

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41

Уникальный программный идентификатор:

6b5279da44074b6679173807d5b7b559fc69a2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»**  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет  
Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,  
математического анализа и геометрии

Протокол от «19» 02 2024 г., № 6

Зав. кафедрой Г.В. Кондратьева /Г.В. Кондратьева/

**ФОНД  
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине (модулю)

**Теория и практика решения математических задач**

Направление подготовки (специальности) 44.03.01 Педагогическое образование (с  
двумя профилями подготовки)

Профиль (программа подготовки, специализация) Математика и информатика

Мытищи  
2024

## Содержание

|                                                                                                                                                                                                                         |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....                                                                                                            | 3  |
| 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....                                                                                           | 3  |
| 3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы..... | 6  |
| 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....                                                    | 20 |

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы<sup>1</sup>

| Код и наименование компетенции                                                                                                                         | Этапы формирования                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач. | 1. Работа на учебных занятиях.<br>2. Самостоятельная работа. |

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания<sup>2</sup>

| Оцениваемые компетенции | Уровень сформированности | Этап формирования                                            | Описание показателей                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Критерии оценивания                  | Шкала оценивания                                                       |
|-------------------------|--------------------------|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| ПК – 1.                 | Пороговый                | 1. Работа на учебных занятиях.<br>2. Самостоятельная работа. | <i>Знает:</i><br>– преподаваемый предмет в пределах требований Федеральных государственных образовательных стандартов основного и среднего (полного) общего образования и основной общеобразовательной программы;<br>– программы и учебники по преподаваемому предмету; о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений.<br><i>Умеет:</i><br>– строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;<br>– решать задачи элементарной математики соответствующей ступени | Расчетная работа<br>Зачетное задание | Шкала оценивания расчетных работ<br>Шкала оценивания зачетного задания |

<sup>1</sup> Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

<sup>2</sup> Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

|  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |  |
|--|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
|  |  |  | <p>основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;</p> <p>– объяснять решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;</p> <p>– организовывать решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников.</p> |  |  |
|--|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

|  |             |                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                      |                                                                              |
|--|-------------|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
|  | Продвинутый | <p>1. Работа на учебных занятиях.</p> <p>2. Самостоятельная работа.</p> | <p><i>Знает:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– преподаваемый предмет в пределах требований Федеральных государственных образовательных стандартов основного и среднего (полного) общего образования и основной общеобразовательной программы;</li> <li>– программы и учебники по преподаваемому предмету; о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений.</li> </ul> <p><i>Умеет:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;</li> <li>– решать задачи элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;</li> <li>– объяснять решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;</li> <li>– организовывать решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников.</li> </ul> <p><i>Владеет (навыками и/или опытом деятельности):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыком локального упорядочения математического материала для различных образовательных целей;</li> <li>– различными подходами к решению задач школьного курса математики, задач математических олимпиад школьников.</li> </ul> | Расчетная работа<br>Зачетное задание | Шкала оценивания<br>расчетных работ<br>Шкала оценивания<br>зачетного задания |
|--|-------------|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|

## Описание шкал оценивания

### Шкала оценивания расчетной работы

| Критерий                                                                     | Баллы |
|------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения      | 0,25  |
| Представлено решение задач несколькими способами (если это возможно)         | 0,25  |
| Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом                       | 0,25  |
| Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и графики | 0,25  |

По результатам оценивания обучающийся может получить до 1 балла;

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета с оценкой, составляет до 50 баллов.

Зачетная работа состоит из 2 теоретических вопросов (по 25 баллов каждый).

### Шкала оценивания зачетного задания

| Критерий оценивания                                                                              | Баллы      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| Если студент правильно решил все задания и обосновал полученные результаты                       | 10 баллов  |
| Если студент правильно решил все задания, но не смог обосновать полученные результаты            | 9-6 баллов |
| Если студент правильно решил 60% - 80% всех заданий, но не смог обосновать полученные результаты | 5 баллов   |
| Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал полученные результаты                  | 4 балла    |
| Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал не все полученные результаты           | 3-2 балла  |
| Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и смог обосновать полученные результаты      | 1 балл     |
| Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и не смог обосновать полученные результаты   | 0 баллов   |

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### Текущий контроль

ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

Знать:

- преподаваемый предмет в пределах требований Федеральных государственных образовательных стандартов основного и среднего (полного) общего образования и основной общеобразовательной программы;
- программы и учебники по преподаваемому предмету; о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1 на пороговом уровне<sup>3</sup>

