

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области

Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bff679172803da5b559fc69e2

# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ

Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ

(МГОУ)

Физико-математический факультет  
Кафедра математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН на заседании кафедры

Протокол от «14 » мая 2020 г. № 10

Зав. кафедрой *Кондратьева Г.В.*/

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине  
**Избранные вопросы геометрии**

Направление подготовки  
**44.03.01 Педагогическое образование**

Профиль  
**Математика**

Мытищи  
2020

Автор-составитель:  
Кондратьева Галина Вячеславовна  
кандидат педагогических наук, доцент,  
заведующий кафедрой математического анализа и геометрии

Рабочая программа дисциплины Избранные вопросы геометрии составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Математика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.18г. № 121.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Год начала подготовки 2020

## **1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. (Из РПД)**

Изучение дисциплины «Избранные вопросы геометрии» позволяет сформировать у бакалавров следующие компетенции

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
СПК-1 «Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности»	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа
ДКП-4 «Способен осуществлять педагогическую поддержку и сопровождение обучающихся в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов»	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа

## **2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценки
ДПК-4 Способен осуществлять педагогическую поддержку и сопровождение обучающихся в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	<i>Знает:</i> - характеристику личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области; способы оказания индивидуальной	Посещение, конспект Контрольная работа, устный и письменный опрос Зачет с оценкой, курсовая работа	41-60

			<p>педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.</p> <p><i>Умеет:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов.</li> </ul>		
Продвинутый	<p>1 Работа на учебных занятиях.</p> <p>2. Самостоятельная работа.</p>	<p><i>Знает:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- характеристику личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области; способы оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.</li> </ul> <p><i>Умеет:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- оказывать адресную</li> </ul>	<p>Посещение, конспект Контрольная работа устный и письменный опрос</p> <p>Зачет с оценкой, курсовая работа</p>	41-60	

			<p>педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов.</p> <p><i>Владеет:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью и опытом применения в предметной области различных способов оказания адресной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.</li> </ul>		
СПК – 1 Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированным и в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.	Пороговый	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Работа на учебных занятиях.</li> <li>2. Самостоятельная работа.</li> </ol>	<p><i>Знает:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки;</li> <li>•значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира.</li> </ul> <p><i>Умеет:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•ясно и логично излагать полученные базовые знания;</li> </ul>	<p>Посещение, конспект Контрольная работа устный и письменный опрос  Зачет с оценкой, курсовая работа</p>	41-60

			<ul style="list-style-type: none"> <li>• демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами;</li> <li>• строить модели реальных объектов или процессов;</li> <li>• профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;</li> <li>• применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.</li> </ul>		
Продвинутый	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Работа на учебных занятиях.</li> <li>2. Самостоятельная работа.</li> </ol>	<p><i>Знает:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки;</li> <li>• значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира.</li> </ul> <p><i>Умеет:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ясно и логично излагать полученные базовые знания;</li> <li>• демонстрировать</li> </ul>	<p>Посещение, конспект Контрольная работа устный и письменный опрос</p> <p>Зачет с оценкой, курсовая работа</p>	61-100	

		<p>понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• строить модели реальных объектов или процессов;</li> <li>• профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;</li> <li>• применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.</li> </ul> <p><i>Владеет:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• способностью к логическому рассуждению;</li> <li>• моделированием для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;</li> <li>• владеет основными методами решения задач, сформулированным и в рамках предметных областей.</li> </ul>	
--	--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

## **6 семестр**

### **Примерные задания к текущему контролю по курсу Избранные вопросы геометрии, раздел Основания геометрии (контрольная работа)**

#### **Два варианта**

1. Пусть  $N$  – множество натуральных чисел.

Приведите на  $N$  примеры 1-местных отношений (для варианта 1), 2-местных отношений (для варианта 2), 3-местных отношений (для обоих вариантов).

2. Пусть – множество точек плоскости, - множество прямых этой плоскости.

Приведите на  $P$  и  $L$  примеры 1-местных отношений (для варианта 1), 2-местных отношений (для варианта 2), 3-местных отношений (для обоих вариантов).

3. Приведите примеры отношений, порожденных отображениями, данных множеств (для обоих вариантов).

4. Рассмотрите другие множества и выполните для них задания 1-3 (для обоих вариантов)..

5. Аксиомы. Структуры на множествах. Базы структур.

