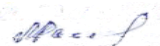


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Наумова Наталия Александровна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 24.10.2020 14:21:41  
Уникальный программный ключ:  
6b5279da4e034bffa679172803da5b7b559fc69e2

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ**  
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области  
**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
(МГОУ)

Физико-математический факультет  
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания  
математики

УТВЕРЖДЕН на заседании кафедры  
Протокол от «31» 05 2020 г., № 11  
Зав. Кафедрой  / Рассудовская М.М./

**ФОНД  
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине  
**Алгебра**

Направление подготовки  
**44.03.01 Педагогическое образование**

Профиль  
**Математика**

Мытищи  
2020

Автор-составитель:

Пинчук И.А. доцент кафедры высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики, кандидат физико-математических наук

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Алгебра» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Математика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.2018 г. № 121.

Дисциплина входит в обязательную часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2020

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Изучение дисциплины «Алгебра» позволяет сформировать у бакалавров следующие компетенции. (Из РПД)

| Код и наименование компетенции                                                                        | Этапы формирования                                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| <b>ОПК – 8</b> Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний | 1. Работа на учебных занятиях<br>2. Самостоятельная работа |

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания (из РПД)

| Оцениваемые компетенции | Уровень сформированности | Этап формирования                                          | Описание показателей                                                                                                                                                                                                                                                                            | Критерии оценивания                                                                  | Шкала оценивания |
|-------------------------|--------------------------|------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| ОПК-8                   | Пороговый                | 1. Работа на учебных занятиях<br>2. Самостоятельная работа | <i>Знать:</i> педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний<br><br><i>Уметь:</i> осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний                                                                                                               | Текущий контроль (выполнение расчетных работ), промежуточный контроль (тестирование) | 0-60             |
|                         | Продвинутый              | 1. Работа на учебных занятиях<br>2. Самостоятельная работа | <i>Знать:</i> педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний<br><br><i>Уметь:</i> осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний<br><br><i>Владеть:</i> способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний | Текущий контроль (выполнение расчетных работ), промежуточный контроль (тестирование) | 61-100           |

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

## **1 курс, 1 семестр.**

**Домашние задания по дисциплине (предусмотрено)**

### **ТЕМЫ 1-3.**

**Задания:**

1. Найти возможную сумму матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти возможные произведения матриц

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Перемножить матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ , если это возможно.

4. Показать, что  $(A \bullet B)^T = B^T \bullet A^T$  для  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

5. Решить уравнение  $A \bullet X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -0,4 & 0,3 \\ 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$ .

Сделать проверку.

6. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & 0 & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

7. Решите уравнение. Выберите верный ответ.

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ x & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 2x \end{vmatrix} = 10. \quad \text{ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1). } \{-4; 2\}. \quad 2). \{-5; 3\}. \quad 3). \{-2; 0\}.$$

8. Найти коэффициент при  $x$  в разложении определителей

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & x & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & x & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & x & 3 \\ 3 & 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & x & 2 \\ 4 & -1 & 5 & x & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

9. При помощи алгебраических дополнений найдите обратную матрицу для матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

Выберите верный ответ. ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1). \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}. \quad 2). \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}. \quad 3). \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

10. Для данных матриц найти обратные матрицы. Сделать проверку.

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & -5 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

11. Решить систему линейных уравнений

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5,$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1,$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1,$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5.$$

Если  $x_1 = c_1, x_2 = c_2, x_3 = c_3, x_4 = c_4$  – решение системы, то сумма  $c_1 + c_2 + c_3 + c_4$  равна:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0; 2) 1; 3) -2; 4) -1.

12. Решить систему линейных уравнений  $\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 2x + 5y = -3. \end{cases}$  методом Крамера:

Если  $x_1 = c_1, x_2 = c_2$ , – решение системы, то сумма  $c_1 + c_2$  равна:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) 2.

13. Решить системы линейных уравнений при помощи обратных матрица (матричный способ решения уравнений):

$$3x_1 - x_2 + 7x_3 = 10,$$

$$-2x_1 + x_2 - 5x_3 = -7,$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = -1. \text{ Сделать проверку.}$$

14. Решить матричное уравнение  $X \cdot A = B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$

Сделать проверку.

15. Решить матричное уравнение  $A \cdot X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 3 \\ 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Сделать проверку.

### Контрольные работы по дисциплине «алгебра» (предусмотрено)

#### Контрольная работа №1 (по теме 1)

##### ВАРИАНТ №1

1. Найти возможную сумму матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить  $(A \cdot C - 3B)^T$  для  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ .

##### ВАРИАНТ №2

1. Найдите  $f(A)$ . Дано:  $f(x) = 3x - 7$ ,  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ .

2. Будут ли матрицы  $M = \begin{pmatrix} -11 & -2 & -7 \\ 5 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $K = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ -2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$  обратными друг другу?

Почему?

##### ВАРИАНТ №3

1. Найдите  $B = (A + 2E)^2 \cdot (A^2 - E)$  для  $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

2. Вычислите произведения матриц  $AB$  и  $BA$  (если это возможно):

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

##### ВАРИАНТ №4.

1. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Найдите  $B = (A - 2E)^2 \cdot (A - E)$ .

2. Найти возможные произведения матриц

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

### ВАРИАНТ №5

1. Дано:  $f(x) = 2x^2 + x + 1$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ . Найдите  $f(A)$ .

2. Верно ли, что  $A \bullet A^T = A^T \bullet A$  для матрицы  $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ ?

### ВАРИАНТ №6.

1. Найдите  $B = (A - 2E)^2 \cdot (A + E)$  для  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

2. Чему равны ли произведения матриц  $AB$  и  $BA$ ?  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & 12 \\ -6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 1/2 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

### ВАРИАНТ №7

1. Найти возможную сумму матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить  $(A^T \cdot C + 3B)^T$  для  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

### ВАРИАНТ №8

1. Найдите  $f(A)$  если  $f(x) = 2x^2 - x + 3$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

2. Вычислите произведения матриц  $GL$  и  $LG$ , если  $G = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $L = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -4 & -2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

### ВАРИАНТ №9

1. Дано:  $f(x) = x^2 + 4x + 1$ ,  $A = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Найдите  $f(A)$ .

2. Показать, что  $(A \bullet B)^T = B^T \bullet A^T$  для  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

**ВАРИАНТ №10**

1. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Найдите  $B = (A+E)^2 \cdot (A-E)$ .