Упростите выражения:

1.  $\frac{|x-1|+|x|+x}{3x^2-4x+1}$
2.  $\frac{\sqrt[3]{2a+2\sqrt{a^2-1}}}{(\frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}}+\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}}+2)^{\frac{1}{3}}}$
3.  $\frac{ab(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2)((ax+by)^2-4abxy)}{ab(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2)}$
4.  $(\frac{x^2+x-2\sqrt{x}+6}{x+2\sqrt{x}+3} - 1)^{\frac{1}{2}}$
5.  $\frac{\cos^2(2\alpha-90^\circ)+ctg^2(90^\circ+2\alpha)+1}{\sin^2(2\alpha-270^\circ)+tg^2(270^\circ+2\alpha)+1}$
6.  $\sin^2\left(\frac{9\pi}{8} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{17\pi}{8} - \alpha\right)$
7.  $\frac{tg2\alpha}{tg4\alpha-tg2\alpha}$
8.  $\sqrt{(1-tg^22\alpha)(ctg^22\alpha-1)}$
9.  $\frac{a^{\frac{4}{3}}-8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}}+2\sqrt[3]{ab}+4b^{\frac{2}{3}}}: \left(1-2\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)-a^{\frac{2}{3}}.$
10.  $\frac{a^{-2}+b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}} \cdot \left(\frac{a^2+b^2}{ab}\right)^{-1}$
11. Докажите, что  $5x - 4x + 15$  делится на 16 при всех  $n \in \mathbb{N}_0$ .
12. Доказать, что при любом натуральном  $n$  число  $an$  делится на  $b$ .

<sup>3</sup> Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

$$a_n = 2n^3 + 3n^2 + 7n, b = 6$$

13. Доказать равенство

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$$

14. Доказать методом математической индукции:

$$p + (p+1) + (p+2) + \dots + (p+n) = \frac{(2p+n)(n+1)}{2}$$

15. В выпуклом четырехугольнике ABCD отрезок, соединяющий середины сторон равен 1. Прямые BC и AD перпендикулярны. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей AC и BD.

16. В равнобедренном треугольнике с основанием AC проведена биссектриса угла C, которая пересекает боковую сторону AB в точке D. Точка E лежит на основании AC так, что DE и DC перпендикулярны. Найдите AD, если CE=2.

17. Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена биссектриса CL и медиана CM. LM = a, CM = b. Найдите площадь треугольника ABC.

18. Найти площадь треугольника, если две стороны его равны 27 и 29, а медиана третьей стороны равна 26.

19. Пусть M – множество точек  $z_1$  комплексной плоскости таких, что  $|z_1 i + \sqrt{2}| = 0,5$ , а K – множество точек  $z_2$  этой плоскости, имеющих вид  $z_2 = z_1 i$ . Найти расстояние между фигурами M и K.

20. Пусть N – множество точек  $z_1$  комплексной плоскости таких, что  $|-z_1 i - 2\sqrt{2}i| = 1$ , а L – множество точек  $z_2$  этой плоскости, имеющих вид  $z_2 = -z_1 i$ . Найти расстояние между фигурами N и L.

21. Докажите, что четырехугольник ABCD является параллелограммом только тогда, когда комплексные координаты a, b, c, d его вершин удовлетворяют неравенству:  $a + c = b + d$ .

22. Докажите, что сумма квадратов медиан треугольника равна  $\frac{3}{4}$  суммы квадратов его сторон.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1 на продвинутом уровне

Упростите выражения:

$$1. \left(a + \frac{ab}{a-b}\right) \cdot \left(\frac{ab}{a+b} - a\right) : \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$$

2.  $\frac{\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ}{\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ}$
3.  $\sin^3 2a \cos 6a + \cos^3 2a \sin 6a$

Решите уравнения:

4.  $2\log_9^2 x = \log_3 x * \log_3 (\sqrt{(2x+1)} - 1)$
5.  $(1 + \log_x \frac{4-x}{10}) * \lg x = \lg \lg 10^3 - 1$
6.  $(x^2 - 1 - x)^{x^2-1} = 1$
7.  $|x-3|^{x^2-1} = (x-3)^2$

Решите неравенства:

8.  $\frac{x^2-|x|-12}{x-3} \geq 2x$
9.  $|x^3 - 1| > 1 - x$
10.  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{|x^2-2x|+4}{|x+2|+x^2} \leq 0$

