

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Наумова Наталия Александровна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 24.10.2020 14:31:41  
Уникальный программный ключ:  
6b5279da4e034bfff679172803da5b7b559fc69e2

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ**  
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области  
**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
(МГОУ)

Физико-математический факультет  
Кафедра математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН на заседании кафедры  
Протокол от «14» мая 2020 г. № 10

Зав. кафедрой  /Кондратьева Г.В./

**ФОНД  
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине  
**Теория функции комплексного переменного**

Направление подготовки  
**44.03.05 Педагогическое образование**

Профиль  
**Математика и информатика**

Мытищи  
2020

Авторы - составители:

Бедрикова Екатерина Алексеевна,  
кандидат физико-математических наук

Фонд оценочных средств по дисциплине «Теория функции комплексного переменного» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (№ 121 от 22.02.2018) по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, профиль: Математика и информатика.

Дисциплина входит в блок 1 физико-математического цикла, и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2020

**1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Изучение дисциплины « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ о.з.в. л.я.е.т  
у" \_\_\_\_\_ "бакала \_\_\_\_\_ ов следующие компетенции:

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ОПК–8 «Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний»	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа

**1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК 8	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2.Самостоятельная работа.	Знать: теорию комплексных чисел и элементарных функций Уметь: решать соответствующие задачи	Текущий контроль: Проверка дом.заданий Контр.работа, Экзамен	41-60
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2.Самостоятельная работа.	Знать: теорию аналитических функций Уметь: решать соответствующие задачи Владеть: методами ТФКП	Текущий контроль: Проверка дом.заданий Контр.работа Экзамен	61-100

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Примеры домашнего задания**

Требуется выяснить геометрический смысл указанных соотношений:

1.  $|z-p| < R$ .
2.  $|z-2| - |z+2| > 3$ .
3.  $\operatorname{Re} z > C$ .

Каковы на сфере образы точек 1, -1, i, (1-i)/2?

При каком условии точки  $z$  и  $\bar{p}$  являются стереографическими проекциями двух диаметрально противоположных точек сферы?

### **Примерные задания к текущему контролю (контрольная работа 1)**

1. Найти сумму, разность, произведение и частное двух комплексных чисел. Изобразить результаты на комплексной плоскости. Найти их модули и аргументы.
2. Решить квадратные уравнения с комплексными коэффициентами и комплексным дискриминантом в комплексной плоскости. Корни уравнений изобразить на комплексной плоскости. Найти их модули и аргументы.
3. Вычислить радикалы (корни) второй, третьей, четвертой, пятой и шестой степени из комплексного числа. Каждый результат изобразить на комплексной плоскости.
4. Вычислить логарифмы комплексных чисел и каждый результат изобразить на комплексной плоскости.
5. С помощью формул Эйлера решить тригонометрическое уравнение и его нули изобразить на комплексной плоскости.
6. С помощью формул Эйлера доказать тригонометрические формулы приведения школьной математики.

### **Примерные задания к текущему контролю (контрольная работа 2)**

1. Вычислить контурный интеграл, используя интегральную теорему Коши.
2. Вычислить контурный интеграл, используя интегральную формулу Коши.
3. Разложить функцию в ряд Тейлора в круге сходимости.
4. Разложить функцию в ряд Лорана в кольце сходимости.
5. Найти особые изолированные точки аналитической функции и определить их порядок.
6. Вычислить вычеты функции во всех конечных особых точках и в бесконечно удаленной точке.
7. Вычислить контурный интеграл с помощью теории вычетов.
8. Вычислить интеграл с бесконечными пределами с помощью теории вычетов.

### **Примерные теоретические вопросы к текущему контролю**

1. Комплексные числа. Свойства, операции над ними.
2. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация.
3. Комплексные числа. Модуль, аргумент, тригонометрическая и показательная формы.
4. Функции комплексного переменного. (Элементарные функции комплексного переменного.)
5. Функции комплексного переменного (степенная, показательная, тригонометрические функции).
6. Функции комплексного переменного. (Линейная функция.)
7. Функции комплексного переменного. (Дробно-линейная функция.)
8. Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши - Римана.
9. Аналитическая функция.
10. Конформные отображения.
11. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.

Основными формами текущего контроля являются проверка выполнения домашних заданий, устные опросы группы во время практических занятий и промежуточная аттестация.

Проверка выполнения домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на занятиях. Также на занятиях проводятся текущие устные опросы студентов.

В промежуточную аттестацию включаются как теоретические вопросы, так и практические задания.

Студенты, не сдавшие промежуточную аттестацию, не допускаются к сдаче экзамена.