**Задание:** рассмотрите на примерах:

1) (для варианта 1) структура векторного пространства над полем действительных чисел; структура векторного  $n$ -мерного пространства над полем действительных чисел;

структурой векторного евклидова пространства над полем действительных чисел;

2) (для варианта 2) структура точечно-векторного  $n$ -мерного аффинного пространства над полем действительных чисел;

структурой точечно-векторного  $n$ -мерного евклидова пространства над полем действительных чисел.

6. Свойства систем аксиом: непротиворечивость, независимость и полнота. Как проверить эти свойства для системы аксиом?

**Задание: доказательство непротиворечивости**

1) (для варианта 1) системы аксиом векторного пространства над полем действительных чисел;

системы аксиом векторного  $n$ -мерного пространства над полем действительных чисел;

системы аксиом векторного евклидова пространства над полем действительных чисел;

2) (для варианта 2) системы аксиом точечно-векторного  $n$ -мерного аффинного пространства над полем действительных чисел;

системы аксиом точечно-векторного  $n$ -мерного евклидова пространства над полем действительных чисел;

3) (для обоих вариантов) аксиом принадлежности из системы аксиом Гильберта 3-мерного евклидова пространства.

**Задание: доказательство независимости**

1) (для варианта 1) аксиом размерности для системы аксиом векторного  $n$ -мерного пространства над полем действительных чисел;

2) (для варианта 2) аксиом принадлежности для системы аксиом точечно-векторного  $n$ -мерного евклидова пространства над полем действительных чисел.

**Задание: доказательство полноты**

1) (для варианта 1) системы аксиом Д. Гильберта 3-мерного евклидова пространства и

2) (для варианта 2) системы аксиом Вейля  $n$ -мерного евклидова пространства.

7. Эквивалентные аксиомы, эквивалентные группы аксиом, эквивалентные системы аксиом.

**Задание:**

1) (для варианта 1) примеры эквивалентных аксиом,

2) (для обоих вариантов) примеры эквивалентных групп аксиом (подробно об аксиомах движения),

3) (для варианта 2) примеры эквивалентных систем аксиом.

8. Сравнительный анализ систем аксиом Гильберта и Вейля евклидовой геометрии (для обоих вариантов).
9. Сравнительный анализ школьных систем аксиом по различным учебникам (для обоих вариантов).

#### **Примерные задания к зачету с оценкой по курсу Избранные вопросы геометрии, раздел Основания геометрии**

1. Доказательства непротиворечивости систем аксиом векторного пространства, нормированного векторного пространства, евклидова векторного пространства, аффинного пространства, евклидова аффинного пространства.
2. Найти ошибку в доказательстве.
3. Система аксиом Д. Гильберта евклидовой геометрии и ее непротиворечивость. Доказательства некоторых теорем.
4. Доказательства некоторых теорем евклидовой геометрии с использованием аксиоматики Д. Гильберта.
5. Доказательства некоторых теорем евклидовой геометрии с использованием аксиоматики Г. Вейля.
6. Доказательства непротиворечивости систем аксиом геометрии Лобачевского
7. Доказательства некоторых теорем геометрии Лобачевского в схеме Д. Гильберта и в схеме Г. Вейля.
8. Доказательство эквивалентности или неэквивалентности фигур относительно различных групп преобразований.
9. Вычисление расстояний в различных метриках на плоскости.

#### **Примерные темы курсовых работ по курсу Избранные вопросы геометрии, раздел Основания геометрии**

1. Развитие геометрии до Евклида и "Начала" Евклида.
2. "Начала" Евклида, их значение для геометрии.
3. Попытки доказательства пятого постулата Проклум, О. Хайяном, Валлисом, Д. Саккери, И. Ламбертом, А. Лежандром.
4. Открытие неевклидовой геометрии Н. И. Лобачевским, К. Ф. Гауссом, Я. Бояи.
5. Работы по обоснованию неевклидовой геометрии (поиск интерпретаций) Э. Бельтрами, Ф. Клейна, А. Пуанкаре и др.
6. Пополнение системы аксиом Евклида М. Пашем и Д. Гильбертом.
7. Пространства постоянной кривизны. Геометрии Евклида, Лобачевского и Римана (в узком смысле) как римановы геометрии.
8. Метрический подход к геометрии и специальная теория относительности (СТО). Некоторые факты из СТО.
9. Системы аксиом школьного курса геометрии (Погорелова, Колмогорова, Атанасяна и др.). Их сравнительная характеристика.