11. Команда некоторой ЭВМ записывается в виде набора из восьми цифровых знаков – нулей и единиц. Каково максимальное количество различных команд?
12. В разложении  $(1+x)^n$  четвертый член равен 0,96. Найти значения  $x$  и  $n$ , если сумма биномиальных коэффициентов равна 1024.
13. При каких значениях  $x$  и  $y$  возможно равенство:  $C_y^x : C_{y+2}^x : A_y^x = 1:3:24$ .
14. Докажите тождества:  $C_n^k C_{n-k}^{m-k} = C_m^k C_n^m$
15. Сумма биномиальных коэффициентов разложения  $(2nx + \frac{1}{2nx^2})^{3n}$  равна 64.  
Определить слагаемое, не содержащее  $x$ .
16. При каких значениях  $x$  четвертое слагаемое разложения  $(5+2x)^{16}$  больше двух соседних с ним слагаемых?
17. Сколько различных звуко сочетаний можно взять на десяти выбранных клавишах рояля, если каждое звуко сочетание может содержать от трех до десяти звуков?
18. В вазе стоят 10 красных и 5 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать из вазы 5 гвоздик одного цвета?
19. В четырехугольник ABCD вписана окружность радиуса 2. Угол DAB прямой. AB=5, BC=6. Найдите площадь ABCD.

20. В окружность радиуса 2 вписан угол ABC так, что BC – диаметр окружности. В угол ABC вписана еще одна окружность радиуса 0,75 так, что она касается большей окружности внутренним образом. Найти угол ABC.

*Ключи правильных ответов*

| Пороговый уровень   |                                                          |    |                                             |    |                                     |
|---------------------|----------------------------------------------------------|----|---------------------------------------------|----|-------------------------------------|
| №                   | Ответ                                                    | №  | Ответ                                       | №  | Ответ                               |
| 1                   | $\frac{1}{1-3x}, \frac{x+1}{(x-1)(3x-1)}, \frac{1}{x-1}$ | 9  | 0                                           | 17 | $\frac{b^2(b^2 - a^2)}{a^2 + b^2}$  |
| 2                   | $\sqrt[6]{a^2 - 1}$                                      | 10 | $\frac{1}{a + b}$                           | 18 | 270                                 |
| 3                   | $a^2x^2 - b^2y^2$                                        | 11 |                                             | 19 | 1                                   |
| 4                   | $1 - \sqrt{x}, \sqrt{x} - 1$                             | 12 |                                             | 20 | 2                                   |
| 5                   | $tg^2 2\alpha$                                           | 13 |                                             | 21 |                                     |
| 6                   | $\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\alpha$                        | 14 |                                             | 22 |                                     |
| 7                   | $\cos 4\alpha$                                           | 15 | 1 метр                                      |    |                                     |
| 8                   | $2 ctg \alpha $                                          | 16 | 1                                           |    |                                     |
| Продвинутый уровень |                                                          |    |                                             |    |                                     |
| №                   | Ответ                                                    | №  | Ответ                                       | №  | Ответ                               |
| 1                   |                                                          | 8  | $(-\infty; 3)$                              | 15 | 240, третье                         |
| 2                   | 3                                                        | 9  | $(-\infty; 1) \cup (0; 1) \cup (1; \infty)$ | 16 | $\frac{15}{28} < x < \frac{10}{13}$ |
| 3                   | $\frac{3}{4} \sin 8\alpha$                               | 10 | $(-\infty; \frac{\sqrt{17} + 1}{4})$        | 17 | 968                                 |
| 4                   | 1, 4                                                     | 11 | 256                                         | 18 | 253                                 |
| 5                   | 3                                                        | 12 | 0,2                                         | 19 | 17                                  |
| 6                   | 2, -1, 0 и 1.                                            | 13 | 4, 8                                        | 20 | 90                                  |
| 7                   | $\sqrt{3}, -\sqrt{3}, 3$ и $-3$ .                        | 14 |                                             |    |                                     |

*Уметь:*

- строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;
- решать задачи элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;

- объяснять решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;
- организовывать решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1 на пороговом уровне<sup>4</sup>

