

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Наумова Наталия Александровна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 24.10.2020 14:31:41  
Уникальный программный ключ:  
6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ**  
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области  
**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
(МГОУ)

Физико-математический факультет  
Кафедра математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН на заседании кафедры  
Протокол от «14» мая 2020г., № 10

Зав. кафедрой  Кондратьева Г.В./

**ФОНД**  
**ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине  
**Избранные вопросы геометрии**

Направление подготовки  
**44.04.01 – Педагогическое образование**

Программа подготовки  
**Математическое образование**

Квалификация выпускника  
**Магистр**

Мытищи  
2020

Автор - составитель:

Зверев Н.В.

доцент кафедры математического анализа и геометрии,  
кандидат физико-математических наук

Фонд оценочных средств по дисциплине «Избранные вопросы геометрии» составлен в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (121 от 22.02.18) для направления подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, программа подготовки Математическое образование.

Дисциплина входит в блок 1 вариативной части и является дисциплиной по выбору.

Рецензент: Кондратьева Г.В., кандидат педагогических наук, заведующая кафедрой математического анализа и геометрии МГОУ

УП 2020 г.

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Изучение дисциплины «Избранные вопросы геометрии» позволяет сформировать у магистров следующие компетенции:

Код компетенции	Наименование компетенции	Этапы формирования
СПК-2	Способен к преподаванию учебных курсов, дисциплин (модулей) по образовательным программам в образовательных организациях соответствующего уровня образования	1. Работа на учебных занятиях (лекции, практические занятия) (Темы 1 – 4) 2. Самостоятельная работа (домашние задания, курсовая работа) (Темы 1 – 4)
СПК-4	Способен к разработке учебно-методического обеспечения для реализации образовательных программ в образовательных организациях соответствующего уровня образования	1. Работа на учебных занятиях (лекции, практические занятия) (Темы 1 – 4) 2. Самостоятельная работа (домашние задания, курсовая работа) (Темы 1 – 4)

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания (из РПД)

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
СПК-2	Пороговый	1. Работа на лекциях и практических занятиях (Темы 1–4) 2. Самостоятельная работа (выполнение домашних заданий, защита курсовой работы) (Темы 1–4)	<i>Знает:</i> - содержание каждого из универсальных учебных действий и связей между ними. <i>Умеет:</i> - выбирать приёмы, технологии, формы, средства обучения для формирования универсальных учебных действий.	посещение, конспект, опрос, курсовая работа, домашние задания, зачет с оценкой	41–60
	Продвинутый	1. Работа на лекциях и практических занятиях (Темы 1–4) 2.	<i>Знает:</i> - содержание каждого из универсальных учебных действий и связей между ними. <i>Умеет:</i> - выбирать приёмы,	посещение, конспект, опрос, курсова	61–100

		Самостоятельная работа (выполнение домашних заданий, защита курсовой работы) (Темы 1–4)	технологии, формы, средства обучения для формирования универсальных учебных действий. <i>Владеет:</i> - навыками организации деятельности учащихся для формирования универсальных учебных действий.	я работа, домашние задания, зачет с оценкой	
СПК-4	Пороговый	1. Работа на лекциях и практических занятиях (Темы 1–4) 2. Самостоятельная работа (выполнение домашних заданий, защита курсовой работы) (Темы 1–4)	<i>Знает:</i> - способы организации образовательной деятельности обучающихся в предметной области, приёмы развития и поддержания их познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, мотивации к обучению. <i>Умеет:</i> - организовывать различные виды деятельности обучающихся в образовательном процессе, направленные на развитие их познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, мотивации к обучению.	посещение, конспект, опрос, курсовая работа, домашние задания, зачет с оценкой	41–60
	Продвинутый	1. Работа на лекциях и практических занятиях (Темы 1–4) 2. Самостоятельная работа (выполнение домашних заданий, защита курсовой работы) (Темы 1–4)	<i>Знает:</i> - способы организации образовательной деятельности обучающихся в предметной области, приёмы развития и поддержания их познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, мотивации к обучению. <i>Умеет:</i> - организовывать различные виды деятельности обучающихся в образовательном процессе, направленные на развитие их познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, мотивации к	посещение, конспект, опрос, курсовая работа, домашние задания, зачет с оценкой	61–100

