

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:11:41
Уникальный программный идентификатор:
6b5279da4e034bffa6791711036a00b331

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики

Согласовано управлением организации
и контроля качества образовательной
деятельности

« 10 » 06 2020 г.
Начальник управления
/М.А. Миненкова/

Одобрено учебно-методическим советом

Протокол « 10 » 2020 г. № 7
Председатель
/Т.Е. Суслин/

Рабочая программа дисциплины
Линейная алгебра

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование

Профиль:
Информатика

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Согласовано учебно-методической
комиссией физико-математического
факультета:

Протокол « 10 » 2020 г. № 10
Председатель УМКом
/ Барбанова Н.Н. /

Рекомендовано кафедрой высшей
алгебры, элементарной математики и
методики преподавания математики

Протокол « 10 » 2020 г. № 11
Зав. кафедрой
/ Рассудовская М.М. /

Мытищи
2020

Автор-составитель:

Барыбина Инна Александровна

кандидат педагогических наук,

доцент кафедры высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания
математики

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Информатика» утвержденная приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Дисциплина входит в обязательную часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	5
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся.....	7
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.....	7
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины.....	18
7. Методические указания по освоению дисциплины.....	18
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	19
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	20

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ.

1.1. Цель и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Линейная алгебра» являются формирование у студентов общей алгебраической культуры, привитие навыков современных видов математического мышления, подготовка студентов к осознанному восприятию дисциплин профессионального цикла, формирование навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.

Задачи дисциплины:

-изучение основных понятий линейной алгебры, их свойств и связей (теоремы и следствия);
-освоение главных умений и навыков при преобразованиях матриц, определителей, решении простейших матричных уравнений и систем линейных уравнений с n неизвестными.

Модуль «Линейная алгебра» цикла алгебраических дисциплин ООП ориентирован на формирование у студентов общей алгебраической культуры, овладение ими основными алгебраическими понятиями, необходимыми бакалавру физико-математического образования по профилям – математика и информатика, особенно тому, кто будет работать учителем в школе.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ОПК-8 – Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.

- Данная дисциплина (модуль) «Линейная алгебра» относится к обязательной части профессионального цикла ООП. Входные знания, умения и готовности обучающегося, необходимые при освоении данной дисциплины, приобретаются в результате обучения в средней общеобразовательной школе и указаны в ООП общеобразовательной школы.
- Дисциплина «Линейная алгебра» необходима для усвоения языка современной математики и является основой для успешного освоения математических дисциплин по профилю «Информатика»: Основы математической обработки информации, Математический анализ, Геометрия, Физика, Дискретная математика, Теория вероятностей и математическая статистика, Теория алгоритмов, Программное обеспечение ЭВМ, Языки и методы программирования, Компьютерное

моделирование, Технологии баз данных, Практикум решения задач на ЭВМ и другие..

- Освоение дисциплины «Линейная алгебра» необходимо также для успешного прохождения педагогической практики в школе.

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Форма обучения
	Очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	3
Объем дисциплины в часах	108
Контактная работа:	42,3
Лекции	20
Практические занятия	20
Контактные часы на промежуточную аттестацию	2,3
Предэкзаменационная консультация	2
Экзамен	0,3
Самостоятельная работа	56
Контроль	9,7

Формой промежуточной аттестации являются: экзамен во 2 семестре.

3.2 Содержание дисциплины

Наименование тем дисциплины с кратким содержанием	Кол-во часов	
	Лекции	Практические занятия
Тема I. Матрицы		
Матрицы. Операции над ними: сложение матриц, умножение матриц на числа, умножение матриц. Свойства операций над матрицами. Квадратные матрицы. Единичная матрица. Обратные и обратимые матрицы. Транспонирование матриц, транспонирование произведения матриц.	4	4
Тема II. Определители		
Определители 2 и 3 порядков. Определитель квадратной матрицы. Алгебраические дополнения и миноры элементов матрицы. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца). Свойства определителя. Вычисление обратной матрицы при помощи алгебраических дополнений. Решение матричных уравнений. Вычисление определителей.	6	8
Тема III. Системы линейных уравнений		
Системы линейных уравнений. Решения систем линейных уравнений. Эквивалентные (равносильные) системы уравнений. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений, свойства их решений. Матрицы, связанные с системами линейных уравнений. Элементарные	10	8

преобразования систем линейных уравнений (матриц). Теорема об эквивалентности систем линейных уравнений, связанных элементарными преобразованиями. Ступенчатые системы линейных уравнений (ступенчатые матрицы).		
Итого	20	20

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ.