1. Доказать, что  $\frac{C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n}{n} = 2^{n-1}$
2. Автомобильная мастерская имеет для окраски 10 основных цветов. Сколькими способами можно окрасить автомобиль, если смешивать от 3 до 7 основных цветов?
3. Двенадцати ученикам выданы два варианта контрольной работы. Сколькими способами можно посадить учеников в два ряда по 6 человек, чтобы у сидящих рядом не было одинаковых вариантов, а у сидящих друг за другом был один и тот же вариант?
4. Сколько существует вариантов расположения шести гостей за круглым шестиместным столом?
5. Сколько различных светящихся колец можно сделать, расположив по окружности 10 разноцветных лампочек (кольца считаются одинаковыми при одинаковом порядке следования цветов)?
6. На книжной полке помещается 30 томов. Сколькими способами их можно расставить, чтобы при этом первый и второй тома не стояли рядом.
7. В фортепьянном кружке занимаются 10 человек, в кружке художественного слова – 15, в вокальном кружке – 12, в фотокружке – 20 человек. Сколькими способами можно составить бригаду из четырех чтецов, трех пианистов, пяти певцов и одного фотографа.
8. Восемь авторов должны написать книгу из шестнадцати глав. Сколькими способами возможно распределение материала между авторами, если 2 человека напишут по три главы, четыре – по две, а два – по одной главе книги?
9. Дан правильный треугольник ABC и комплексная координата  $a$  вершины A. Найдите комплексную координату вершины B при положительной и

<sup>4</sup> Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

отрицательной ориентациях треугольника  $ABC$ , если за начальную точку принят центр треугольника  $ABC$ .

10. Докажите, что сумма квадратов медиан треугольника равна  $0,75$  суммы квадратов его сторон.
11. Докажите, что прямая, содержащая основания двух высот треугольника, перпендикулярна радиусу описанной около него окружности, проведённого в третью вершину.
12. Даны три правильных одинаково ориентированных треугольника  $OAB$ ,  $OCD$  и  $OEF$ . Докажите, что середины отрезков  $BC$ ,  $DE$ ,  $FA$  являются вершинами правильного треугольника, либо совпадают.
13. Доказать, что длина стороны правильного девятиугольника равна разности длин его наибольшей и наименьшей диагоналей.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1 на продвинутом уровне

1. Дан правильный треугольник  $ABC$  и комплексная координата  $a$  вершины  $A$ . Найдите комплексную координату вершины  $B$  при положительной и отрицательной ориентациях треугольника  $ABC$ , если за начальную точку принято основание  $A_1$  высоты  $AA_1$ .
2. Докажите, что сумма квадратов диагоналей четырёхугольника равна удвоенной сумме квадратов его средних линий.
3. Докажите, что точки, симметричные ортоцентру треугольника относительно его сторон и относительно их середин, лежат на описанной около треугольника окружности.
4. Даны три одинаково ориентированных правильных треугольника  $AKL$ ,  $BMN$  и  $CPQ$ , причём точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  являются вершинами правильного треугольника. Докажите, что середины отрезков  $LM$ ,  $NP$ ,  $QK$  являются вершинами правильного треугольника, либо совпадают.
5. Докажите, что апофема правильного девятиугольника равна сумме расстояний от центра до наибольшей и наименьшей его диагоналей.
6. На окружности с центром в начале координат взяты три точки на равных расстояниях друг от друга. Доказать, что комплексные числа, соответствующие этим точкам, образуют геометрическую прогрессию. Найти знаменатель этой прогрессии.

7. Изобразить на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:  $x^2 + 1 + yi + 2i = 2(x + y) + \frac{y^2 - 4}{y - 2} i$ .
8. Доказать, что если коэффициенты членов кубического уравнения, расположенных в порядке убывания степеней искомой величины, составляют геометрическую прогрессию, то и корни уравнения также составляют геометрическую прогрессию со знаменателем  $i$ .
9. В выпуклом четырехугольнике ABCD отрезок, соединяющий середины диагоналей равен отрезку, соединяющему середины сторон BC и AD. Найдите угол, образованный продолжениями сторон диагоналей AB и CD.
10. В треугольнике ABC угол C – прямой, отношение медианы CM к биссектрисе CN равно  $\sqrt{6}$ , высота CK=2. Найдите площади треугольников CNK и ABC.
11. Точка P принадлежит углу ABC но не принадлежит его сторонам. Постройте равносторонний треугольник, одна вершина которого является точкой P а две другие принадлежат сторонам BA и BC угла ABC.
12. Два равнобедренных прямоугольных треугольника ABM и CDM с гипотенузами AB и CD расположены так, что ABCD – четырехугольник. Одна диагональ этого четырехугольника равна d. Найдите его площадь.
13. В треугольнике ABC медиана АК пересекает медиану BD в точке L. Найти площадь четырехугольника KCDL, если площадь ABC равна 24.
14. В трапецию ABCD вписана окружность, касающаяся боковой стороны AB в точке M так, что AM=4, MB=1. Найдите радиус этой окружности.
15. Две окружности радиусов 7 и 4 внутренне касаются в точке A. Через точку B, лежащую на большей окружности, проведена прямая, касающаяся меньшей окружности в точке C. Найти угол AB, если BC=3.
16. Длина стороны основания правильной треугольной пирамиды равна a, двугранный угол при основании равен  $45^\circ$ . Вычислите объем пирамиды.