2. Вычислить  $(A \cdot C^T + 3B)^T$  для  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа №2 (по теме 2)****ВАРИАНТ 1.**

1. Найти коэффициент при  $x$  в разложении определителя

$$\begin{vmatrix} 1 & x & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & x & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

2. Решить матричное уравнение  $X \cdot A = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

**ВАРИАНТ 2.**

1. Найти коэффициент при  $x$  в разложении определителя:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 3 & x \\ 3 & 3 & 2 & 5 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & 2 & 4 \\ -1 & -1 & 2 & -2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 & -1 & x \end{vmatrix}$$

2. Решить матричное уравнение  $X \cdot A = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -16 & 10 & 3 \\ -24 & 15 & 4 \\ -35 & 22 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

**ВАРИАНТ 3.**

1. Найдите коэффициент при  $x$  в разложении определителя

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 2 & 5 & -4 \\ 3 & 1 & -1 & 5 & 1 \\ x & -1 & 2 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Решить уравнение  $A \cdot X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -11 & -2 & -7 \\ 5 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

**ВАРИАНТ 4**

1. Найдите коэффициент при  $x$  в разложении определителя

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & x & 3 \\ 3 & 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & x & 2 \\ 4 & -1 & 5 & x & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Решить матричное уравнение  $A \cdot X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -5 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & 7 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

### ВАРИАНТ 5.

1. Найдите коэффициент при  $x$  в разложении определителя

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & -7 & -5 & -11 \\ 1 & x & x & -6 & -2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & x & x & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

2. Решить матричное уравнение  $A \cdot X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 3 \\ 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

### ВАРИАНТ 6.

1. Найдите коэффициент при  $x$  в разложении определителя

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 & 2 & -3 \\ x & 3 & 4 & 2 & 3 \\ x & 5 & -1 & 2 & -3 \\ 6 & 7 & 1 & 8 & -1 \\ 2 & -2 & 3 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Решить матричное уравнение  $A \cdot X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### ВАРИАНТ 7.

1. Найдите коэффициент при  $x$  в разложении определителя

$$\begin{vmatrix} 11 & 4 & -14 & 6 & -1 \\ 2 & 6 & 1 & -8 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & x & -1 & -3 & x \\ 1 & -1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Решить матричное уравнение  $X \cdot A = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -11 & -2 & -7 \\ 5 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

**ВАРИАНТ 8.**1. Найдите коэффициент при  $x$  в разложении определителя

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & x & -1 \\ 1 & 4 & -1 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & x & -6 \\ 8 & 6 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Решить матричное уравнение  $X \cdot A = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -2 & -6 & 5 \\ -4 & -9 & 8 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ **ВАРИАНТ 9.**1. Найдите коэффициент при  $x$  в разложении определителя

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 & 2 & 3 \\ 4 & x & 7 & 1 & x \\ 3 & 1 & 3 & -2 & 4 \\ -3 & 5 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Решить матричное уравнение  $A \cdot X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} \\ 3 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ **ВАРИАНТ 10.**1. Найдите коэффициент при  $x$  в разложении определителя определителя

$$\begin{vmatrix} x & 2 & 3 & 1 & x \\ 3 & 4 & 5 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 6 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

2. Решить матричное уравнение  $A \cdot X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **Контрольная работа №3 (по теме 3)****ВАРИАНТ № 1**

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 3x_5 = 3,$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 1,$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 2,$$

$$x_1 + 15x_2 + 6x_3 - 19x_4 + 9x_5 = 9.$$

2. Решить систему линейных уравнений двумя методами: матричным и Крамера.

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 = 4,$$

$$-3x_1 + 2x_3 = 4,$$

$$-6x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 4.$$

### ВАРИАНТ № 2

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1,$$

$$3x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = -6,$$

$$x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 2,$$

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = -1.$$

2. Решить систему линейных уравнений двумя методами: матричным и Крамера.

$$-11x_1 - 2x_2 - 7x_3 = 2,$$

$$5x_1 + x_2 + 3x_3 = -7,$$

$$-2x_1 - x_3 = -2.$$

### ВАРИАНТ № 3

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 2,$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_4 + 3x_5 = 3,$$

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1,$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1.$$

2. Решить систему линейных уравнений двумя методами: матричным и Крамера.

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 5,$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 = -7,$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 10.$$

### ВАРИАНТ № 4

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$x_1 + x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 15,$$

$$3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5,$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 5,$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6.$$

2. Решить систему линейных уравнений двумя методами: матричным и Крамера.

$$2x_1 + 4x_2 - x_3 = -3,$$

$$x_1 + x_3 = 2,$$

$$x_1 + x_2 = 1.$$

### ВАРИАНТ № 5

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = -5,$$

$$4x_1 + x_2 - 4x_3 - 6x_4 - 2x_5 = -11,$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0,$$

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 - 5x_5 = -6;$$

2. Решить систему линейных уравнений двумя методами: матричным и Крамера.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -5, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 = 13. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ № 6

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1,$$

$$3x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = 6,$$

$$x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 2,$$

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = -1.$$

2. Решить систему линейных уравнений двумя методами: матричным и Крамера

$$-3x_1 + 2x_3 = 4,$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 = 4,$$

$$-6x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 4.$$

### ВАРИАНТ № 7

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1,$$

$$2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 2x_5 = -1;$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 1,$$

$$3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 + 4x_5 = -1.$$

2. Решить систему линейных уравнений двумя методами: матричным и Крамера.

$$x_1 + x_2 = 1.$$

$$2x_1 + 4x_2 - x_3 = -3,$$

$$x_1 + x_3 = 2,$$

### ВАРИАНТ № 8

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 1,$$

$$2x_1 + 6x_2 + x_3 - 8x_4 + 7x_5 = 4,$$

$$11x_2 + 4x_3 - 14x_4 + 6x_5 = 3;$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 2..$$

2. Решить систему линейных уравнений двумя методами: матричным и Крамера

$$x_1 + x_2 + 3x_3 = -7,$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 5,$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 10.$$

### ВАРИАНТ № 9

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$6x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0,$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 1,$$

$$3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 + 4x_5 = -1,$$

$$2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 2x_4 - 6x_5 = 0.$$

2. Решить систему линейных уравнений двумя методами: матричным и Крамера.

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = -14, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ № 10

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 3,$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = -1,$$

$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 8x_4 = -7.$$

$$4x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 7,$$

2. Решить систему линейных уравнений двумя методами: матричным и Крамера.  $5x_1 + x_2 + 3x_3 = -7,$

$$-11x_1 - 2x_2 - 7x_3 = 2,$$

$$-2x_1 - x_3 = -2.$$

## 1 курс, 1 семестр.

### Вопросы к экзамену 1 (по темам 1-3) (проводится в устной форме) (предусмотрено)

1. Матрицы над полем. Операция сложения матриц. Свойства операции сложения.
2. Умножение матриц на действительное число. Свойства этой операции.
3. Умножение матриц. Свойства этой операции (ассоциативность, некоммутативность, нейтральный элемент). Обратные матрицы.
4. Транспонирование матриц, транспонирование произведения матриц.
5. Квадратные матрицы. Единичная матрица. Обратные и обратимые матрицы.
6. Определитель квадратной матрицы. Определитель 2,3 порядков. Определитель  $n$ -го порядка.
7. Алгебраические дополнения и миноры элемента определителя.
8. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).
9. Свойства определителя. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Определитель треугольного вида.
10. Вычисление обратной матрицы при помощи алгебраических дополнений.
11. Простейшие матричные уравнения, их решение.
12. Системы линейных уравнений (СЛУ). Решения СЛУ. Равносильные СЛУ.
13. Однородные и неоднородные СЛУ, свойства их решений.
14. Элементарные преобразования СЛУ. Равносильность СЛУ при элементарных преобразованиях.
15. Элементарные преобразования матриц.
16. Ступенчатые системы линейных уравнений. Приведение СЛУ к ступенчатому виду.
17. Матрицы, соответствующие СЛУ. Элементарные преобразования матриц. Ступенчатые матрицы. Ранг матрицы. Ранг СЛУ.
18. Теорема о числе решений систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Общие и частные решения систем линейных уравнений.
19. Запись и решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными в матричной форме.
20. Правило Крамера решения системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.