### **Примерные задания к экзамену**

1. Дана функция. Выделить ее действительную и мнимую части. Проверить условия Коши-Римана для этой функции. Сделать вывод об аналитичности этой функции.
2. Задана действительная или мнимая часть аналитической функции. Требуется с помощью криволинейного интегрирования построить гармонически сопряженную к ней мнимую и (или) действительную часть. Затем построить искомую аналитическую функцию комплексного переменного.
3. Задана действительная функция двух действительных переменных. Требуется вычислить значение оператора Лапласа от этой функции.
4. Доказать все формулы приведения для синуса в комплексной плоскости.
5. Доказать все формулы приведения для косинуса в комплексной плоскости.
6. Доказать все формулы приведения для тангенса в комплексной плоскости.
7. Доказать все формулы приведения для котангенса в комплексной плоскости.
8. Вывести формулу для вычисления синуса тройного угла через тригонометрические функции однократного угла в комплексной плоскости.
9. Вывести формулу для вычисления косинуса тройного угла через тригонометрические функции однократного угла в комплексной плоскости.
10. Вывести формулу для вычисления тангенса тройного угла через тригонометрические функции однократного угла в комплексной плоскости.
11. Вывести формулу для вычисления котангенса тройного угла через тригонометрические функции однократного угла в комплексной плоскости.
12. В комплексной плоскости вывести формулу для вычисления обратной тригонометрической функции «арксинус» через вычисление логарифмической функции.
13. В комплексной плоскости вывести формулу для вычисления обратной тригонометрической функции «арккосинус» через вычисление логарифмической функции.
14. В комплексной плоскости вывести формулу для вычисления обратной тригонометрической функции «арктангенс» через вычисление логарифмической функции.
15. В комплексной плоскости вывести формулу для вычисления обратной тригонометрической функции «арккотангенс» через вычисление логарифмической функции.
16. Вывести формулы для вычисления синуса суммы (разности) двух аргументов в комплексной плоскости.
17. Вывести формулы для вычисления косинуса суммы (разности) двух аргументов в комплексной плоскости.
18. Вывести вторую формулу Муавра в комплексной плоскости как обратную к степенной функции.

19. Вывести формулу для вычисления логарифмической функции в комплексной плоскости как обратную для показательной.
20. Вывести формулу Эйлера в комплексной плоскости путем разложения в степенной ряд показательной функции с чисто мнимым аргументом.
21. Разложить заданную функцию в ряд Тейлора в круге сходимости с центром в некоторой конечной комплексной точке.
22. Разложить заданную функцию в ряд Лорана в кольце сходимости с центром в некоторой конечной или бесконечно удаленной комплексной точке.
23. Вычислить контурные интегралы в следующих случаях:
  - А) все особые точки находятся внутри контура интегрирования,
  - Б) часть особых точек находится внутри, а часть – вне контура интегрирования.
24. Вычислить несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования, используя теорему Коши о вычетах.

### **Примерные теоретические вопросы к экзамену**

1. Комплексные числа. Свойства, операции над ними.
  2. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация.
  3. Комплексные числа. Модуль, аргумент, тригонометрическая и показательная формы.
  4. Функции комплексного переменного. (Элементарные функции комплексного переменного.)
  5. Функции комплексного переменного (степенная, показательная, тригонометрические функции).
  6. Функции комплексного переменного (Линейная функция.)
  7. Функции комплексного переменного (Дробно-линейная функция.)
  8. Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши - Римана.
  9. Аналитическая функция.
  10. Конформные отображения.
  11. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
  12. Аналитические функции. Связь с гармоническими. (Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.)
  13. Интегрирование по комплексной переменной. Свойства интеграла.
  14. Теорема Коши для односвязной области.
  15. Теорема Коши для многосвязной области.
  16. Интегральная формула Коши.
  17. Производные высших порядков для аналитической функции.
  18. Теоремы о среднем.
  19. Ряды Тейлора.
  20. Интеграл типа Коши.
  21. Ряды Лорана.
  22. Особые точки и их классификация.
  23. Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вычетов. Вычет в бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов.
  24. Логарифмические вычеты. Принцип аргумента.
  25. Вычисление интегралов с помощью вычетов.
- 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Название компонента	Распределение баллов
I. Выполнение домашних заданий	30
II. Выполнение контрольных работ	30
III. Результат экзамена	40
Итого	100

### **Требования к выполнению домашнего задания**

#### Критерий оценок

В каждом домашнем задании три задачи.

Оценка "отлично" (21-30 баллов) характеризует решение всех трех примеров из приведенных заданий или решение двух примеров из приведенных заданий, но при условии предоставления черновиков не получившегося задания.

Оценка "хорошо" (11-20 баллов) характеризует решение двух примеров из приведенных заданий.

Оценка "удовлетворительно" (до 10 баллов) характеризует решение одного примера из приведенных заданий.

### **Требования к выполнению контрольных заданий**

#### Критерий оценок

В каждой контрольной работе три задания.

Оценка "отлично" (21-30 баллов) характеризует решение всех трех примеров из приведенных заданий.

Оценка "хорошо" (11-20 баллов) характеризует решение двух примеров из приведенных заданий.

Оценка "удовлетворительно" (до 10 баллов) характеризует решение одного примера из приведенных заданий.

### **Требования к экзамену**

#### Критерии оценок

Оценка "отлично" (31-40 баллов) характеризует полное усвоение теоретического и практического материала, студент умеет доказать все

теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий.

Оценка "хорошо" (21-30 баллов) характеризует основное усвоение теоретического и практического материала, студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий.

Оценка "удовлетворительно" (11-20 баллов) характеризует знание (без доказательства) основных теорем и формул курса, студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики.

Оценка "неудовлетворительно" (до 10 баллов) выставляется студенту, если он не усвоил основные теоремы и формул курса и если студент не умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики.

*Итоговая оценка знаний* студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов, которые конвертируется в оценку по пятибалльной шкале (итоговая форма контроля – экзамен), по следующей схеме:

*Экзамен.* Оценка на экзамене составляет 40 баллов, которые получают в результате дифференцированной оценки знаний студентов исходя из сложности задания, приведенного в предложенном задании. Задание для экзамена состоит из двух вопросов (40 баллов: по 20 баллов за ответ на каждый из двух вопросов).

Распределение баллов:

Шкала оценок при 100-балльной системе за экзамен		Оценка по 100-балльной системе
Оценка по 5-балльной системе		
5	Отлично	81 — 100
4	Хорошо	61 — 80
3	Удовлетворительно	41 — 60
2	Неудовлетворительно	21 — 40
1	Необходимо повторное изучение	0 — 20