*Ключи правильных ответов*

| Пороговый уровень |       |   |                                  |    |       |
|-------------------|-------|---|----------------------------------|----|-------|
| №                 | Ответ | № | Ответ                            | №  | Ответ |
| 1                 | -     | 6 | 28*29!                           | 11 | -     |
| 2                 | -     | 7 | $\frac{15! \cdot 10}{7!}$        | 12 | -     |
| 3                 | 1440  | 8 | $\frac{16!}{2^6 \cdot 3^2}$      | 13 | -     |
| 4                 | 6     | 9 | $z_a \cdot \exp(i \cdot 2\pi/3)$ |    |       |

|                     |                              |    |                  |    |                          |
|---------------------|------------------------------|----|------------------|----|--------------------------|
| 5                   | 10                           | 10 |                  |    |                          |
| Продвинутый уровень |                              |    |                  |    |                          |
| №                   | Ответ                        | №  | Ответ            | №  | Ответ                    |
| 1                   | $a \cdot e^{i \cdot 2\pi/3}$ | 7  | -                | 13 | 8                        |
| 2                   | -                            | 8  | -                | 14 | Нет                      |
| 3                   | -                            | 9  | 90               | 15 | $a \sqrt{\frac{R}{R-r}}$ |
| 4                   | -                            | 10 | $\sqrt{2}, 12$   | 16 | $\frac{a^3}{24}$         |
| 5                   | -                            | 11 | -                |    |                          |
| 6                   | -                            | 12 | $(d/2) \cdot CD$ |    |                          |

*Владеть:*

- навыком локального упорядочения математического материала для различных образовательных целей;
- различными подходами к решению задач школьного курса математики, задач математических олимпиад школьников.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1 на пороговом уровне

1. Через сторону основания правильной четырехугольной пирамиды проведена плоскость, которая отсекает от противоположной грани треугольник площадью  $4\text{см}^2$ . Найти боковую поверхность пирамиды, которая отсечена проведенной плоскостью от данной пирамиды, если боковая поверхность данной пирамиды равна  $25\text{ см}^2$ .
2. Из данной точки до плоскости проведено три уровня наклонных длиной 14 см. Расстояние между концами наклонных равны 9 см. Найдите расстояние от данной точки до плоскости.
3. Основанием четырехугольной пирамиды SABCD является параллелограмм ABCD. Точки Р и К – середины ребер SD и BC соответственно. Найдите разложение векторов  $\overrightarrow{SD}$  и  $\overrightarrow{PK}$  по векторам  $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$ .
4. В параллелепипеде ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> точка М — середина диагонали A<sub>1</sub>C<sub>1</sub> грани A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, точка К— середина ребра BB<sub>1</sub>. Докажите, что прямые A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>, KM и BC<sub>1</sub> параллельны некоторой плоскости.