4.1. Содержание и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
ТЕМА 1. Матрицы	1. Свойства операций над матрицами. 2. Транспонирование произведения матриц.	22	Работа с литературой и сетью Интернет.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Доклад на занятии, устный или письменный отчет, зачет.
ТЕМА 2. Определители	1. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца). 2. Свойства определителя. 3. Вычисление определителей высших порядков.	16	Работа с литературой и сетью Интернет.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Доклад на занятии, устный или письменный отчет, зачет.
ТЕМА 3. Системы линейных уравнений.	1. Свойства решений однородных и неоднородных систем линейных уравнений. 2. Ступенчатые матрицы. 3. Строчечный и столбцовый ранги матрицы. 4. Вектора-строки и вектора-столбцы системы линейных уравнений. 5. Ранг системы линейных уравнений.	18	Работа с литературой и сетью Интернет.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Доклад на занятии, устный или письменный отчет, зачет.
Итого		56			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ.

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
--------------------------------	--------------------

ОПК-8: Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.
--	--

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК-8: Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: приемы решения типовых задач алгебры. Уметь: пользоваться языком алгебры, логически строить решение задачи, строить математические модели типовых задач, использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения.	Текущий контроль Промежуточный контроль ¹	41-60
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: сущность и значение математики в развитии современного информационного общества; содержательные идеи алгебры, идейные и логические связи понятий высшей алгебры; методы и приемы решения задач высшей алгебры. Уметь: логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, строить и исследовать	Текущий контроль Промежуточный контроль	61-100

			математические модели профессиональных задач, интерпретировать полученные результаты, • обеспечивать качество учебно-воспитательного процесса средствами математики. Владеть: терминологическим аппаратом алгебры; разносторонними навыками и приемами выполнения практических профессиональных задач.		
--	--	--	---	--	--

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль – контроль в процессе работы: выступление студента, самостоятельная аудиторная работа, обсуждение результатов самостоятельной домашней работы, проверка выполнения внеаудиторной работы, текущие консультации студентов по их самостоятельной работе, тестирование.

По неудачно выполненным заданиям рекомендуется проработка, включающая работу над ошибками, выполнение аналогичных заданий и пересдачу работ. Результаты работ в виде зачтенных и незачтенных заданий должны быть доступны студентам постоянно в течение всего семестра.. Список вопросов всегда содержит наиболее важные темы на повторение. Как правило, это пройденный материал, который расширяется материалом следующего раздела.

Студентам должен быть известен график индивидуальных консультаций преподавателя.

5.3.1. Содержание и организация текущего контроля знаний и умений студентов.

Ниже приводятся образцы заданий тестов и самостоятельных, контрольных работ, направленных на проверку усвоения методов и приемов решения разбираемых на занятиях задач.

Вопросы для самоконтроля знаний и умений студентов

1. Матрицы, сложение матриц. Аддитивная группа матриц.

2. Умножение матрицы на скаляр. Векторное пространство матриц над полем R .
3. Умножение матриц, ассоциативность и некоммутативность умножения матриц. Транспонирование матриц.
4. Квадратные матрицы. Кольцо квадратных матриц. Делители нуля. Единичная матрица. Обратные и обратимые матрицы.
5. Элементарные преобразования матриц. Вырожденные и невырожденные матрицы. Теорема о превращении матрицы в единичную.
6. Элементарные матрицы. Теорема об умножении матрицы на элементарную матрицу.
7. Необходимое и достаточное условие обратимости матрицы.
8. Определители n -го порядка. Алгебраическое дополнение элемента.
9. Разложение определителя по элементам строки (столбца) определителя.
10. Свойства определителей n -го порядка. Определитель произведения матриц.
11. Миноры элементов определителя. Теорема об алгебраическом дополнении элемента определителя.
12. Вычисление обратной матрицы при помощи алгебраических дополнений.
13. Матричная запись и матричное решение системы линейных уравнений.
14. Правило Крамера решения системы линейных уравнений.
15. Системы линейных уравнений. Решения систем линейных уравнений. Равносильные системы уравнений.
16. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений, свойства их решений.
17. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
18. Ступенчатые системы линейных уравнений.
19. Теорема о числе решений систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Общие и частные решения систем линейных уравнений.
20. Необходимое и достаточное условие существования ненулевых решений однородных систем линейных уравнений

Материалы к текущему контролю знаний

(образцы домашних заданий, примеры заданий для аудиторных контрольных работ)

ТЕМА 1. Матрицы.