			<p>обучению.  <i>Владеет:</i>  - способностью и опытом организации различных видов деятельности обучающихся, направленных на развитие и поддержание их познавательной активности, самостоятельности, инициативы и творческих способностей, мотивации к обучению.</p>		
--	--	--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--

### 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### Примерные вопросы для подготовки к устному опросу

1. Кривая в пространстве, касательный вектор и длина кривой. Натуральный параметр.
2. Центр и радиус кривизны кривой.
3. Кручение, формулы Френе.
4. Криволинейные координаты в пространстве. Ортогональные криволинейные координаты, коэффициенты Ламэ.
5. Коэффициенты Ламэ в цилиндрических и сферических координатах.
6. Градиент скалярного поля и дивергенция в криволинейных координатах.
7. Ротор векторного поля в криволинейных координатах.
8. Оператор Лапласа в криволинейных координатах.
9. Координаты на поверхности, касательная плоскость.
10. Риманова метрика на поверхности.
11. Площадь поверхности в различных заданиях поверхности.
12. Площадь поверхности через метрику.
13. Главные кривизны поверхности.
14. Гауссова кривизна, средняя кривизна.
15. Вторая квадратичная форма поверхности.
16. Метрика на сфере.
17. Метрика Лобачевского.

#### Примеры домашнего задания

1. Найти репер Френе, кривизну и кручение кривой  $r = \{a \cos t, a \sin t, bt\}$  ( $a > 0, b \neq 0$ ).
2. Найти кривизну и кручение кривых в трехмерном пространстве:  
а)  $r = e^t \{\sin t, \cos t, 1\}$ ;    б)  $r = a \{\operatorname{ch} t, \operatorname{sh} t, t\}$ ;    в)  $r = \{3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3\}$ .
3. Найти градиент и оператор Лапласа скалярного поля в цилиндрических координатах  $f = (r + b \sin \varphi) e_r + z e_\varphi + b \cos \varphi e_z$ .
4. Найти дивергенцию, ротор и оператор Лапласа векторного поля в сферических координатах  $\mathbf{a} = (r - b \cos \theta) e_r - b \sin^2 \theta e_\theta + r^2 e_\varphi / b$ .
5. Написать параметрическое уравнение тора (поверхность вращения окружности вокруг прямой, лежащей в плоскости окружности), и найти индуцированную метрику

на торе.

6. Найти метрику, индуцированную на поверхности  $r(u, \varphi) = \{\rho(u) \cos \varphi, \rho(u) \sin \varphi, z(u)\}$ . Вычислить вторую квадратичную форму на этой поверхности.
7. Вычислить первую квадратичную форму на эллипсоиде вращения  $\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ .
8. Вычислить гауссову и среднюю кривизну на поверхности  $z = f(x) + g(y)$ .
9. Найти среднюю кривизну на поверхности  $z = f(x, y)$ .

### Вопросы к зачету с оценкой

1. Кривая в пространстве, касательный вектор и длина кривой. Натуральный параметр.
2. Центр и радиус кривизны кривой.
3. Кручение, формулы Френе.
4. Криволинейные координаты в пространстве. Ортогональные криволинейные координаты, коэффициенты Ламэ.
5. Коэффициенты Ламэ в цилиндрических и сферических координатах.
6. Градиент скалярного поля и дивергенция в криволинейных координатах.
7. Ротор векторного поля в криволинейных координатах.
8. Оператор Лапласа в криволинейных координатах.
9. Координаты на поверхности, касательная плоскость.
10. Риманова метрика на поверхности.
11. Площадь поверхности в различных заданиях поверхности.
12. Площадь поверхности через метрику.
13. Главные кривизны поверхности.
14. Гауссова кривизна, средняя кривизна.
15. Вторая квадратичная форма поверхности.
16. Метрика на сфере.
17. Метрика Лобачевского.