#### **Примерные теоретические вопросы к зачету с оценкой за 6 семестр**

1. Отношения на множествах. Аксиомы. Структуры на множествах. Базы структур.
2. Свойства систем аксиом: непротиворечивость, независимость и полнота.
3. Эквивалентные аксиомы, группы аксиом, системы аксиом.
4. Система аксиом Д. Гильберта евклидовой геометрии.

5. Система аксиом Вейля евклидовой геометрии.
6. Групповой подход к геометрии. "Эрлангенская программа" Ф. Клейна. Примеры различных групп преобразований и соответствующих им геометрий. Классификация фигур относительно групп преобразований.
7. Метрический подход к геометрии. Геометрические идеи Римана.
8. Гиперболическая, евклидова и эллиптическая геометрии и их формы.
9. Обоснование евклидовой геометрии Д. Гильбертом.
10. Доказательство непротиворечивости, независимости и полноты системы аксиом Д. Гильberta.
11. Аксиомы конгруэнтности и аксиомы движения.
12. Построение геометрии по Д. Гильберту. Доказательство некоторых теорем евклидовой геометрии.
13. Обоснование евклидовой геометрии Вейлем.
14. Доказательство непротиворечивости, независимости и полноты системы аксиом Вейля.
15. Построение геометрии по Вейлю. Доказательство некоторых теорем евклидовой геометрии.
16. Системы аксиом школьного курса геометрии (Погорелова, Колмогорова, Атанасяна и др.). Их сравнительная характеристика.
17. Аксиомы "плоской" геометрии Лобачевского, непротиворечивость, независимость и полнота.
18. Параллельность прямых в геометрии Лобачевского.
19. Некоторые замечательные факты геометрии Лобачевского.
20. Аксиомы "плоской" эллиптической геометрии, их непротиворечивость, независимость и полнота.
21. Связь эллиптической и проективной геометрий. Сферическая геометрия.
22. Некоторые замечательные факты эллиптической геометрии.
23. Понятие о величине.
24. Вычисление длин, площадей и объемов в аксиоматике Д.Гильберта евклидовой геометрии. Теоремы существования и единственности.
25. Вычисление длин, площадей и объемов в аксиоматике Вейля евклидовой геометрии. Теоремы существования и единственности.

## 7 семестр

### Примерные задания к текущему контролю в 7 семестре

#### Примерные тесты по курсу Избранные вопросы геометрии, раздел

Дифференциальная геометрия (можно использовать для контрольной работы – тогда писать полные решения)

#### Вариант ab (Цифра n равна сумме a+b).

**1.** Кривая задана параметрически на евклидовой плоскости:

$$r(t)=\{a \sin 2bt, a \cos 2bt\}, a, b \in Z, t \in [0, \pi]$$

1) В точке  $t_0=(2n\pi)/2$ , где  $n \in Z$ , найти касательный и нормальный векторы кривой:

a)  $r'(t_0)=\{2ab, 0\}$ ,  $n(t_0)=\{0, 2ab\}$ ,

b)  $r'(t_0)=\{0, 2ab\}$ ,  $n(t_0)=\{2ab, 0\}$ ,

c)  $r'(t_0)=\{2ab, 2ab\}$ ,  $n(t_0)=\{-2ab, 2ab\}$ .

2) Найти длину кривой от  $t = 0$  до  $t = 2\pi$ :

a)  $2\pi b$ , b)  $4\pi/ab$ , c)  $2\pi a$ .

3) Выразить параметр  $t$  через натуральный параметр  $s$  кривой:

a)  $t = 2ab s$ , b)  $t = 2ab / s$ , c)  $t = s / 2ab$ .

4) Найти кривизну кривой в точке  $to=\pi/2$ :

a)  $a$ , b)  $1/a$ , c)  $b$ .

2. Кривая задана параметрически в трехмерном евклидовом пространстве:

$$r(t)=\{at, b \ln t, t\}, a, b \in \mathbb{Z}, t > 0.$$

1) В точке  $to=n$ , где  $n \in \mathbb{Z}$ , найти векторы касательный, бинормали и главной нормали кривой:

a)  $r'(to)=\{a, b/n, 1\}$ ,  $b(to)=\{0, -b/n^2, 0\}$ ,  $n(to)=\{b/n^2, 0, -ab/n^2\}$ ,

b)  $r'(to)=\{n, bt, 1\}$ ,  $b(to)=\{b/n^2, 0, -ab/n^2\}$ ,  $n(to)=\{ab^2/n^3, -b/n^2 - ba^2/n^2, b^2/n^3\}$ ,

c)  $r'(to)=\{a, b/n, 1\}$ ,  $b(to)=\{b/n^2, 0, -ab/n^2\}$ ,  $n(to)=\{ab^2/n^3, -b/n^2 - ba^2/n^2, b^2/n^3\}$ .

