильно выполнил 31 – 40% всех домашних заданий	4
Студент правильно выполнил 41 – 50% всех домашних заданий	5
Студент правильно выполнил 51 – 60% всех домашних заданий	6
Студент правильно выполнил 61 – 70% всех домашних заданий	7
Студент правильно выполнил 71 – 80% всех домашних заданий	8
Студент правильно выполнил 81 – 90% всех домашних заданий	9
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех домашних заданий	10
Максимальное количество баллов	10

Критерии и шкала оценивания контрольных работ

Две контрольные работы в каждом семестре содержат в сумме **8 заданий**.

Баллы за каждое задание:

Критерий оценивания	Баллы
Студент решил задачу и показал полное и уверенное знание темы задания	5
Студент решил задачу, однако в решении имеются несущественные ошибки, недостатки и недочеты	4
Студент в целом решил задачу, но в решении имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	3
Студент не решил задачу, но имеются более двух правильных идей или подходов к решению задачи	2
Студент не решил задачу, но имеются только одна-две идеи или подходы к решению задачи	1
Студент не решил задачу и показал полное незнание темы задания	0
Максимальное количество баллов (8 заданий)	40

Структура оценивания экзамена

Уровни оценивания	Критерии оценивания	Баллы
Отлично	имеет место полное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий	21–30
Хорошо	имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий	11–20
Удовлетворительно	имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики	6–10
Неудовлетворительно	имеет место неусвоение основных теорем и формул курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики	0–5

Распределение баллов для экзамена

Оценка по 5-балльной системе	Оценка по 100-балльной системе
отлично	81 – 100
хорошо	61 - 80
удовлетворительно	41 - 60
неудовлетворительно	40-21
Не аттестован	20-0