## 1 курс, 2 семестр.

### Домашние задания по дисциплине (по темам 4-7) (предусмотрено)

15. Является ли следующее правило алгебраической операцией? ( $\forall a, b \in Z$ )  $a * b = ab$ . Если да, то какими из свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов) эта операция обладает?

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) ассоциативность; 2) коммутативность; 3) наличие нейтрального элемента; 4) наличие симметрических элементов; 5) операция не является алгебраической.

16. Выбрать группы среди предложенных алгебр:

A)  $\langle T, * \rangle$ , где  $T = \{f(x) = a_1 x^2 + a_2 x + a_3 \mid a_i \in Z, 1 \leq i \leq 3\}$ , операция  $*$  - обычное сложение многочленов;

B)  $\langle M, \oplus \rangle$ , где  $M = \{ (a, b) \mid a, b \in \mathbb{N} \}$ , а операция  $\oplus$  определена так:  
 $(\forall (a_1, b_1), (a_2, b_2) \in M) \quad (a_1, b_1) \oplus (a_2, b_2) = (a_1 a_2, b_1 b_2)$ ;

C)  $\langle \mathbb{Z}, \# \rangle$ , где  $(\forall a, b \in \mathbb{Z}) \quad a \# b = ab$ ;

D)  $\langle S, \clubsuit \rangle$ , где  $S = \{ a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{N} \}$ , а операция  $\clubsuit$  определена так:  
 $(\forall \alpha, \beta \in S) \quad \alpha \clubsuit \beta$  - обычное умножение.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) B; 2) C; 3) A; 4) D.

17. Найдите наибольший общий делитель  $d$  целых чисел  $a = 1224$ ,  $b = 1610$ .

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 3; 2) 2; 3) 1; 4) 12.

4. Указать действительную часть комплексного числа  $\frac{(1+2i)^3 - (3-2i)^2}{2-i} + \frac{1}{(5-i)^2}$ .

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1)  $-\frac{38}{5}$ ; 2)  $\frac{38}{5}$ ; 3)  $\frac{7}{5}$ ; 4)  $\frac{13}{5}$ .

18. Аргумент комплексного числа  $\left( \frac{3 - \sqrt{27}i}{-5i} \right)^{55}$  равен

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1)  $-\frac{5\pi}{6}$ ; 2)  $\frac{7\pi}{6}$ ; 3)  $\frac{\pi}{6}$ ; 4)  $\frac{5\pi}{6}$ .

19. Вычислить:  $\frac{(1+i)}{(3-i)} + \frac{(3+i)}{(5-i)}$ .

20. Решить квадратное уравнение  $2z^2 - z + 5 = 0$  в поле  $\mathbb{R}$ , в поле  $\mathbb{C}$ . Сделать проверку.

21. Является ли следующее правило алгебраической операцией? Если да, то какими из свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов) эта операция обладает?  $(\forall m, n \in \mathbb{N}) \quad m \circledast n = m^2 n^2$ . Является ли группой данное множество с данной операцией?

**Контрольные работы по дисциплине «алгебра» (предусмотрено)**

**Контрольная работа №1 (по теме 6)**

### ВАРИАНТ 1

1. Вычислить:  $\frac{(1+2i) - (3-2i)^2}{2-i} + \frac{1}{(5-i)}$ .
2. Решить квадратное уравнение  $z^2 - z + 5 = 0$  в поле  $\mathbb{R}$ , в поле  $\mathbb{C}$ . Сделать проверку.
3. Вычислить  $\left(\frac{3-\sqrt{27}i}{-5i}\right)^{55}$ , используя тригонометрическую форму комплексных чисел. Ответ дать в алгебраической форме.
4. Уравнение  $x^4 = -81$  решить в поле комплексных чисел. Сделать проверку (для двух значений).

### ВАРИАНТ 2

4. Вычислить:  $\frac{(5+3i)}{-i} - \frac{(3+i)}{-2i} + \frac{i}{1+i}$ .
5. Решить квадратное уравнение  $z^2 - 2z + 5 = 0$  в поле  $\mathbb{R}$ , в поле  $\mathbb{C}$ . Сделать проверку.
6. Вычислить  $\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{5i}\right)^{28}$ , используя тригонометрическую форму комплексных чисел. Ответ дать в алгебраической форме.
7. Вычислить  $\sqrt[3]{-1-i}$ , используя тригонометрическую форму комплексных чисел. Сделать проверку (для двух значений).

### ВАРИАНТ 3

4. Вычислить:  $\frac{(1+i)}{(3-i)} + \frac{(3+i)}{(5-i)}$ .
5. Решить квадратное уравнение  $2z^2 - z + 5 = 0$  в поле  $\mathbb{R}$ , в поле  $\mathbb{C}$ . Сделать проверку.
6. Вычислить  $\left(\frac{-\sqrt{3}+i}{-2-2i}\right)^{12}$ , используя тригонометрическую форму комплексных чисел. Ответ дать в алгебраической форме.
7. Уравнение  $x^4 = 225$  решить в поле комплексных чисел. Сделать проверку (для двух значений).

### ВАРИАНТ 4

4. Вычислить:  $-2\frac{(2-3i)}{2-i} + \frac{(-i)(3+i)}{1-i}$ .
5. Решить квадратное уравнение  $2z^2 - 3z + 2 = 0$  в поле  $\mathbb{R}$ , в поле  $\mathbb{C}$ . Сделать проверку.
6. Вычислить  $\left(\frac{-3+i\sqrt{27}}{\sqrt{75}-5i}\right)^{16}$ , используя тригонометрическую форму комплексных чисел. Ответ дать в алгебраической форме.
7. Уравнение  $x^3 = -343$  решить в поле комплексных чисел. Сделать проверку (для двух значений).