ЗАДАЧА №1. Найти возможную сумму матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

ЗАДАЧА №2. Найти возможные произведения матриц

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ЗАДАЧА №3. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

ЗАДАЧА №4. Решить уравнение $A \bullet X = B$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, A^{-1} = \begin{pmatrix} -0,4 & 0,3 \\ 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

ТЕМА 2. Определители.

ЗАДАЧА № 1. Вычислить определители:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & 0 & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

ЗАДАЧА № 2. Решите уравнение. Выберите верный ответ.

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ x & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 2x \end{vmatrix} = 10. \quad \text{ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1). } \{-4; 2\}. \quad 2). \{-5; 3\}. \quad 3). \{-2; 0\}.$$

ЗАДАЧА № 3. Найти коэффициент при x в разложении определителя

$$\begin{vmatrix} 1 & x & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & x & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

ЗАДАЧА № 4. При помощи алгебраических дополнений найдите обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$. Выберите верный ответ. **ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:**

$$1). \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}. \quad 2). \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}. \quad 3). \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

ЗАДАЧА № 5. Для данных матриц найти обратные матрицы. Сделать проверку.

$$a) \begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad б) \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

ТЕМА 3. Системы линейных уравнений.

ЗАДАЧА № 1. Решить систему линейных уравнений

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &= -5. \end{aligned}$$

Если $x_1 = c_1, x_2 = c_2, x_3 = c_3, x_4 = c_4$ – решение системы, то сумма $c_1 + c_2 + c_3 + c_4$ равна:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 0; 2) 1; 3) -2; 4) -1.

ЗАДАЧА № 2. Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 2x + 5y = -3. \end{cases}$ методом Крамера:

Если $x_1 = c_1, x_2 = c_2$, – решение системы, то сумма $c_1 + c_2$ равна:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) 2.

ЗАДАЧА №3. Решить системы линейных уравнений при помощи обратной матрицы (матричный способ решения уравнений):

$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 7x_3 &= 10, \\ -2x_1 - 5x_3 &= -7, \\ x_1 + x_3 + 2x_4 &= -1. \end{aligned}$$

ЗАДАЧА №4. Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$,

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Сделать проверку.}$$

Пример домашнего задания по теме 1. Матрицы.

1. Выполните действия

$$3 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 1 \\ -\frac{3}{2} & 0 & 2 \\ 0 & -1 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 6 & -9 \\ -12 & 3 & 18 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -1 & 0 \\ -\frac{4}{3} & 2 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

2. Преобразуйте данную матрицу так, чтобы все элементы новой матрицы были целыми числами:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & 1 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{5}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & -5 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

3. Выполните умножение

4. Найдите, если это возможно, произведения матриц $A \cdot B$ и $B \cdot A$:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -4 \\ -1 & -2 & -4 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}.$$

5. Проверьте, что матрица $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ удовлетворяет равенству:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -7 & -3 \\ 0 & 11 & 12 \end{pmatrix}.$$

Пример домашнего задания по теме 2. Определители.

1. Вычислите определители 2-го порядка:

$$\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \sin a & -\cos a \\ \cos a & \sin a \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}.$$

2. Решите уравнение $\begin{vmatrix} 8 & 9 \\ -3 & -3 \end{vmatrix} \cdot x^2 - \begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \cdot x - \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0.$

3. Составьте миноры M_{ik} и алгебраические дополнения A_{ik} указанных элементов определителей и вычислите их:

1) $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix}$. $M_{32} - ?$ $A_{32} - ?$ 2) $\begin{vmatrix} -4 & -1 & 2 \\ -6 & 0 & 1 \\ 3 & -5 & 7 \end{vmatrix}$. $M_{23} - ?$ $A_{23} - ?$

4. Вычислите определитель 3-го порядка, разложив его по элементам какой-либо

строки (столбца): $\begin{vmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}.$

5. Решите уравнение: $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot x^2 - \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} \cdot x + \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0.$

6. Вычислите определитель, разложив его по элементам строки (столбца):

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 3 \\ 4 & -2 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

7. Решите уравнение $\begin{vmatrix} x+1 & -4 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ x+2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 5$.

Пример домашнего задания по теме 3. Системы линейных уравнений.

