

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Наумова Наталья Александровна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41  
Уникальный программный ключ:  
6b5279da4e034bffa679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ  
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ  
(МГОУ)

Физико-математический факультет  
Кафедра математического анализа и геометрии

Согласовано управлением организации  
и контроля качества образовательной  
деятельности  
« 10 » 06 2020 г  
Начальник управления  
/М.А. Миненкова/

Одобрено учебно-методическим советом  
Протокол « 13 » 2020 г. № 7  
Председатель  
/Л.Е. Суслин/



**Рабочая программа дисциплины**  
Специальные разделы математического анализа и геометрии

**Направление подготовки**  
44.03.01 Педагогическое образование

**Профиль:**  
Математика

**Квалификация**  
Бакалавр

**Форма обучения**  
заочная

Согласовано учебно-методической  
комиссией физико-математического  
факультета:  
Протокол « 21 » 10 2020 г. № 10  
Председатель УМКом  
/ Барабанова Н.Н. /

Рекомендовано кафедрой  
математического анализа и геометрии  
Протокол « 14 » 10 2020 г. № 10  
Зав. кафедрой  
/ Кондратьева Г.В. /

Мытищи  
2020

Автор-составитель:

Бедрикова Е.А.

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа и геометрии.

Рабочая программа дисциплины «Специальные разделы математического анализа и геометрии» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Математика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.18г. № 121.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Год начала подготовки 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

1.	Планируемые результаты обучения.....	4
2.	Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3.	Объем и содержание дисциплины.....	5
4.	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся.....	7
5.	Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.....	9
6.	Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины.....	19
7.	Методические указания по освоению дисциплины.....	20
8.	Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	20
9.	Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	20

## **1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

### **1.1. Цель и задачи дисциплины**

**Целью освоения дисциплины** «Специальные разделы математического анализа и геометрии» является изучение классификации различных геометрических теорий с точки зрения инвариантов их групп преобразований. Курс также имеет своей целью расширение геометрического кругозора учащихся, знакомство с некоторыми из разделов современной геометрии.

**Задачами дисциплины** являются

Формирование умения определять приёмы, технологии, формы, средства обучения для формирования универсальных учебных действий

Развитие готовности применять навыки организации деятельности учащихся для формирования универсальных учебных действий

Формирование приёмов развития и поддержания в предметной области у обучающихся познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, мотивации к обучению

Подготовка к организации различных видов деятельности у обучающихся, направленных на развитие и поддержание их познавательной активности, самостоятельности, инициативы и творческих способностей

### **1.2. Планируемые результаты обучения**

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ДПК-2 «Способен формировать универсальные учебные действия обучающихся»

ДПК-3 «Способен организовывать деятельность обучающихся, направленную на развитие и поддержание у них познавательной активности, самостоятельности, инициативы и творческих способностей»

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Программа дисциплины «Специальные разделы математического анализа и геометрии» построена таким образом, что ее основные понятия и методы являются продолжением дисциплины «Геометрия» и органично дополняет этот курс. Классический курс аналитической геометрии заканчивается в конце второго курса: завершается изучение теории прямых, плоскостей и поверхностей второго порядка в трехмерном пространстве. В начале третьего курса знания по аналитической геометрии обобщаются: излагается общая теория аффинных и евклидовых пространств. Одновременно в данном курсе по выбору начинается изучение групп преобразований и их инвариантов.

В курсе используется материал из различных областей математики, изучаемых в университете.

Расширение теоретических знаний, выяснение математического фундамента, на котором строится здание современной геометрии – все это в условиях реального снижения уровня геометрического среднего образования придает актуальность курсу.

### 3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Форма обучения
	Заочная
Объем дисциплины в зачетных единицах	5
Объем дисциплины в часах	180
<b>Контактная работа:</b>	<b>20.7</b>
Лекции	8
Практические занятия	12
<b>Контактные часы на промежуточную аттестацию:</b>	<b>0.7</b>
Курсовая работа	0.3
Зачет с оценкой	0.4
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>126</b>
<b>Контроль</b>	<b>33.3</b>

Формами промежуточной аттестации являются курсовая работа в 5 семестре и зачет с оценкой в 4 и 5 семестрах.