**Вопросы к экзамену1 (по темам 4-6) (проводится в устной форме) (предусмотрено)**

1. Алгебраическая операция на множестве, примеры. Свойства бинарной алгебраической операции.
  2. Группа. Примеры групп. Простейшие свойства группы.
  3. Кольцо. Примеры колец. Простейшие свойства кольца.
  4. Поле. Примеры полей. Его простейшие свойства.
  5. Подгруппа. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество группы являлось ее подгруппой.
  6. Подкольцо. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество кольца являлось его подкольцом.
  7. Подполе. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество поля являлось его подполем.
  8. Кольцо целых чисел. Делимость в кольце целых чисел.
  9. Деление с остатком в кольце целых чисел.
  10. Наибольший общий делитель целых чисел. Алгоритм Евклида.
  11. Линейное выражение НОД,
  12. Наименьшее общее кратное целых чисел.
  13. Простые и составные числа.
  14. Разложение целого числа в произведение простых чисел.
  15. Поле комплексных чисел как расширение поля действительных чисел.
  16. Алгебраическая форма комплексных чисел, операции с ними.
  17. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними.
  18. Тригонометрическая форма комплексного числа.
  19. Корни из комплексных чисел.
  20. Корни  $n$ -й степени из единицы.
- Решение двучленных уравнений

## 2 курс, 3 семестр.

### Домашние задания по дисциплине (предусмотрено)

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно).
1.  $f(x) = x^5 + x^4 + x^3 - 2x^2 + 2x + 3$ ,  $g(x) = x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 8x + 3$ . Сделать проверку.
2. Определить показатель кратности корня  $x_0 = 2$  многочлена  $f(x) = x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 22x^3 + 21x^2 - 12x + 4$ .
3. При помощи алгоритма Эвклида найти НОД многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ ,  $g(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$ . Сделать проверку.
4. Выразить НОД многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ ,  $g(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
5. Найти НОК многочленов  $f(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$ ,  $g(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ , зная их НОД (задание 1). Сделать проверку

6. Представить многочлены  $f(x) = (x^2+4)(x^2-4)(x^2-3x+2)(x+1)$ ,  $g(x) = (x^3-4x)(x^2+2x+1)(x-2)$  над  $\mathbb{R}$  в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .
7. Является ли подгруппой аддитивной группы действительных матриц 2-го порядка множество матриц вида  $\begin{pmatrix} x & 0 \\ y & 0 \end{pmatrix}$  с целыми элементами?
8. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби  $\frac{\sqrt[3]{2}+1}{-\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}+3}$ , применив метод, использованный при доказательстве соответствующей теоремы.
9. Докажите изоморфизм колец  $K_1 = \langle \{a+b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}, +, \bullet \rangle$  и  $K_2 = \left\langle \begin{pmatrix} a & -3b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\rangle, +, \bullet \rangle$ .
1. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 + x^3 - 5x^2 + 2 = 0$ .
2. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнение  $2x^3 + 3x^2 - 3x - 9 = 0$ .
3. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 24x^4 - 42x^3 - 77x^2 + 56x + 60$ .
4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = 6x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 25x^2 + 75x + 35$  над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ .
5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа: 2, -7,  $1+i$ ,  $i$ .
6. Разложить многочлен  $f(x) = 4x^6 - 20x^5 + 9x^4 + 75x^3 - 94x^2 + 20x - 24$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbb{Z}$  и над полями  $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ .
7. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $(x_1 + x_2 - x_3)(x_2 + x_3 - x_1)(x_3 + x_1 - x_2) = -\sigma_1^3 + 4\sigma_1\sigma_2 - 8\sigma_3$ .

### Контрольные работы по дисциплине «алгебра» (предусмотрено)

#### Контрольная работа №1 (по темам 7-9)

##### ВАРИАНТ 1.

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно)  
 $f(x) = x^5 + x^4 + x^3 - 2x^2 + 2x + 3$ ,  $g(x) = x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 8x + 3$ . Сделать проверку.
2. Определить показатель кратности корня  $x_0 = 2$  многочлена  $f(x) = x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 22x^3 + 21x^2 - 12x + 4$ .
3. При помощи алгоритма Эвклида найти НОД многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ ,  $g(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x^2 + 12x + 12$ . Сделать проверку.

4. Выразить НОД многочленов  $f(x)=x^5+2x^4+3x^3+4x^2+8x+12$ ,  $g(x)=3x^4+5x^3+12x+20$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
5. Найти НОК многочленов  $f(x)=3x^4+5x^3+12x+20$ ,  $g(x)=x^5+2x^4+3x^3+4x^2+8x+12$ , зная их НОД (задание 1). Сделать проверку
6. Представить многочлены  $f(x)=(x^2+4)(x^2-4)(x^2-3x+2)(x+1)$ ,  $g(x)=(x^3-4x)(x^2+2x+1)(x-2)$  над  $\mathbb{R}$  в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .
7. Является ли подгруппой аддитивной группы действительных матриц 2-го порядка множество матриц вида  $\begin{pmatrix} x & 0 \\ y & 0 \end{pmatrix}$  с целыми элементами?

### ВАРИАНТ 2.

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно)  $f(x)=x^5+x^4+x^3-2x^2+2x+3$ ,  $g(x)=x-2$ . Сделать проверку.
2. При каких  $a$  и  $b$  многочлен  $f(x)=x^6-4x^5+3x^4+2x^3+ax^2+bx-4$  имеет число 2 корнем не ниже второй кратности?
3. При помощи алгоритма Эвклида найти НОД многочленов  $f(x)=x^4-6x^3+8x^2+3x-12$ ,  $g(x)=x^3-4x^2+2x-8$  и выразить его линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
4. Выразить НОД многочленов  $f(x)=x^4-6x^3+8x^2+3x-12$ ,  $g(x)=x^3-4x^2+2x-8$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
5. Найти НОК многочленов  $f(x)=x^3-4x^2+2x-8$ ,  $g(x)=x^4-6x^3+8x^2+3x-12$  зная их НОД (задание 1). .. Сделать проверку
6. Представить многочлены  $f(x)=(x^2+x)(x^2-2x-3)(x+1)$ ,  $g(x)=(x^3-27)(x^2-4x+3)$  над  $\mathbb{R}$ . в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .
7. Является ли подкольцом кольца многочленов  $n$ -й степени с действительными коэффициентами множество многочленов  $n$ -й степени с целыми коэффициентами?

### ВАРИАНТ 3.

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно)  $f(x)=2x^4+3x^3-3x^2-5x+2$ ,  $g(x)=2x^3+x^2-x-1$ . Сделать проверку
2. Определить показатель кратности корня  $x_0=2$  многочлена  $f(x)=x^6-4x^5+5x^4-4x^3+16x-16$ .
3. При помощи алгоритма Эвклида найти НОД многочленов  $f(x)=x^4+4x^3+2x^2-4x-3$ ,  $g(x)=x^4+2x^3-7x^2-14x-6$
4. Выразить НОД многочленов  $f(x)=x^4+4x^3+2x^2-4x-3$ ,  $g(x)=x^4+2x^3-7x^2-14x-6$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.

5. Найти НОК многочленов  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 14x - 6$ ,  $g(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$  зная их НОД (задание 1).. Сделать проверку
6. Представить многочлены  $f(x) = (x^3 - 2x)^2(x^2 - 5x + 6)(x - 3)^2$ ,  $g(x) = (x^3 - 2\sqrt{2})(x^2 - 2x - 3)(x^2 + 2x + 3)$  над  $\mathbb{R}$ . в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .
7. Показать, что  $\langle \left\{ \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}, c \in 2\mathbb{Z} \right\}, +, \bullet \rangle$  - кольцо. Имеются ли в нем делители 0?