1. Используя элементарные преобразования матриц (кроме исключения нулевых строк или столбцов), приведите следующие матрицы к ступенчатому виду:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -1 & 8 \\ 3 & 8 & -9 & -5 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$;

2. Используя элементарные преобразования строк матриц (в том числе и исключение нулевых строк), приведите следующие матрицы к такому ступенчатому виду, когда элементы, стоящие в начале каждой ступеньки, окружены в своем столбце нулями сверху и снизу:

а) $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -5 & 0 \\ 3 & 1 & -13 & -6 \\ -1 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 8 & 1 & -3 & 5 & 0 \\ -5 & 9 & 8 & 3 & 0 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & 23 \\ 5 & 4 & 3 & 3 & -1 & 12 \end{pmatrix}$;

3. Вычислите ранг матриц:

а) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ -2 & 1 & +2 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 8 & 1 & -3 & 5 & 0 \\ -5 & 9 & 8 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Расчетная работа 1. Матрицы

1. Найдите возможную сумму матриц.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 3 \\ 4 & 6 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -9 \\ -7 & 3 & -11 \end{pmatrix}$$

2. Найдите возможное произведение матриц

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Вычислите $(A \cdot C + 3B)^T$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$

4. Даны матрицы и число $\alpha = 2$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Найти $A^T B + \alpha C$.

5. Найдите обратную матрицу для матрицы $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

6. Определить ранги матриц:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Решить матричное уравнение $AX=B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Расчетная работа 2. Определители

1. Вычислить определитель матрицы по правилу треугольников:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x \\ 2 & x & 1 \\ 0 & -1 & x \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель матрицы по правилу треугольников:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Вычислить определители матриц по правилу Саррюса:

$$\begin{vmatrix} \alpha & 1 & -\alpha \\ 1 & \alpha & 1 \\ -\alpha & 1 & -\alpha \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Проверить справедливость равенства $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$, если

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -11 \\ -11 & 15 & -50 \\ 8 & -13 & 24 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 11 \\ -10 & -5 & -5 \\ -15 & -12 & -6 \end{pmatrix}$$

5. Вычислить определители матриц:

1. $\begin{vmatrix} \sqrt{a} & a \\ -1 & \sqrt{a} \end{vmatrix}$	2. $\begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}$	3. $\begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta \end{vmatrix}$	4. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$
5.	6.	7.	8.

$\begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 2 & 7 & -8 & 1 \\ 3 & 15 & 18 & 91 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 27 & 13 & 39 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 8 & 28 & 38 & 48 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 4 & 14 & 19 & 24 \\ 7 & 5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 378 & 253 & 127 \\ 377 & 252 & 126 \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix}$
9. $\begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix}$	10. $\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix}$	11. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 1 \\ 7 & 0 & 9 & 9 \\ 13 & -1 & 17 & 4 \end{vmatrix}$	12. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

5.3.2. Содержание и организация промежуточного контроля знаний и умений студентов.

Требования к зачету:

По темам «Матрицы и определители» студенты должны уметь:

производить операции над матрицами;

производить над матрицами элементарные преобразования;

приводить матрицы к ступенчатому виду;

вычислять обратную матрицу с помощью элементарных преобразований;

сводить вычисление определителей к вычислению определителей более низких порядков при помощи свойств определителей;

вычислять алгебраические дополнения и миноры;

решать системы линейных уравнений при помощи правила Крамера.

По теме «Системы линейных уравнений» студенты должны уметь:

производить над системами линейных уравнений элементарные преобразования;

приводить системы линейных уравнений к ступенчатому виду;

находить общие и частные решения систем линейных уравнений.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

- Проверка выполнения домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на аудиторных практических занятиях. Выполнение/невыполнение домашнего задания оценивается в двоичной системе: +/- (выполнил/не выполнил). Подробный анализ качества выполнения домашнего задания на занятии не проводится из-за недостатка времени. Также на аудиторных практических занятиях проводятся: а) текущие устные опросы студентов по теории, б) прослушивание докладов (сообщений) студентов о проделанной самостоятельной работе (см. пункт 4). То и другое оценивается в пятибалльной системе. Контрольные работы, проводимые аудиторно, тоже оцениваются в пятибалльной системе. При этом, оценивая выполнение контрольной работы, ответы студентов на теоретические вопросы,

доклады и отчеты студентов о выполненной самостоятельной работе (см. пункт 4), следует руководствоваться следующими критериями:

- Оценка "отлично" характеризует полное усвоение теоретического и практического материала, студент решил все задачи и примеры из проверяемого задания и умеет указать и сформулировать, какие теоремы из лекционного курса использованы для решения этих задач и примеров.
- Оценка "хорошо" характеризует основное усвоение теоретического и практического материала, студент решил почти все (не менее 70%) задачи и примеры из проверяемого задания и умеет указать, какие теоремы из лекционного курса использованы для решения этих задач и примеров.
- Оценка "удовлетворительно" характеризует знание (без доказательства) основных теорем и формул проверяемого раздела теории, студент умеет решать типовые задачи и примеры из приведенных заданий.
- Оценка "неудовлетворительно" выставляется студенту, если он не усвоил основные теоремы и формул курса и если студент не умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий.