#### 3.2. Содержание дисциплины

##### По очной форме обучения

Наименование разделов (тем) Дисциплины с кратким содержанием	Кол-во часов	
	Лекции	Практические занятия
<b>Тема 1. Аффинные преобразования прямой, плоскости или трехмерного пространства.</b> Определение и свойства аффинных преобразования.	1	2
<b>Тема 2. Движения</b> Определение и свойства. Примеры. Эрлангенская программа Ф.Клейна.	2	2
<b>Тема 3. Общие вопросы аксиоматики</b> Свойства систем аксиом :непротиворечивостм, независимость, равенство, полнота	2	4
<b>Тема 4. Система аксиом Д.Гильберта евклидовой геометрии.</b> Основные понятия, отношения, аксиомы.	1	1

<b>Тема 5. Система аксиом Г. Вейля евклидовой геометрии.</b> Основные понятий, отношения, аксиомы	1	1
<b>Тема 6. Аксиоматика гиперболической геометрии</b> Система аксиом. Некоторые замечательные факты геометрии Н.И. Лобачевского	1	2
<b>Итого</b>	8	12

#### 4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Количество часов	Формы самостоятельной работы	Методические обеспечения	Формы отчетности
1. Поиск задач элементарной геометрии, решаемых методами аффинных преобразований и движений.	Поиск и разбор решений задач, самостоятельное решение задач	30	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос, курсовая работа, зачет с оценкой
2. Аксиомы "плоской" геометрии Лобачевского в схеме Д. Гильберта и в схеме Г. Вейля, их непротиворечивость, независимость и полнота. О работах по дифференциальной геометрии Миндинга и Бельтрами..	Поиск и разбор решений задач, самостоятельное решение задач	30	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос, курсовая работа, зачет с оценкой
3. Системы аксиом школьного курса геометрии. Анализ систем аксиом школьных учебников геометрии: Атанасяна,	Разбор доказательств	66	Изучение учебной литературы, решение задач	Осн. и доп. литература, электронные ресурсы	Опрос, курсовая работа, зачет с оценкой

Погорелова и других. Сравнение методических подходов изложения некоторых тем и доказательств теорем с одинаковым содержанием. Сравнение аксиом школьных курсов геометрии с системами аксиом Гильберта и Вейля. непригодность строгой аксиоматики в школьном преподавании.					
Итого		126			

## **5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИН**

### **5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы**

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-2 «Способен формировать универсальные учебные действия обучающихся»	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.
ДПК-3 «Способен организовывать деятельность обучающихся, направленную на развитие и поддержание у них познавательной активности, самостоятельности, инициативы и творческих способностей»	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

## 5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1.Работа на лекциях и практ. занятиях по разделу 1, темы 1-8, разделу 2, темы 1-7. 2.Выполнение домашних занятий по разделу 1, темы 1-8, разделу 2, темы 1-7.	Знать: - содержание каждого из универсальных учебных действий и связей между ними Уметь: - выбирать приёмы, технологии, формы, средства обучения для формирования универсальных учебных действий	Посещение, конспект Устный опрос Письменная работа (задания к текущему контролю) домашнее задание, реферат Зачет с оценкой.	41-60
	Продвинутый	1.Работа на лекциях и практ. занятиях по разделу 1, темы 1-8, разделу 2, темы 1-7. 2.Выполнение домашних занятий по разделу 1, темы 1-8, разделу 2, темы 1-7.	Знать: - содержание каждого из универсальных учебных действий и связей между ними Уметь: - выбирать приёмы, технологии, формы, средства обучения для формирования универсальных учебных действий Владеть: - навыками организации деятельности учащихся для формирования универсальных учебных действий	Посещение, конспект Устный опрос Письменная работа (задания к текущему контролю) домашнее задание, реферат Зачет с оценкой.	61-100
ДПК-3	Пороговый	1.Работа на лекциях и практ. занятиях по разделу 1, темы 1-8, разделу 2, темы 1-7. 2.Выполнение домашних занятий по разделу 1, темы 1-8, разделу 2, темы 1-7.	Знать: - способы организации образовательной деятельности обучающихся в предметной области, приёмы развития и поддержания их познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, мотивации к обучению. Уметь: - организовывать различные виды деятельности обучающихся в образовательном процессе, направленные на развитие их	Посещение, конспект Устный опрос Письменная работа (задания к текущему контролю) домашнее задание, реферат Зачет с оценкой.	41-60

			познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, мотивации к обучению.		
	Продвинутый	1.Работа на лекциях и практ. занятиях по разделу 1, темы 1-8, разделу 2, темы 1-7. 2.Выполнение домашних занятий по разделу 1, темы 1-8, разделу 2, темы 1-7.	Знать: - способы организации образовательной деятельности обучающихся в предметной области, приёмы развития и поддержания их познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, мотивации к обучению. Уметь: - организовывать различные виды деятельности обучающихся в образовательном процессе, направленные на развитие их познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, мотивации к обучению. Владеть: - способностью и опытом организации различных видов деятельности обучающихся, направленных на развитие и поддержание их познавательной активности, самостоятельности, инициативы и творческих способностей, мотивации к обучению	Посещение, конспект Устный опрос Письменная работа (задания к текущему контролю) домашнее задание, реферат Зачет с оценкой.	61-100