### Примерные темы курсовых работ

1. Классические ортогональные полиномы.
2. Бета- и гамма-функции Эйлера и интеграл Римана – Ханкеля.
3. Задача Дирихле для круга и интеграл Пуассона.
4. Применение преобразования Фурье к решению интегральных уравнений.
5. Сферические и шаровые функции.
6. Задача Коши для уравнения теплопроводности на полупрямой и ее решение.
7. Краевая задача Штурма – Лиувилля и ее связь с интегральными уравнениями.
8. Гильбертовы пространства и пространства  $l_2$  и  $L_2$ .
9. Теорема Гильберта – Шмидта в теории интегральных уравнений Фредгольма.
10. Формула Пуассона суммирования рядов.
11. Системы линейных дифференциальных уравнений и импульсная матрица.
12. Эллиптические интегралы и их основные свойства.
13. Тета-функция Якоби и её основные свойства.
14. Цилиндрические функции и функции Бесселя.
15. Метод Лапласа асимптотической оценки интегралов.
16. Функция Грина оператора Лапласа и метод зеркальных изображений.
17. Уравнения Гельмгольца и методы их решения.
18. Задача Коши для уравнения колебаний струны и формула Кирхгофа.

19. Гармонические функции и их основные свойства.
20. Потенциал простого и двойного слоя, поверхности Ляпунова.
21. Интегральное уравнение Абеля и его решение.
22. Дзета-функция Римана и её основные свойства.
23. Конформные отображения II рода, примеры и применения.
24. Функция Жуковского и ее свойства.
25. Краевая задача Римана.
26. Дробно-линейные конформные отображения.
27. Преобразование Лапласа и его основные свойства.
28. Интеграл Кристоффеля – Шварца и отображение многоугольников.
29. Функция Ламберта и ее основные свойства.
30. Гипергеометрическая функция, ее свойства и приложения.

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Основными формами текущего контроля являются проверка домашних заданий, устные опросы группы во время практических занятий, контрольная работа, экзамен.

Проверка домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на занятиях. Также на занятиях проводятся текущие устные опросы студентов. Теоретический материал лекционного курса должен быть проработан студентами к каждому семинарскому занятию. Некоторые вопросы теоретического курса могут быть проработаны ими самостоятельно с использованием литературы и выполнены в виде рефератов.

#### Требования к зачету с оценкой

Процедура оценивания знаний и умений для получения экзамена состоит из следующих составных элементов. Учет посещаемости лекционных и практических занятий осуществляется по ведомости представленной ниже в форме таблицы

Таблица 1

№ п/п	Фамилия И.О.	Посещение занятий							Итого %
		1	2	3	4			.....	
1.									
2.									

Таблица 2

№ п/п	Фамилия И.О.	Сумма баллов, набранных в семестре				Зачет с оценкой	Подпись преподавателя
		Посещение	Конспект	Устные опросы	Домашние задания		
		до 10 баллов	до 10 баллов	до 20 баллов	до 20 баллов	до 40 баллов	
1	2	3	4	5	6	7	8
1.							

2.							
----	--	--	--	--	--	--	--

### Структура оценивания посещения занятий

Критерии оценивания	Баллы
Студент посетил 0 – 4% всех занятий	0
Студент посетил 5 – 10% всех занятий	1
Студент посетил 11 – 20% всех занятий	2
Студент посетил 21 – 30% всех занятий	3
Студент посетил 31 – 40% всех занятий	4
Студент посетил 41 – 50% всех занятий	5
Студент посетил 51 – 60% всех занятий	6
Студент посетил 61 – 70% всех занятий	7
Студент посетил 71 – 80% всех занятий	8
Студент посетил 81 – 90% всех занятий	9
Студент посетил 91 – 100% всех занятий	10