• В промежуточную аттестацию (зачет/экзамен) включаются как теоретические вопросы, так и практические задания. На зачет выносятся материал, излагаемый в лекционном курсе и рассматриваемый на аудиторных занятиях. Студент должен ответить на один теоретический вопрос и решить несколько предложенных задач. Сдача зачета, как правило, оценивается в двоичной системе: +/- (зачтено/не зачтено), хотя иногда учебный план предусматривает «зачет с оценкой». Поскольку двоичная система предусматривает только две оценки, то «зачтено» ставится в случае, когда студент усвоил полностью теоретический материал, решил все задачи и примеры, доставшиеся ему по случайной выборке из проверяемого раздела курса, и умеет указать и сформулировать, какие теоремы из лекционного курса использованы для решения этих задач и примеров, а также сформулировать их, или студент в основном усвоил теоретический материал, решил не менее 50% задач и примеров, доставшихся ему по случайной выборке из проверяемого раздела курса, и умеет указать, какие теоремы из лекционного курса использованы для решения этих задач и примеров. Критерии оценок при «зачете с оценкой» те же самые, что при проверке аудиторных контрольных работ (см. выше).

Для допуска к экзамену нужно выполнить все домашние задания и пройти промежуточную аттестацию. Допуск к экзамену также может быть выставлен студенту, если он допустил при решении задач и ответе на теоретический вопрос одну-две негрубые ошибки. На экзамен выносятся не только материал, излагаемый в лекционном курсе и рассматриваемый на лабораторных и практических занятиях, но и отнесенный на самостоятельную работу студентов. Студент должен ответить на два теоретических вопроса и решить одну-две задачи из числа случайно выбранных, причем задачи должны быть не на те темы, которые ему попались в виде вопросов экзаменационного билета.

- Оценка студента на экзамене оценивается в баллах с учетом шкалы соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам.

- Оценка "отлично" характеризует полное усвоение теоретического и практического материала, студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий.
 - Оценка "хорошо" характеризует основное усвоение теоретического и практического материала, студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий.
 - Оценка "удовлетворительно" характеризует знание (без доказательства) основных теорем и формул курса, студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики.
 - Оценка "неудовлетворительно" выставляется студенту, если он не усвоил основные теоремы и формул курса и если студент не умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики.
- Шкала оценок при 100-балльной системе за экзамен:

Оценка по 5-балльной системе		Оценка по 100-балльной системе
• 5	• Отлично	• 81 — 100
• 4	• Хорошо	• 61 — 80
• 3	• Удовлетворительно	• 41 — 60
• 2	• Неудовлетворительно	• 21 — 40

Распределение баллов по видам работ в семестрах 1,2,3, когда промежуточный контроль предусматривает зачет

Название компонента	Распределение баллов
Посещение лекций и практических занятий	до 36
Выполнение дом. заданий	до 18
Доклад	до 5
Ответы на вопросы (активность на занятиях)	до 5
Контрольные работы	до 15
Зачёт	до 21
Итого	100

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

6.1. Основная литература

1. Баврин И.И. Математика [Текст] : учебник для вузов / И. И. Баврин. - 10е изд., стереотип. - М. : Академия, 2013. - 624с.
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру [Текст] : учебник для вузов. ч.2. линейная алгебра / А. И. Кострикин. - 3-е изд. - М. : Физматлит, 2004. - 368с.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры [Текст] : учебник для вузов / А. Г. Курош. - 12-е изд. - СПб. : Лань, 2003. - 432с.