Написать уравнения спрямляющей, нормальной и соприкасающейся плоскостей кривой в данной точке.

2) Найти кривизну  $k$  и кручение  $\alpha$  кривой в точке  $to=1$ :

a)  $k = 0$ ,  $\alpha = ab$ ,

b)  $k = /b/\sqrt{a^2 + b^2 + 1}^{3/2}$ ,  $\alpha = 0$ ,

c)  $k = \frac{(a^2 + b^2 + 1)}{b^2 + a^2 b^2}^{1/2}$ ,  $\alpha = 0$ .

3. В трехмерном евклидовом пространстве задана сфера

$$r(q, j)=\{R \sin q \cos j, R \sin q \sin j, R \cos q\}.$$

1) Найти нормальный вектор поверхности при  $q = \pi/2, j = \pi/2$ :

a)  $n = \{0, 0, 0\}$ , b)  $n = \{0, a^2, 0\}$ , c)  $n = \{a, 0, a\}$ .

Написать уравнения нормали и касательной плоскости к сфере в данной точке.

2) Найти среднюю и полную (гауссову) кривизны сферы:

a)  $H = 1/R$ ,  $K = 1/R^2$ , b)  $H = 2/R$ ,  $K = -1/R^2$ , c)  $H = R$ ,  $K = 1/R^2$ .

### Примерные задания к зачету с оценкой по курсу Избранные вопросы геометрии, раздел Дифференциальная геометрия

1. Кривая на плоскости задана параметрически радиус-вектором

$$(t)=\{a \cos t, b \sin t\}, a, b,$$

Задать ее в виде графика функции или неявно. Выяснить расположение кривой на плоскости и нарисовать ее.

2. Кривая на плоскости задана параметрически

1) при

2) при ;

3) при ;

4) при

Задать ее в виде графика функции или неявно. Выяснить расположение кривой на плоскости и нарисовать ее.

3. Кривая в пространстве задана радиус-вектором

$$(t)=\{a \cos t, a \sin t, bt\}, a, b, a, b > 0,$$

Выяснить расположение кривой в пространстве и по возможности нарисовать ее.

4. Показать, что кривая

лежит на сфере.

5. Кривая на плоскости задана радиус-вектором

$$(t)=\{at \cos t, bt \sin t\}, a, b,$$

Написать уравнения касательной и нормали при .

6. Кривая на плоскости задана параметрически

1) , ;

2) , ;

3) , ;

4) , .

Написать уравнения касательной и нормали при .

7. Кривая задана неявно:

Написать уравнения касательной и нормали при .

8. Кривая задана графиком функции .

Написать уравнения касательной и нормали при .

9. Найти угол между кривыми в точке их пересечения:

1) и  $y = \frac{k}{x}$ ,

2) и .

10. Напишите уравнение касательной прямой и нормальной плоскости кривой  $\gamma$ , заданной параметрически в трехмерном пространстве, при  $t = t_0$ .

Определите класс гладкости кривой.

1),

2),

3),

4).

11. Кривая задана как пересечение двух поверхностей:

1)

2)

3)

Написать уравнения касательной и нормальной плоскости к кривой точке .

12. Найти векторы канонического репера кривой

в начале координат.

13. Кривая задана параметрическими уравнениями

Написать уравнение касательной прямой, нормальной плоскости, бинормали, главной нормали, соприкасающейся и спрямляющей плоскости в точке .

14. Найти точки на кривой , в которых бинормаль параллельна плоскости .

15. Даны параметрические уравнения кривой на плоскости или в пространстве. Найти какую-нибудь кривую, имеющую с данной кривой в данной точке касание 1, 2, 3 порядка. На плоскости рассмотреть кривые

1) в точке ,

2) в точке ,

3) в точке .

16. Найти длину астроиды

17. Найти длину замкнутой кривой

18. Даны параметрические уравнения винтовой линии

Записать кривую через натуральный параметр  $s$ . Выяснить длину вектора  $r'(s)$  и направление вектора  $r''(s)$ .

19. Даны параметрические уравнения кривой

1) Записать кривую через натуральный параметр  $s$ .

2) Найти векторы скорости, главной нормали и бинормали, выраженные через натуральный параметр.