5. В основании пирамиды  $MABC$  лежит равнобедренный треугольник с прямым углом при вершине  $C$ . Каждое боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . На ребре  $MC$  взята точка  $F$  – середина этого ребра. Найдите угол, который образует прямая  $AF$  с плоскостью  $MOC$ , точка  $O$  – середина ребра  $AB$ .
6. В правильной треугольной призме, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB$  и  $A_1C$ .
7. Докажите, что расстояние от основания высоты, проведенной к прямой  $AB$ , до середины этой стороны равно радиусу описанной около треугольника окружности, если разность углов  $A$  и  $B$  треугольника  $ABC$  равна  $90$  градусов.
8. Докажите, что если средние линии четырехугольника равны, то его диагонали взаимно перпендикулярны.
9. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на гипотенузе  $AB$  построен квадрат вне треугольника. Найдите расстояние от вершины  $C$  прямого угла до центра квадрата  $Q$ , если длины катетов  $BC$  и  $AC$  равны соответственно  $a$  и  $b$ .
10. Имеется 40 м проволочной сетки. Требуется оградить три стороны прямоугольного участка земли, примыкающего четвертой стороной к стене здания. Каковы должны быть размеры участка, чтобы его площадь была наибольшей, если длина стены здания равна 30 м.
11. Из квадратного листа жести со стороной 6 дм требуется изготовить открытый сверху резервуар для хранения жидкости, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда. Для этого вырезают по углам листа равные квадраты и загибают образовавшиеся края. Какой наибольшей вместимости можно изготовить резервуар?
12. Сторона  $CD$  прямоугольника  $ABCD$  касается некоторой окружности в точке  $M$ . Продолжение стороны  $AD$  пересекает окружность в точках  $P$  и  $Q$ , причём точка  $P$  лежит между точками  $D$  и  $Q$ . Прямая  $BC$  касается окружности, а точка  $Q$  лежит на прямой  $BM$ . а) Докажите, что  $\angle DMP = \angle CBM$ . б) Известно, что  $CM = 17$  и  $CD = 25$ . Найдите сторону  $AD$ .
13. В треугольной пирамиде  $ABCD$  двугранные углы при рёбрах  $AD$  и  $BC$  равны.  $AB = BD = DC = AC = 5$ . а) Докажите, что  $AD = BC$ . б) Найдите объём пирамиды, если двугранные углы при  $AD$  и  $BC$  равны  $60^\circ$ .

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1 на продвинутом уровне

1. Найдите все значения  $b$ , при которых уравнение  $x - 2 = \sqrt{2(b-1)x + 1}$  имеет единственное решение.
2. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $(a-1) \cdot 4^x + (2a-3) \cdot 6^x = (3a-4) \cdot 9^x$  имеет единственное решение
3. Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых система 
$$\begin{cases} 12x - x^2 - a \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$$
 выполняется хотя бы при одном  $x$ .
4. Найдите все значения  $b$ , при которых уравнение  $x - 2 = \sqrt{-2(b+2)x + 2}$  имеет единственное решение.
5. Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $(a-1) \cdot \cos^2 x - (a^2 + a - 2) \cdot \cos x + 2a^2 - 4a + 2 = 0$  не имеет действительных решений.
6. Найдите все значения  $a$ , при которых неравенство  $\log_{0.2}(x^2 - ax + 7) < -1$  выполняется для всех отрицательных значений  $x$ .
7. В окружность радиуса  $R$  вписана трапеция  $ABCD$ , основание  $AB$  которой является диаметром окружности. Какова должна быть длина боковой стороны трапеции, чтобы трапеция имела наибольшую площадь?
8. При каких значениях  $p$  уравнение имеет равные корни:  $x^2 - (2^p - 1)x - 3(4^{p-1} - 2^{p-2}) = 0$ .
9. При каком значении  $m$  система уравнений:  $\begin{cases} 2x + (m-1)y = 0 \\ (m+1)x + 4y = -3 \end{cases}$  имеет бесконечное множество решений? Не имеет решений?
10. Решить неравенство  $7^{x^3-4x-2} > \frac{1}{49}$
11. Решить неравенство  $\log_{0.5}(2x+6) > \log_{0.5}(x+8)$
12. Решить неравенство  $\frac{1-\log_4 x}{1+\log_2 x} \leq \frac{1}{2}$
13. Решить неравенство  $\sin x \cos x > 0,25$
14. При каких значениях  $a$  выполняется неравенство  $\frac{5a+6}{4-a} > 1$ ?
15. Найдите все значения параметра  $k$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{1+(2-2k)\sin t}{\cos t - \sin t} = 2k$  имеет хотя бы одно решение на интервале  $(0; \frac{\pi}{2})$ .

16. Определите, при каких значениях параметра  $a$  уравнение  $|x - 2| = a \log_2 |x - 2|$  имеет ровно два решения?