**5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Примерные темы курсовых работ**

1. «Начала» Евклида
2. Аполлоний Пергский и его научные труды

3. Архимед и его научные результаты в геометрии
4. Работы Гаусса в области построения новой геометрии
5. Модель Кэли-Клейна
6. Предпосылки Эрлангенской программы Ф. Клейна
7. Применение движений и аффинных преобразований к решению задач на вычисление.
8. Применение движений и аффинных преобразований к решению задач на доказательство.
9. Применение движений и аффинных преобразований к решению задач на построение.
10. Применение движений и преобразований подобия к решению задач на максимум и минимум.

### **Примерные теоретические вопросы к зачету с оценкой за 4 семестр**

1. Группа преобразований множества. Примеры преобразований множеств и групп преобразований множеств. Подгруппы групп преобразований. Примеры.
2. Понятие эквивалентности фигур относительно группы преобразований. Разбиение фигур на классы эквивалентности. Как выяснить эквивалентность или неэквивалентность фигур относительно группы преобразований.?
3. Понятие инвариантных свойств относительно группы преобразований. Примеры.
4. Аффинные преобразования аффинного пространства.
5. Свойства аффинных преобразований.
6. Группа аффинных преобразований и ее подгруппы.
7. Аналитические формулы аффинных преобразований.
8. Подобия и гомотетии как частный случай аффинных преобразований.
9. Движения: различные определения и их эквивалентность.
10. Свойства движений.
11. Группа движений и ее подгруппы.
12. Аналитические формулы движений.
13. Движения 1-го и 2-го рода.
14. Движения как частный случай аффинных преобразований.
15. Параллельные переносы и повороты как частный случай движений.
16. Инварианты аффинных преобразований.
17. Инварианты движений.
18. «Эрлангенская программа» Клейна. Примеры различных групп преобразований и соответствующих им геометрий.
19. Алгебраические линии и поверхности 1 и 2 порядка в аффинных пространствах. Классификация линий 2 порядка относительно группы аффинных преобразований и относительно группы движений.

### **Примерные задания к зачету с оценкой за 5 семестр**

1. Доказательства непротиворечивости систем аксиом векторного пространства,  $n$ -мерного векторного пространства, евклидова векторного пространства, аффинного пространства, евклидова аффинного пространства.
2. Найти ошибку в доказательстве.
3. Система аксиом Д. Гильберта евклидовой геометрии и ее непротиворечивость. Доказательства некоторых теорем.
4. Доказательства некоторых теорем евклидовой геометрии с использованием аксиоматики Д. Гильберта.
5. Доказательства некоторых теорем евклидовой геометрии с использованием аксиоматики Г. Вейля.
6. Доказательства непротиворечивости систем аксиом геометрии Лобачевского

7. Доказательства некоторых теорем геометрии Лобачевского в схеме Д. Гильберта и в схеме Г.Вейля.
8. Доказательство эквивалентности или неэквивалентности фигур относительно различных групп преобразований.

**5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

**Процедура оценивания знаний и умений состоит из следующих составных элементов.**

**Требования к аттестации студентов**

Процедура оценивания знаний и умений состоит из следующей составных элементов.

Учет посещаемости лекционных и практических занятий осуществляется по ведомости представленной ниже в форме таблицы.

№ п/п	Фамилия И.О.	Посещение занятий						Итого %
		1	2	3	4	...	9	
1.								
2.								

Баллы выставляются в соответствии со следующей таблицей.

№ п/п	Фамилия И.О.	Сумма баллов, набранных в семестре			Контрольная работа	Зачет с оценкой	Общее число баллов
		Посещение занятий	Наличие конспектов	Решение задач на занятиях			
		10	10	10	30	40	100
1.							
2.							

Баллы начисляются следующим образом.

Посещение занятий:

- 8-10 баллов, если студент посетил 71-90% от всех занятий,
- 5-7 баллов, если студент посетил 51-70% от всех занятий,
- 2-4 балла, если студент посетил 31-50% от всех занятий,
- 0-1 балл, если студент посетил 0-30% от всех занятий.