- 3) Найти кривизну и кручение кривой, используя натуральный параметр.
- 4) Найти кривизну и кручение кривой, используя вычислительные формулы для их нахождения.
- 20.** Определить расположение и вид координатных линий на поверхности
- 1) конуса , где ,
  - 2) цилиндра  $(j, z)=\{R \cos j, R \sin j, z\}$ ,
  - 3) сферы  $(q, j)=\{R \sin q \cos j, R \sin q \sin j, R \cos q\}$ ,
  - 4) катеноида  $(u, j)=\{R \operatorname{ch} u \cos j, R \operatorname{ch} u \sin j, R u\}$ ,
  - 5) геликоида  $(u, v)=\{u \cos v, u \sin v, k v\}$ .
- 21.** Написать уравнения касательной и нормали в данной точке для поверхности
- 1) конуса , где , в точке ,
  - 2) цилиндра  $(j, z)=\{R \cos j, R \sin j, z\}$ , где , в точке ,
  - 3) сферы  $(q, j)=\{R \sin q \cos j, R \sin q \sin j, R \cos q\}$ , где , , в точке ,
  - 4) катеноида  $(u, j)=\{R \operatorname{ch} u \cos j, R \operatorname{ch} u \sin j, R u\}$ , где , в точке ,
  - 5) геликоида  $(u, v)=\{u \cos v, u \sin v, k v\}$  в точке .
- 22.** Написать уравнения касательной и нормали в точке для сферы .
- 23.** Написать уравнения касательной и нормали в точке для параболического цилиндра
- 24.** Найти какую-нибудь поверхность, имеющую с конусом , где в точке касание 1, 2, 3 порядка.
- 25.** Найти гауссову и среднюю кривизны цилиндра  $\vec{r}(j, z)=\{R \cos j, R \sin j, z\}$  в точке , используя первую и вторую квадратичные формы поверхности, а также используя главные нормальные кривизны поверхности.

### Примерные теоретические вопросы к зачету с оценкой по курсу Избранные вопросы геометрии, раздел Дифференциальная геометрия

1. Векторные функции одной и нескольких переменных: свойства, дифференцирование, разложение в ряд Тейлора.
2. Кривые в евклидовом пространстве: элементарная кривая, простая кривая, общая кривая. Регулярная кривая класса  $C^{(K)}$ , гладкая кривая.
3. Различные способы задания плоских кривых: параметрическое, графиком функции, неявное.
4. Различные способы задания кривых в пространстве: параметрическое, как пересечение двух поверхностей.
5. Касание кривых. Касательная к кривой. Соприкасающаяся окружность. Угол между кривыми.
6. Касание кривой и поверхности. Соприкасающаяся плоскость. Соприкасающаяся сфера.
7. Кривые на плоскости: касательная, соприкасающаяся окружность. Нормаль к плоской кривой.
8. Кривые в пространстве: касательная, соприкасающаяся окружность. Нормальная, соприкасающаяся и спрямляющая плоскости. Главная нормаль и бинормаль. Соприкасающаяся сфера.
9. Длина кривой. Независимость длины кривой от параметра.
10. Натуральный параметр на кривой (естественная параметризация кривой). Векторы скорости и ускорения кривой, заданной через натуральный параметр.
11. Кривые на плоскости: кривизна и ее свойства. Формулы Френе на плоскости. Натуральные уравнения кривой.
12. Кривые в пространстве: кривизна, кручение и их свойства. Формулы Френе в пространстве. Натуральные уравнения кривой.

13. Понятие о вычислительных формулах для кривизны и кручения кривой.
14. Поверхности в евклидовом пространстве: элементарная поверхность, простая поверхность, общая поверхность. Регулярная поверхность класса  $C^{(K)}$ , гладкая поверхность.
15. Различные способы задания поверхностей: параметрическое, графиком функции, неявное.
16. Касательная плоскость к поверхности. Соприкасающийся параболоид к поверхности. Классификация точек поверхности.
17. Первая квадратичная форма поверхности в трехмерном евклидовом пространстве (индуцированная метрика на поверхности). Свойства первой квадратичной формы.
18. Использование первой квадратичной формы поверхности для вычисления длины кривой, лежащей на поверхности.
19. Использование первой квадратичной формы поверхности для вычисления угла между кривыми, лежащими на поверхности.
20. Использование первой квадратичной формы поверхности для вычисления площади области, лежащей на поверхности.
21. Понятие о второй и третьей квадратичных формах поверхности в трехмерном евклидовом пространстве.
22. Кривизна кривой, лежащей на поверхности. Нормальная кривизна поверхности в данном направлении.
23. Плоские и нормальные сечения поверхности, нормальные кривизны поверхности. Главные нормальные сечения поверхности, главные (нормальные) кривизны поверхности. Главные направления на поверхности.
24. Средняя и полная (гауссова) кривизны поверхности. Примеры поверхностей положительной, отрицательной и нулевой полной кривизны.
25. Понятие о вычислительных формулах для главных кривизн, средней и полной кривизнах поверхности.
26. Понятие о внутренней и внешней геометрии поверхности. Роль первой и второй квадратичных форм.
27. Нормальная и геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезические линии. Свойства геодезических.
28. Понятие о теореме Гаусса-Бонне и следствии из нее о сумме углов геодезического многоугольника, лежащего на поверхности.
29. Понятие о римановой метрике в пространстве и индуцированной римановой метрике на поверхности.