### Структура оценивания конспекта лекций

Критерии оценивания	Баллы
Студент написал 0 – 4% всех лекций	0
Студент написал 5 – 10% всех лекций	1
Студент написал 11 – 20% всех лекций	2
Студент написал 21 – 30% всех лекций	3
Студент написал 31 – 40% всех лекций	4
Студент написал 41 – 50% всех лекций	5
Студент написал 51 – 60% всех лекций	6
Студент написал 61 – 70% всех лекций	7
Студент написал 71 – 80% всех лекций	8
Студент написал 81 – 90% всех лекций	9
Студент написал 91 – 100% всех лекций	10

### Структура оценивания устных опросов

Критерии оценивания	Баллы
Студент правильно ответил на 0 – 25% всех заданных вопросов	0 – 5
Студент правильно ответил на 26 – 50% всех заданных вопросов	6 – 10
Студент правильно ответил на 51 – 75% всех заданных вопросов	11 – 15
Студент правильно ответил на 76 – 100% всех заданных вопросов	16 – 20

### Структура оценивания домашних заданий

Критерии оценивания	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 25% всех домашних заданий	0 – 5
Студент правильно выполнил 26 – 50% всех домашних заданий	6 – 10
Студент правильно выполнил 51 – 75% всех домашних заданий	11 – 15
Студент правильно выполнил 76 – 100% всех домашних заданий	16 – 20

### Структура оценивания курсовой работы

Оценка	Критерии оценивания	Баллы
Отлично	Студент:	81 – 100

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– подробно разобрал теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы;</li> <li>– овладел всеми понятиями;</li> <li>– умеет доказывать все теоремы, задачи и примеры из своей курсовой работы;</li> <li>– выступает на защите уверенно, отвечает подробно на поставленные вопросы.</li> </ul>	
Хорошо	<p>Студент:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– подробно разобрал теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы;</li> <li>– практически овладел всеми понятиями;</li> <li>– умеет доказывать практически все теоремы, задачи и примеры из своей курсовой работы;</li> <li>– выступает на защите уверенно, отвечает на поставленные вопросы.</li> </ul>	61 – 80
Удовлетворительно	<p>Студент:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– разобрал основной теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы;</li> <li>– овладел большинством понятий;</li> <li>– не умеет доказывать большинство теорем, задач и примеров из своей курсовой работы;</li> <li>– выступает на защите неуверенно, отвечает не на все поставленные вопросы.</li> </ul>	41 – 60
Неудовлетворительно	<p>Студент:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– не разобрал основной теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы;</li> <li>– не овладел большинством понятий;</li> <li>– не умеет доказывать теоремы, задачи и примеры из своей курсовой работы;</li> <li>– выступает на защите неуверенно, не отвечает на поставленные вопросы.</li> </ul>	0 – 40

### Структура оценивания зачета с оценкой

Оценка	Критерии оценивания	Баллы
Отлично	<p>Студент:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– владеет всеми понятиями курса;</li> <li>– умеет доказать все теоремы из лекционного курса;</li> <li>– решает все задачи и примеры из приведенных заданий.</li> </ul>	31 – 40
Хорошо	<p>Студент:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– владеет основными понятиями курса,</li> <li>– умеет доказать основные теоремы из лекционного курса;</li> <li>– решает основные задачи и примеры из приведенных заданий.</li> </ul>	21 – 30
Удовлетворительно	<p>Студент:</p>	11 – 20

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– владеет рядом основных понятий курса;</li> <li>– знает без доказательств основные теоремы и формулы лекционного курса;</li> <li>– решает задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики.</li> </ul>	
Неудовлетворительно	<p>Студент:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– не владеет основными понятиями курса;</li> <li>– не знает основных теорем и формул лекционного курса;</li> <li>– не умеет решать задачи, являющиеся обобщением задач школьного курса математики.</li> </ul>	0 – 10

### Распределение баллов для зачета с оценкой

Результирующая оценка складывается из оценок за посещение занятий, конспект лекций, устные опросы, домашние задания и зачет согласно таблице:

Оценка по 5-бальной системе		Оценка по 100-бальной системе
5	Отлично	81 – 100
4	Хорошо	61 – 80
3	Удовлетворительно	41 – 60
2	Неудовлетворительно	0 – 40