#### ВАРИАНТ 4.

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно)
- $f(x) = x^5 + 2x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 3x + 1$ ,  $g(x) = 2x + 1$ . Сделать проверку.
2. При каких условиях многочлен  $f(x) = x^6 - 6x^5 + 11x^4 - 2x^3 + ax^2 + bx$  имеет число 2 корнем не ниже второй кратности?
3. При помощи алгоритма Эвклида найти НОД многочленов  $f(x) = x^5 + x^4 + x^3 - 2x^2 + 2x + 3$ ,  $g(x) = x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 8x + 3$  и выразить его линейно через эти многочлены.
4. Выразить НОД многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ ,  $g(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
5. Найти НОК многочленов  $f(x) = x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 8x + 3$ ,  $g(x) = x^5 + x^4 + x^3 - 2x^2 + 2x + 3$ . зная их НОД (задание 3). Сделать проверку
6. Представить многочлены  $f(x) = (x^4 - 1)^2(1 + x^3)$ ,  $g(x) = (x^4 + x)^3(x^3 - 1)^2$  над  $\mathbb{R}$ . в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .
7. Докажите изоморфизм колец  $K_1 = \langle \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}, +, \bullet \rangle$  и  $K_2 = \langle \left\{ \begin{pmatrix} a & -3b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}, +, \bullet \rangle$ .

#### ВАРИАНТ 5.

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно).
- $f(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1$ ,  $g(x) = x^2 - x - 1$ . Сделать проверку.
2. Определите показатель кратности корня  $x_0 = 2$  многочлена  $f(x) = x^6 - 2x^5 - 3x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 4x - 4$ .
3. При помощи алгоритма Эвклида найти наибольший общий делитель многочленов  $f(x) = x^5 + 3x^4 - x^3 - 5x^2 - 4x + 6$ ,  $g(x) = x^2 + 4x + 3$  и выразить его линейно через эти многочлены. Сделать проверку
4. Выразить НОД многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ ,  $g(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
5. Найти НОК многочленов  $f(x) = x^2 + 4x + 3$ ,  $g(x) = x^5 + 3x^4 - x^3 - 5x^2 - 4x + 6$ . зная их НОД (задание 1). Сделать проверку

6. Представить многочлены  $f(x) = (x^3+27)(x^2+8)(x^2-3x+9)$ ,  $g(x) = (x^3+8)(x^2-x-6)(x^2-3x+9)$  над  $R$  в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .
7. Является ли полем кольцо  $\langle \{(a, b) | a, b \in R\}, +, \bullet \rangle$ , где операции определены следующим образом:  $(\forall a, b), (c, d) \quad (a, b) + (c, d) = (a+c, b+d)$ ,  $(a, b) \bullet (c, d) = (ac, bd)$  ?

### ВАРИАНТ 6.

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно)  
 $f(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 3x - 12$ ,  $g(x) = x^3 - 4x^2 + 2x - 8$ . Сделать проверку.
2. При каких  $a$  и  $b$  многочлен  $f(x) = x^6 - 6x^5 + 13x^4 - 12x^3 + ax^2 + bx - 4$  имеет число 2 корнем не ниже второй кратности?
3. При помощи алгоритма Эвклида найти НОД многочленов  $f(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2 - x - 2$ ,  $g(x) = x^5 + 2x^4 - x^3 + 3x - 2$  и выразить его линейно через эти многочлены. Сделать проверку
4. Выразить НОД многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ ,  $g(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
5. Найти НОК многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 - x^3 + 3x - 2$ ,  $g(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2 - x - 2$  зная их НОД (задание 1).. Сделать проверку
6. Представить многочлены  $f(x) = (x^3-8)(x^2+x-6)$ ,  $g(x) = (x+3)^2(x^2-x-2)^2$  над  $R$  в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .
7. Пусть  $\langle Z, +, \bullet \rangle$  - кольцо целых чисел,  $\langle M, +, \bullet \rangle$  - кольцо матриц вида  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$  где  $a, b$  - целые числа. Является ли гомоморфизмом отображение  $\varphi: M \rightarrow Z$  по правилу:  $(\forall A \in M) \quad \varphi(A) = a - b$  ?

### ВАРИАНТ 7.

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно)  
 $f(x) = 2x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ ,  $g(x) = x + 1$ . Сделать проверку.
2. Определите показатель кратности корня  $x_0 = 1$  многочлена  $f(x) = x^6 - 4x^5 + 3x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 4x - 4$ .
3. При помощи алгоритма Эвклида найти наибольший общий делитель многочленов  $f(x) = x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 13x - 24$ ,  $g(x) = x^3 - 5x^2 + 7x + 8$  и выразить его линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
4. Выразить НОД многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ ,  $g(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
5. Найти НОК многочленов  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x + 8$ ,  $g(x) = x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 13x - 24$  зная их НОД (задание 1). Сделать проверку
6. Представить многочлены  $f(x) = x(x^3-1)(x^2-2x+1)$ ,  $g(x) = (x^3-x)^3(x-2)$  над  $R$  в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .

7. Пусть  $\langle M, +, \bullet \rangle$  - кольцо матриц вида  $A = \begin{pmatrix} 2a & b \\ b & 2a \end{pmatrix}$ , где  $a, b$  - целые числа  $\langle Z, +, \bullet \rangle$  - кольцо целых чисел. Является ли гомоморфизмом отображение  $\varphi: M \rightarrow Z$  по правилу:  $(\forall A \in M) \quad \varphi(A) = 2a + b$ ?

### ВАРИАНТ 8.

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно)  
 $f(x) = x^6 + 2x^5 + x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 5x + 1$ ,  $g(x) = x^2 + 4x + 3$ . Сделать проверку.
2. При каких  $a$  и  $b$  многочлен  $f(x) = x^6 - 6x^5 + x^4 - 12x^3 + ax^2 + bx - 20$  имеет число  $-1$  корнем не ниже второй кратности?
3. При помощи алгоритма Эвклида найти наибольший общий делитель многочленов  $f(x) = x^6 + 2x^5 + x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 5x + 1$ ,  $g(x) = x^2 + 4x + 3$  и выразить его линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
4. Выразить НОД многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ ,  $g(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
5. Найти НОК многочленов  $f(x) = x^2 + 4x + 3$ ,  $g(x) = x^6 + 2x^5 + x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 5x + 1$  зная их НОД (задание 1).. Сделать проверку
6. Представить многочлены  $f(x) = (x+1)(x^2-4)(x^2-3x+2)$ ,  $g(x) = (x^2+2x+1)(x^3-4x)(x-2)$  над  $R$  в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .
- 7.. Даны группы  $G_1 = \langle \{ 3^k \mid k \in Z \}, \bullet \rangle$  и  $G_2 = \langle \{ 5k \mid k \in Z \}, + \rangle$ . Изоморфны ли они?

### ВАРИАНТ 9.

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно)  
 $g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 1$ ,  $g_1(x) = x^2$ . Сделать проверку.
2. Определите показатель кратности корня  $x_0 = 2$  многочлена  $f(x) = x^6 - 2x^5 - 5x^4 + 10x^3 + 5x^2 - 12x + 4$ .
3. При помощи алгоритма Эвклида найти наибольший общий делитель многочленов  $f(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1$ ,  $g(x) = x^2 - x - 1$  и выразить его линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
4. Выразить НОД многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ ,  $g(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
5. Найти НОК многочленов  $f(x) = x^2 - x - 1$ ,  $g(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1$  зная их НОД (задание 1).. Сделать проверку
6. Представить многочлены  $f(x) = (x^2-2x-3)(x+1)(x^2+x)$ ,  $g(x) = (x^2-4x+3)(x^3-27)$  над  $R$  в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .

7. Пусть  $\langle S, +, \bullet \rangle$  - кольцо матриц вида  $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$  где  $a$  - целое число,  $a \in \mathbb{Z}$ .  
 $\langle \mathbb{Z}, +, \bullet \rangle$  - кольцо целых чисел. Является ли гомоморфизмом отображение  $\varphi: S \rightarrow \mathbb{Z}$  по правилу:  $(\forall A \in S) \quad \varphi(A) = a$  ?

### ВАРИАНТ 10.

- Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно)  
 $f(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1$ ,  $g(x) = x^2 - x - 1$ . Сделать проверку.
- При каких условиях многочлен  $f(x) = x^6 - 2x^5 - x^4 - 2x^3 + ax^2 + bx + c$  имеет число 1 корнем третьей кратности?
- При помощи алгоритма Эвклида найти наибольший общий делитель многочленов  $f(x) = 4x^5 - 4x^4 + 5x^3 - 4x^2 - x + 1$ ,  $g(x) = 2x^3 + x^2 + x - 1$  и выразить его линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
- Выразить НОД многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ ,  $g(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
- Найти НОК многочленов  $f(x) = 2x^3 + x^2 + x - 1$ ,  $g(x) = 4x^5 - 4x^4 + 5x^3 - 4x^2 - x + 1$  зная их НОД (задание 1).. Сделать проверку
- Представить многочлены  $f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x^3 - 2x)^2(x - 3)^2$ ,  $g(x) = (x^2 - 2x - 3)(x^2 + 2x + 3)(x^3 - 2\sqrt{2})$  над  $\mathbb{R}$  в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .
- Изоморфны ли аддитивные группы: а) матриц вида  $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$  с рациональными элементами, б) матриц вида  $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$  с целыми элементами?

### Вопросы к экзамену (по темам 7-10) (проводится в устной форме) (предусмотрено)

- Построение кольца многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
- Теория делимости в кольце многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
- Теорема о делении с остатком.
- Деление многочлена на двучлен  $x - a$  и корни многочлена.
- Теорема Безу. Кратные корни. Наибольшее возможное число корней многочлена.
- Наибольший общий делитель многочленов над полем. Алгоритм Евклида.
- Наименьшее общее кратное многочленов.
- Неприводимые и приводимые над полем действительных чисел многочлены, их свойства.

9. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность.
  10. Каноническая форма записи многочлена. Нахождение НОД и НОК многочленов.
- 
11. Конечномерное векторное пространство над произвольным полем, его простейшие свойства, примеры.
  12. Базис и размерность конечномерного векторного пространства, их свойства.
  13. Матрица перехода от базиса к базису. Связь между координатными строками вектора в различных базисах.
  14. Линейное отображение векторных пространств, его свойства.
  15. Матрица перехода от одного базиса векторного пространства к другому.
  16. Линейный оператор в векторном пространстве и его матрица, изменение ее при переходе к другому базису.
  17. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
  18. Характеристическое уравнение линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
  19. Расширения полей. Строение простого расширения поля. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента.
  20. Строение простого алгебраического расширения поля.

## 2 курс, 4 семестр.

### Домашние задания по дисциплине (предусмотрено)

8. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 + x^3 - 5x^2 + 2 = 0$ .
9. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнение  $2x^3 + 3x^2 - 3x - 9 = 0$ .
10. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 24x^4 - 42x^3 - 77x^2 + 56x + 60$ .
11. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = 6x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 25x^2 + 75x + 35$  над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ .
12. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа: 2, -7,  $1+i$ ,  $i$ .
13. Разложить многочлен  $f(x) = 4x^6 - 20x^5 + 9x^4 + 75x^3 - 94x^2 + 20x - 24$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbb{Z}$  и над полями  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ .

10. 7. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $(x_1 + x_2 - x_3)(x_2 + x_3 - x_1)(x_3 + x_1 - x_2) = -\sigma_1^3 + 4\sigma_1\sigma_2 - 8\sigma_3$ .

### Контрольные работы по дисциплине «алгебра» (предусмотрено)

#### Контрольная работа №1 (по темам 11-12)

##### ВАРИАНТ 1

1. Решить методом Феррари уравнение  $x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 6x + 5 = 0$ . в поле комплексных чисел  $\mathbb{C}$ .
2. Решить методом Кардано уравнение  $x^3 + 3x^2 - 3x + 4 = 0$  в поле комплексных чисел  $\mathbb{C}$ .
3. Найти корни многочлена  $f(x) = 54x^5 - 135x^4 + 261x^3 - 322x^2 + 188x - 40$  в поле рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ .
4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = 6x^5 - 7x^4 + 14x^3 - 28x^2 + 7x - 35$  над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ . Ответ  $p = 7$ .
5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа: 3, -1, -2-3i, 3+5i.
6. Разложить многочлен  $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbb{Z}$  и над полями  $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ .
7. Убедиться, что многочлен  $f(x)$  – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $f(x) = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 3(x_1^2x_2 + x_1^2x_3 + x_1x_2^2 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2) = \sigma_1^3 - 6\sigma_1\sigma_2 + 12\sigma_3$ .
8. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби  $\frac{\sqrt[3]{2}+1}{-\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}+3}$ , применив метод, использованный при доказательстве соответствующей теоремы.

##### ВАРИАНТ 2

1. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 12x - 15 = 0$ .
2. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнение  $x^3 + 12x - 12 = 0$
3. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 4x^5 + 24x^4 + 11x^3 - 146x^2 - 3x + 35$ .
4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = -7x^4 + 15x^3 - 27x^2 + 12x - 33$  над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ .
5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа: 2+i, -2-3i, 1+i.
6. Разложить многочлен  $f(x) = 9x^6 + 9x^5 - 131x^4 - 23x^3 + 264x^2 - 12x + 144$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbb{Z}$  и над полями  $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ .
7. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $x_1^3x_2^2 + x_1^3x_3^2 + x_1^2x_2^3 + x_1^2x_3^3 + x_2^3x_3^2 + x_2^2x_3^3 = (x_1 + x_2 - x_3)(x_2 + x_3 - x_1)(x_3 + x_1 - x_2) = -\sigma_1^3 + 4\sigma_1\sigma_2 - 8\sigma_3$ .
8. Избавиться от иррациональности в знаменателе  $\frac{\sqrt[3]{5}+2}{\sqrt[3]{25}+3\sqrt[3]{5}-2}$ , применив метод, использованный при доказательстве соответствующей теоремы.