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**Процедура оценивания знаний и умений состоит из следующих составных элементов.**

Основными формами текущего контроля являются проверка посещаемости, конспектов, работы студентов на занятиях, контрольной работы, зачеты в 6 и 7 семестрах, курсовая работа.

#### **Требования к аттестации студентов**

Процедура оценивания знаний и умений состоит из следующий составных элементов.

1. Учет посещаемости лекционных и практических занятий осуществляется по ведомости представленной ниже в форме таблицы.

№ п/п	Фамилия И.О.	Посещение занятий						Итого %
		1	2	3	4	...	9	
1.								
2.								

2. Баллы выставляются в соответствии со следующей таблицей.

№ п/п	Фамилия И.О.	Сумма баллов, набранных в семестре			Контрольная работа	Зачет	Общее число баллов
		Посещение занятий	Наличие конспектов	Работа на занятиях			
		10	10	10	30	40	100
1.							
2.							

Оценка за зачет составляет 40 баллов. Экзаменационный билет и зачетное задание состоят из двух вопросов (по 20 баллов за ответ на каждый из двух вопросов). Допускается письменная сдача зачета.

При невыполнении контрольной работы (по 10 баллов за каждую часть) студент не допускается к зачету.

Баллы за контрольную работу, наличие конспектов и за работу на занятиях выставляются в зависимости от процентов от количества выполненных заданий, полного количества конспектов и общего количества занятий аналогично учету посещаемости.

Студент считается аттестованным, если он набрал за семестр 41-100 баллов.

### 3. Шкала оценок при 40-балльной системе за зачёт

Оценка по 5-балльной системе		Оценка по 40-балльной системе
5	Отлично	31-40
4	Хорошо	21-30
3	Удовлетворительно	11-20
2	Неудовлетворительно	0-10

Оценка "отлично" характеризует полное усвоение теоретического и практического материала: студент владеет *всеми* понятиями курса, умеет доказать *все* теоремы из лекционного курса и решает *все* задачи и примеры из приведенных заданий.

Оценка "хорошо" характеризует основное усвоение теоретического и практического материала: студент владеет *всеми* понятиями курса, умеет доказать *основные* теоремы из лекционного курса и решает *основные* задачи и примеры из приведенных заданий.

Оценка "удовлетворительно" характеризует знание (*без доказательства*) *основных* теорем и формул курса, *основных* понятий и умение решать задачи, являющиеся обобщением задач *школьного курса* математики.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется студенту, если он *не знает* основных понятий, основных теорем и формул курса и *не умеет* решать задачи, являющиеся обобщением задач *школьного курса* математики.

## **Процедура оценивания курсовой работы**

Оценка "отлично" 81-100 баллов ставится, если студент подробно разобрал теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы, овладел всеми понятиями, умеет доказывать все теоремы, задачи и примеры из своей курсовой работы, выступает на защите уверенно, отвечает подробно на поставленные вопросы.

Оценка "хорошо" 61-80 баллов ставится, если студент подробно разобрал теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы, практически овладел всеми понятиями, умеет доказывать практически все теоремы, задачи и примеры из своей курсовой работы, выступает на защите уверенно, отвечает на поставленные вопросы.

Оценка "удовлетворительно" 41-60 баллов ставится, если студент разобрал основной теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы, овладел большинством понятий, но не умеет доказывать большинство теорем, задач и примеров из своей курсовой работы, выступает на защите неуверенно, отвечает не на все поставленные вопросы.

Оценка "неудовлетворительно" до 40 баллов ставится, если студент не разобрал основной теоретический и практический материал, относящийся к теме своей курсовой работы, не овладел большинством понятий, не умеет доказывать теоремы, задачи и примеры из своей курсовой работы, выступает на защите неуверенно, не отвечает на поставленные вопросы.