*Ключи правильных ответов*

| Пороговый уровень   |                                   |    |                                                                                              |    |                                                                      |
|---------------------|-----------------------------------|----|----------------------------------------------------------------------------------------------|----|----------------------------------------------------------------------|
| №                   | Ответ                             | №  | Ответ                                                                                        | №  | Ответ                                                                |
| 1                   | 12.5 см <sup>2</sup>              | 6  | 1/2                                                                                          | 11 | $(3 + \sqrt{45}) / 2$ .                                              |
| 2                   | 10.72 см                          | 7  | -                                                                                            | 12 | -                                                                    |
| 3                   | -                                 | 8  | -                                                                                            | 13 | $(25\sqrt{3})/24$ .                                                  |
| 4                   | -                                 | 9  | $(1/2) \cdot \sqrt{a^2 + b^2}$ .                                                             |    |                                                                      |
| 5                   | 45                                | 10 | 10 на 20                                                                                     |    |                                                                      |
| Продвинутый уровень |                                   |    |                                                                                              |    |                                                                      |
| №                   | Ответ                             | №  | Ответ                                                                                        | №  | Ответ                                                                |
| 1                   | Нет                               | 7  | $3R/2$                                                                                       | 13 | $(\pi/2, \pi/2 + \arcsin(0.25)) \cup (3\pi/2 - \arcsin(0.25), 2\pi)$ |
| 2                   | 4, 6, 9                           | 8  | Нет                                                                                          | 14 | $a > -2/7$ или $a < -5/2$                                            |
| 3                   | $>2$                              | 9  | Нет                                                                                          | 15 | $(0; \pi/2)$ ; $k \neq -1$                                           |
| 4                   | $1 + \sqrt{3}$ и $1 - \sqrt{3}$ . | 10 | $x > 1$                                                                                      | 16 | $a < 0$ , $a > 0$                                                    |
| 5                   | $1 < a < 3$                       | 11 | $x > 2$                                                                                      |    |                                                                      |
| 6                   |                                   | 12 | $-1 \leq \log_2(x) \leq (-1 + \sqrt{17})/4$ ;<br>$(-1 - \sqrt{17})/4 \leq \log_2(x) \leq -1$ |    |                                                                      |

### Промежуточная аттестация

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

*Знать:*

- преподаваемый предмет в пределах требований Федеральных государственных образовательных стандартов основного и среднего (полного) общего образования и основной общеобразовательной программы;
- программы и учебники по преподаваемому предмету; о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений.

*Уметь:*

- строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;

- решать задачи элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;
- объяснять решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;
- организовывать решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников.

*Владеть:*

- навыком локального упорядочения математического материала для различных образовательных целей;
- различными подходами к решению задач школьного курса математики, задач математических олимпиад школьников.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1

Перечень вопросов для зачета

1. Охарактеризуйте приемы разложения многочленов на неприводимые множители.
2. Докажите свойства арифметических корней.
3. Охарактеризуйте особенности при выполнении преобразований иррациональных выражений.
4. Докажите свойства степеней действительного числа.
5. Докажите свойства числовых логарифмов.
6. Вывод тригонометрических формул основных групп.
7. Вывод тригонометрических формул основных групп, связанных с обратными тригонометрическими функциями.
8. Средние величины. Классические неравенства.
9. Применение алгебраического метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
10. Применение векторного метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
11. Применение координатного метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
12. Применение метода вспомогательных фигур при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
13. Алгебраическая форма комплексного числа. Правила выполнения действий над комплексными числами в алгебраической форме.
14. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

15. Тригонометрическая форма комплексного числа. Правила выполнения действий над комплексными числами в тригонометрической форме.
16. Показательная форма комплексного числа.
17. Основы метода комплексных чисел.
18. Метод математической индукции в решении задач.
19. Функции Антье. Примеры решения задач.
20. Использование свойств корней квадратного многочлена в решении задач с параметром.