### **ВАРИАНТ 3**

1. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнение  $x^3 - 9x^2 + 18x - 28 = 0$
2. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 6x + 5 = 0$ .
3. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 24x^5 + 10x^4 - x^3 - 19x^2 - 5x + 6$ .
4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = 5x^5 - 4x^4 + 14x^3 - 28x^2 + 2x - 2$  над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ .
5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа:  $3, 1+i, 2i$ .
6. Разложить многочлен  $f(x) = 4x^5 - 3x^4 - 12x^3 + 9x^2 - 16x + 12$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbb{Z}$  и над полями  $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ .
7. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $(x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + x_2 + x_4)(x_1 + x_3 + x_4)(x_3 + x_1 - x_2) = \sigma_1^2 \sigma_2 - \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_4$ .
8. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби  $\frac{7\sqrt[3]{9} + 2\sqrt[3]{3} + 5}{\sqrt[3]{9} + 2\sqrt[3]{3} - 2}$ , применив метод, использованный при доказательстве соответствующей теоремы.

### **ВАРИАНТ 4**

1. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнение  $x^3 + 9x^2 + 18x + 28 = 0$ .
2. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 4x - 6 = 0$ .
3. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 9x^5 - 6x^4 + 10x^3 + 39x^2 - 21x + 1$ .
4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = x^5 + 7x^4 - 14x^3 - 7x^2 + 28x - 35$  над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ .
5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа:  $-1-3i, 3, -3, -1$ .
6. Разложить многочлен  $f(x) = 24x^4 + 64x^3 - 9x^2 - 71x + 22$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbb{Z}$  и над полями  $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ .
7. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $(x_1 x_2 - x_3)(x_2 x_3 - x_1)(x_3 x_1 - x_2) = \sigma_3^2 - \sigma_1^2 \sigma_2 + 2\sigma_2 \sigma_3 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1 \sigma_3 - \sigma_3$ .
8. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби  $\frac{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} - 2}{\sqrt[3]{25} + 2\sqrt[3]{5} - 1}$ , применив метод, использованный при доказательстве соответствующей теоремы.

### **ВАРИАНТ 5**

1. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнение  $x^3 - 15x^2 + 72x - 108 = 0$ .
2. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 20x + 25 = 0$ .
3. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 12x^4 + 32x^3 + 23x^2 + 15x + 18$ .
4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = x^5 - 8x^4 + 14x^3 - 28x^2 - 2x - 26$  над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ .

5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа: 1, -2, 1, 1-2i, 3i.
6. Разложить многочлен  $f(x) = 20x^5 + 22x^4 - 102x^3 + 41x^2 + 13x - 6$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbf{Z}$  и над полями  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}$ .
7. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $(x_1 + x_2)^2 (x_2 + x_3)^2 (x_3 + x_1)^2 = \sigma_1^2 \sigma_2^2 - 2\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3^2$ .
8. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби  $\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt[4]{5} - 3}{\sqrt{5} + 2\sqrt[4]{5} + 1}$ , применив метод, использованный при доказательстве соответствующей теоремы.

### **ВАРИАНТ 6**

1. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 3x - 3 = 0$ .
2. Уравнение  $x^3 - 6x + 9 = 0$  решить методом Кардано в поле комплексных чисел.
3. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 36x^4 - 60x^3 - 47x^2 + 60x + 36$ .
4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = 6x^5 + 15x^4 - 10x^3 - 20x^2 + 5x - 35$  над полем рациональных чисел  $\mathbf{Q}$ .
5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа: 3 - i, -2-i, 3+i.
6. Разложить многочлен  $f(x) = 4x^6 - 12x^5 + 25x^4 - 34x^3 + 36x^2 - 20x + 4$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbf{Z}$  и над полями  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}$ .
7. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $(x_1 + x_2 - x_3)(x_2 + x_3 - x_1)(x_3 + x_1 - x_2) = -\sigma_1^3 + 4\sigma_1 \sigma_2 - 8\sigma_3$ .
8. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби  $\frac{3\sqrt{2} + 1}{\sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{2} + 1}$ , применив метод, использованный при доказательстве соответствующей теоремы.

### **ВАРИАНТ 7**

1. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнение  $x^3 - 6x^2 - 3x + 148 = 0$ .
2. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 - 8x^3 + 21x^2 - 20x + 5 = 0$ .
3. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = x^5 - 7x^3 - 12x^2 + 6x + 36$ .
4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = -7x^4 + 12x^3 - 27x^2 + 3x + 33$  над полем рациональных чисел  $\mathbf{Q}$ .
5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа: -1, -2+3i, 1+i.
6. Разложить многочлен  $f(x) = 3x^5 + 5x^4 - 17x^3 - 31x^2 + 4$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbf{Z}$  и над полями  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}$ .
7. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $x_1^3 x_2^2 + x_1^3 x_3^2 + x_1^2 x_2^3 + x_1^2 x_3^3 + x_2^3 x_3^2 + x_2^2 x_3^3 = \sigma_1 \sigma_2^2 - 2\sigma_1^2 \sigma_3 - \sigma_2 \sigma_3$ .
8. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби  $\frac{23}{2\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}$ , применив метод, использованный при доказательстве соответствующей теоремы.

### **ВАРИАНТ 8**

1. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнение  $x^3 + 9x^2 + 72x + 64 = 0$ .
2. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 - 6x^3 + 10x^2 + 18x - 39 = 0$ .
3. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 6x^4 + 19x^3 - 7x^2 - 26x + 12$ .
4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = x^5 - 11x^4 + 11x^3 - 22x^2 + 77x - 11$  над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ .
5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа: 1, -1, -2+i, 1-i.
6. Разложить многочлен  $f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x + 1$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbb{Z}$  и над полями  $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ .
7. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = \sigma_1^4 - 4\sigma_1^2\sigma_2 + 2\sigma_2^2 + 4\sigma_1\sigma_3$ .
8. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби  $\frac{11}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} - 1}$ , применив метод, использованный при доказательстве соответствующей теоремы.

### **ВАРИАНТ 9**

1. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнение  $x^3 + 6x^2 + 3x - 38 = 0$ .
2. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 - 2x^3 + 8x^2 - 12x + 12 = 0$ .
3. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 225x^5 - 165x^4 - 401x^3 + 145x^2 + 192x + 36$ .
4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = x^5 - 2x^4 + 14x^3 - 28x^2 + 12x - 18$  над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ .
5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа: -3, 2, -1-3i, 3+i.
6. Разложить многочлен  $f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x + 1$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbb{Z}$  и над полями  $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ .
7. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $x_1^3x_2 + x_1^3x_3 + x_1x_2^3 + x_1x_3^3 + x_2^3x_3 + x_2x_3^3 = \sigma_1^2\sigma_2 - 2\sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_3$ .
8. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби  $\frac{61\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9} + 2\sqrt[3]{3} - 2}$ , применив метод, использованный при доказательстве соответствующей теоремы.

### **ВАРИАНТ 10**

1. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 + x^3 - 5x^2 + 2 = 0$ .
2. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнение  $2x^3 + 3x^2 - 3x - 9 = 0$ .
3. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 24x^4 - 42x^3 - 77x^2 + 56x + 60$ .
4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = 6x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 25x^2 + 75x + 35$  над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ .
5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа: 2, -7, 1+i, i.
6. Разложить многочлен  $f(x) = 4x^6 - 20x^5 + 9x^4 + 75x^3 - 94x^2 + 20x - 24$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbb{Z}$  и над полями  $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ .

7. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $(x_1 + x_2 - x_3)(x_2 + x_3 - x_1)(x_3 + x_1 - x_2) = -\sigma_1^3 + 4\sigma_1\sigma_2 - 8\sigma_3$ .

8. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби  $\frac{7\sqrt[3]{25} + 2\sqrt[3]{5} - 11}{\sqrt[3]{25} + 3\sqrt[3]{5} - 2}$ , применив метод, использованный при доказательстве соответствующей теоремы.

### Вопросы к экзамену (по темам 11-12) (проводится в устной форме) (предусмотрено)

1. Кольцо многочленов от  $n$  переменных над областью целостности. Лексикографическое упорядочение членов многочлена от  $n$  переменных. Высший член произведения двух многочленов.
2. Симметрические многочлены. Свойства высшего члена симметрического многочлена
3. Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее.
4. Многочлены от одной переменной над полем комплексных чисел. Основная теорема алгебры.
5. Алгебраическая замкнутость полей. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
6. Разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей
7. Решение уравнений третьей степени над полем комплексных чисел.
8. Решение уравнений четвертой степени над полем комплексных чисел
9. Корни многочлена над полем действительных чисел. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
10. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей.
11. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
12. Необходимый признак рационального корня многочлена с целыми коэффициентами.
13. Критерий неприводимости многочленов над полем рациональных чисел (Эйзенштейна).
14. Понятие разрешимости уравнения в радикалах. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах.
15. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценивание степени освоения обучающимися дисциплины осуществляется на основе «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки успеваемости студентов МГОУ».

Шкала соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам

| Оценка по 5-балльной системе |                               | Оценка по 100-балльной системе |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 5                            | отлично                       | 81 – 100                       |
| 4                            | хорошо                        | 61 - 80                        |
| 3                            | удовлетворительно             | 41 - 60                        |
| 2                            | неудовлетворительно           | 21 - 40                        |
| 1                            | необходимо повторное изучение | 0 - 20                         |

В зачетно-экзаменационную ведомость и зачетную книжку выставляются оценки по пятибалльной шкале и рейтинговые оценки в баллах.

При получении студентом на зачёте неудовлетворительной оценки в ведомость выставляется рейтинговая оценка в баллах (<40 баллов), соответствующая фактическим знаниям (ответу) студента.

Общее количество баллов по дисциплине - 100 баллов.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать в течение семестра за посещаемость, выполнение лабораторных, практических и домашних работ, тестирование и реферат и др. – 80 баллов.

*За посещение лекционных занятий и написание конспектов обучающийся может набрать максимально 15 баллов.*

*За выполнение домашних заданий обучающийся может набрать максимально 10 баллов (5 заданий по 2 балла).*

*За выполнение рефератов по дисциплине обучающийся набрать максимально 10 баллов.*

*За выполнение лабораторных работ обучающийся может набрать максимально 30 баллов (15 работ по 2 балла).*

*За тестирование обучающийся может набрать максимально 15 баллов (15 тестовых вопросов по 1 баллу за каждый).*

*Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета, составляет 20 баллов.*

Для сдачи зачета по дисциплине необходимо выполнить все требуемые лабораторные работы (получить допуск к зачету у преподавателя, проводившего лабораторные работы). Существенным моментом является посещаемость занятий (в случае пропусков занятий предполагается более подробный опрос по темам пропущенных занятий). На зачет выносятся материал, излагаемый в лекционном курсе и рассматриваемый на практических и лабораторных занятиях. Для получения зачета надо правильно ответить на несколько поставленных вопросов.

#### *Критерии и шкала оценивания домашней работы*

| Критерий                                                                | Баллы |
|-------------------------------------------------------------------------|-------|
| Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения | 0,5   |

|                                                                            |     |
|----------------------------------------------------------------------------|-----|
| Представлено решение задач несколькими способами (если это возможно)       | 0,5 |
| Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом                     | 0,5 |
| Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы | 0,5 |

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – до 1 балла;

Продвинутый уровень – 1,5-2 балла.

#### *Критерии и шкала оценивания конспекта*

| Критерий                                                                                                           | Баллы |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Текст конспекта логически выстроен и точно изложен, ясен весь ход рассуждения                                      | 0,5   |
| Даны ответы на все поставленные вопросы, изложены научным языком, с применением терминологии                       | 0,5   |
| Ответ на каждый вопрос заканчивается выводом, сокращения слов в тексте отсутствуют (или использованы общепринятые) | 0,5   |
| Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы                                         | 0,5   |

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – до 1 балла;

Продвинутый уровень – 1,5-2 балла.

#### *Шкала оценивания контрольной работы*

| Показатель                  | отметка |
|-----------------------------|---------|
| Выполнено до 40% заданий    | 2       |
| Выполнено 41-60% заданий    | 3       |
| Выполнено 61-80% заданий    | 4       |
| Выполнено более 81% заданий | 5       |

#### *Критерии и шкала оценивания работы студентов на лекциях и практических занятиях*

| Шкала      | Показатели степени обученности                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0,5 балл   | Присутствовал на занятии, слушал, смотрел, записывал под диктовку, переписывал с доски и т.п.<br>Отличает какой-либо процесс, объект и т.п. от их аналогов только тогда, когда ему их предъявляют в готовом виде.                                                                                        |
| 1 балла    | Запомнил большую часть текста, правил, определений, формулировок, законов и т.п., но объяснить ничего не может (механическое запоминание).<br>Демонстрирует полное воспроизведение изученных правил, законов, формулировок, математических и иных формул и т.п., однако затрудняется что-либо объяснить. |
| 1,5 баллов | Объясняет отдельные положения усвоенной теории, иногда выполняет такие мыслительные операции, как анализ и синтез.                                                                                                                                                                                       |

|         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|         | Отвечает на большинство вопросов по содержанию теории, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 2 балла | <p>Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях.</p> <p>Демонстрирует полное понимание сути изложенной теории и свободно применяет ее на практике. Выполняет почти все практические задания, иногда допуская незначительные ошибки, которые сам и исправляет.</p> <p>Легко выполняет практические задания на уровне переноса, свободно оперируя усвоенной теорией в практической деятельности.</p> <p>Оригинально, нестандартно применяет полученные знания на практике, формируя самостоятельно новые умения на базе полученных ранее знаний и сформированных умений и навыков.</p> |

*Шкала оценивания отчета по самостоятельной работе*

| Критерий                                                                            | Баллы |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Полнота и глубина ответа. Наличие методических комментариев и примеров.             | 1     |
| Содержательность и объем выполненного задания. Рассмотрение вопроса во всех сторон. | 1     |
| Знание и рациональное использование средств ИКТ.                                    | 1     |
| Определение достоинств и недостатков различных явлений, процессов                   | 1     |
| Наличие выводов                                                                     | 1     |

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – до 3 баллов;

Продвинутый уровень – 4-5 баллов.