6.2. Дополнительная литература

1. Балдин, К. В. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс] : Учебник / К. В. Балдин; Под общ. ред. д. э. н., проф. К. В. Балдина. - 2-е изд. - М.: Дашков и К°, 2013. - 512 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=415059>. – 10.07.2017.
2. Борताковский А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=476097>. – 10.07.2017.
3. Куликов, Л.Я. Алгебра и теория чисел [Текст] : учеб. пособие для педвузов / учеб. Куликов Л.Я. - М. Высш. шк, 1979. - 558с. Режим доступа: <http://www.twirpx.com/file/253677/>
4. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : Учеб.пособие - СПб : Лань, 2008. - 480с.
5. Протасов, Ю.М. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : Курс лекций для студентов заочного отделения / Ю. М. Протасов. - М.: Флинта : Наука, 2012. - 168 с. - Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=115117&sr=1. – 10.07.2017.
6. Рудык Б.М. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : Учебное пособие / Б.М. Рудык. - М.: ИНФРА-М, 2014. - 318 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=460611>. – 10.07.2017.
7. Туганбаев, А. А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. - М.: ФЛИНТА, 2012. - 75 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=115141&sr=1. – 10.07.2017.
8. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты [Электронный ресурс]: учеб.пособие.-М.: Инфра-М, 2010. - 528с .- Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=438021>. – 10.07.2017.

7 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.

Для усвоения идей, методов и содержания курса линейной алгебры требуется следование следующим методическим указаниям:

1. Регулярное самостоятельное выполнение домашних заданий
2. При изучении способов решения систем линейных уравнений знать простейшие типы таких систем и методы их решения
3. Знать примеры физических и геометрических задач, приводящих к матрицам, определителям и системам линейных уравнений.
4. Обращать внимание на взаимосвязь изучаемых дисциплин: математического анализа, линейной алгебры, информатики, элементарной математики, геометрии, физики. Самостоятельно повторить необходимый материал из этих дисциплин.

Для использования методических указаний по освоению дисциплины следует знать следующую литературу:

1. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению

лекционных занятий.

2. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации об организации выполнения и защиты курсовой работы.

3. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лабораторных и практических занятий.

7.1. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов над теоретическим материалом.

Тема 1. Матрицы и определители. (4/4/8).

Теорию изучить по лекциям (Лекции №№ 1, 2) и по литературе:

[3] стр. 114 - 122; [5] стр. 210-220; [6] стр. 89 - 105; [17] стр. 154 - 180. [7],стр.107-110; 103-106; 95-103; [9],стр.48-74. [5] стр. 39-71; [3] стр. 5-26, [16] стр. 20-137.

Тема 2. Определители. (6/6/12).

Теорию изучить по лекциям (Лекции №№ 3, 4 ,5) и по литературе: [3] стр. 114 - 122; [5] стр. 210-220; [6] стр. 89 - 105; [17] стр. 154 - 180. [7],стр.107-110; 103-106; 95-103; [9],стр.48-74. [5] стр. 39-71; [3] стр. 5-26, [16] стр. 20-137.

Тема 3. Системы линейных уравнений (8/8/16)..

Теорию изучить по лекциям (Лекции №№ 6, 7 ,8, 9) и по литературе: [3] стр. 43 - 58; [5] стр. 185-209; [6] стр. 77 - 89; [17] стр. 58 - 96.

7.2. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов при решении задач и упражнений:

Тема 1. Матрицы и определители. (4/4/8).

Выполнить практические задания: [9] Глава 5, №№ 7(а, б, в, г, д, е), 8(а, б, в, г, д, е,ж). [24]

: [3] стр. 114 - 122; [5] стр. 210-220; [6] стр. 89 - 105; [17] стр. 154 - 180. [7],стр.107-110; 103-106; 95-103; [9],стр.48-74. [5] стр. 39-71; [3] стр. 5-26, [16] стр. 20-137.

Тема 2. Определители. (6/6/12).

Выполнить практические задания.: [3] стр. 114 - 122; [5] стр. 210-220; [6] стр. 89 - 105; [17] стр. 154 - 180. [7],стр.107-110; 103-106; 95-103; [9],стр.48-74. [5] стр. 39-71; [3] стр. 5-26, [16] стр. 20-137.

Тема 3. Системы линейных уравнений (8/8/16)..

Выполнить практические задания: [3] стр. 43 - 58; [5] стр. 185-209; [6] стр. 77 - 89; [17] стр. 58 - 96.

1. Выполнить задачи: [19] Глава 5, №№ 7(а, б, в, г, д, е), 8(а, б, в, г, д, е,ж). [19] Глава 3, параграф 1 (все номера), 19-30, 34,36-40, 42, 43, 44(1,5,6,7,10,12), 45, 47 (1,2,3,5,7),50,51,53, 55(1,2), 58(1,3), 59, 60, 61(1,3), 62(1,2,3,4), 66(1,2,3), 71, 76, 82, 87, 88(1,3,4,9). [24]

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ.

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.
- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;
- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: комплект учебной мебели, проектор, проекционная доска, персональный компьютер с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.