Наличие конспектов:

- 8-10 баллов, если студент имеет 71-90% всех конспектов,
- 5-7 баллов, если студент имеет 51-70% всех конспектов,
- 2-4 балла, если студент имеет 31-50% всех конспектов,

0-1 балл, если студент имеет 0-30% всех конспектов.

Решение задач на занятиях:

8-10 баллов, если студент решил 71-90% всех задач,

5-7 баллов, если студент решил 51-70% всех задач,

2-4 балла, если студент решил 31-50% всех задач,

0-1 балл, если студент решил 0-30% всех задач.

Контрольная работа:

16-20 баллов, если студент выполнил 71-90% всех заданий,

11-15 баллов, если студент выполнил 51-70% всех заданий,

6-10 балла, если студент выполнил 31-50% всех заданий,

0-5 балл, если студент выполнил 0-30% всех заданий.

При невыполнении контрольной работы и отсутствии курсовой работы студент не допускается к зачету.

Оценка за зачет составляет 40 баллов.

Оценка "отлично" (31-40 баллов) характеризует полное усвоение теоретического и практического материала, студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий.

Оценка "хорошо" (21-30 баллов) характеризует основное усвоение теоретического и практического материала, студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий.

Оценка "удовлетворительно" (11-20 баллов) характеризует знание (без доказательства) основных теорем и формул курса, студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики.

Оценка "неудовлетворительно" (до 10 баллов) выставляется студенту, если он не усвоил основные теоремы и формул курса и если студент не умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики.

Студент считается аттестованным, если он набрал 41-100 баллов.

Оценка по 5-бальной системе	Оценка по 100-бальной системе	
5 (Отлично)	81-100	Зачтено
4 (Хорошо)	61-80	
3 (Удовлетворительно)	41-60	
2 (Неудовлетворительно)	0-40	Не зачтено

Курсовая работа:

81-100 баллов, если студент раскрыл в курсовой работе 71-90% выбранной темы,

61-80 баллов, если студент раскрыл в курсовой работе 51-70% выбранной темы,

41-60 баллов, если студент раскрыл в курсовой работе 31-50% выбранной темы,

0-40 баллов, если студент раскрыл в курсовой работе 0-30% выбранной темы

Оценка по 5-бальной системе	Оценка по 100-бальной системе	
5 (Отлично)	81-100	Зачтено
4 (Хорошо)	61-80	
3 (Удовлетворительно)	41-60	
2 (Неудовлетворительно)	0-40	Не зачтено

## **6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **6.1. Основная литература**

1. Атанасян, Л.С. Геометрия [Текст] : учеб.пособие для вузов в 2-х ч. ч.2 / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. - 2-е изд., стереотип. - М. : Кнорус, 2015. - 424с.

#### **6.2. Дополнительная литература**

1. Атанасян С.Л. Основания геометрии [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский городской педагогический университет, 2010. — 248 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/26543.html>.
2. Атанасян, Л.С. Сборник задач по геометрии [Текст]: в 2- ч. / Л.С. Атанасян, В.А. Атанасян. - М. : Просвещение, 1973.
- Будак, Б.А. Геометрия. Углубленный курс с решениями и указаниями [Электронный ресурс] /Б.А. Будак, Н.Д. Золотарёва, М.В. Федотов; под ред. М.В.Федотова. - 3-е изд. - М.: БИНОМ, 2015. – 613с. – Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328949.html>
3. Клейн Ф. Высшая геометрия [Текст] / Ф. Клейн. - 2-е изд. - М. : УРСС, 2004. - 400с.
4. Клейн Ф. Неевклидова геометрия [Текст] / Ф. Клейн. - 2-е изд. - М. : УРСС, 2004. - 360с.
5. Клейн, Ф. Элементарная математика [Текст]: лекции. ч.2: геометрия. - 2-е изд. - М. : Наука, 1987. - 416с.
6. Ефимов, Н.В. Высшая геометрия [Текст] / Н.В. Ефимов. - М., Физматлит, 2004.
7. Заславский, А.А. Геометрические преобразования [Текст] / А.А. Заславский. – М.: МЦНМО, 2003.

## **7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.
2. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации об организации выполнения и защиты курсовой работы.
3. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лабораторных и практических занятий.

## **8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Лицензионное программное обеспечение:**

Microsoft Windows  
Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

**Информационные справочные системы:**

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

**Профессиональные базы данных:**

fgosvo.ru

pravov.gov.ru

www.edu.ru

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.

- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;

- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;

- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: комплект учебной мебели, проектор, проекционная доска, персональный компьютер с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.