#### Перечень заданий для зачета

| №   | Задание                                                                                                                                                                                                       |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.  | Вычислите $x$<br>$\frac{0,1(6) + 0,(3)}{0,(3) + 1,1(6)} \cdot x = 10.$                                                                                                                                        |
| 2.  | Упростите выражение $\frac{a^{\frac{4}{3}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{4}{3}}\sqrt[3]{ab} + 4b^{\frac{2}{3}}} : \left(1 - 2^{\frac{3}{4}}\sqrt[4]{\frac{b}{a}}\right) - a^{\frac{2}{3}}.$ |
| 3.  | Сколько целых значений $n$ , при которых числа $m = \frac{2n-4}{n+5}$ будут натуральными?                                                                                                                     |
| 4.  | Цену товара снизили на 6%, затем новую цену снизили еще на 10% и, наконец, после пересчета произвели снижение еще на четверть. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?                 |
| 5.  | Найдите $\log_3 5$ , если $\log_6 2 = a$ , $\log_6 5 = b$ .                                                                                                                                                   |
| 6.  | Вычислите сумму $49^{1-\log_7 2} + 5^{-\log_5 4}$ .                                                                                                                                                           |
| 7.  | Упростить выражение $a^{\frac{\log_b \log_b a}{\log_b a}}$                                                                                                                                                    |
| 8.  | Вычислите $\left[a^{-\frac{3}{2}}b(ab^{-2})^{-\frac{1}{2}}(a^{-1})^{-\frac{2}{3}}\right]^3$ при $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , $b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ .                                                      |
| 9.  | Вычислите $\sqrt[6]{(5 - \sqrt{30})^6} - \sqrt{30}$ .                                                                                                                                                         |
| 10. | Упростите выражение $\sqrt{8 + 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$                                                                                                                   |
| 11. | Вычислите $\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$                                                                                                 |
| 12. | Сумма корней уравнения $2\sqrt{x^2 - 2x + 4} - \sqrt{x^2 - 2x + 9} = 1$ равна                                                                                                                                 |
| 13. | Сумма наименьшего и наибольшего корней уравнения $\sqrt{2x + 2} - \sqrt{2x + 1} - 3\sqrt{2x + 10} - 6\sqrt{2x + 1} = 2\sqrt{2x + 1} - 8$                                                                      |
| 14. | Чему равна сумма корней уравнения $\sqrt{\frac{3-x}{2+x}} + 3\sqrt{\frac{2+x}{3-x}} = 4$                                                                                                                      |
| 15. | При каких значениях $a$ и $b$ многочлен $x^4 - 3x^3 + ax + b$ делится на $x^2 + 3x + 4$ ?                                                                                                                     |
| 16. | Произведение корней уравнения $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$ равно?                                                                                                                                              |
| 17. | Решением неравенства $x^4 - 2x^2 - 63 \leq 0$ является промежуток?                                                                                                                                            |

|     |                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 18. | При каком значении параметра $\alpha$ уравнение $(\alpha-1)x^2 + 2(\alpha+1)x + \alpha + 4 = 0$ имеет единственный или кратный корень?                                                                                              |
| 19. | Уравнение $2x^2 + mx^2 + nx + 12 = 0$ имеет корни $x_1=1$ , $x_2=-2$ . Третий корень уравнения равен                                                                                                                                |
| 20. | При каком значении параметра $\alpha$ вершина параболы $y = (x - 3\alpha)^2 - \alpha^2 + 6\alpha + 16$ лежит на отрицательной полуоси абсцисс?                                                                                      |
| 21. | Произведение корней уравнения $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 2)(x - 3) = 3$ равно?                                                                                                                                                        |
| 22. | В арифметической прогрессии 20 членов. Сумма членов, стоящих на четных местах, равна 250, а сумма членов, стоящих на нечетных местах, равна 220. Найдите два средних члена прогрессии                                               |
| 23. | Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 56, а сумма квадратов ее членов равна 448. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.                                                                          |
| 24. | Сплав из серебра и меди имеет массу 2 кг, причем масса серебра составляет $14\frac{2}{7}\%$ массы меди. Сколько серебра в данном сплаве?                                                                                            |
| 25. | Мотоциклист остановился для заправки горючим на 12 минут. После этого, увеличив скорость движения на 15 километров в час, он наверстал потерянное время на расстоянии 60 километров. С какой скоростью он двигался после остановки? |

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций<sup>5</sup>

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль в 3 семестре – 70 баллов.

За выполнение расчетной работы обучающийся может набрать максимально – 40 баллов.

За выполнение зачетного задания обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи зачета с оценкой необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На зачет с оценкой выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

<sup>5</sup> Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

## Шкала оценивания зачета с оценкой

| Критерии оценивания                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Баллы |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач                                                                                                              | 21-30 |
| Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).                 | 20-11 |
| Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов). | 1-10  |
| Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).                           | 0     |

## Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

| Оценка по 100-балльной системе | Оценка по традиционной системе |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 81 – 100                       | Зачтено                        |
| 61 - 80                        | Зачтено                        |
| 41 - 60                        | Зачтено                        |
| 0 - 40                         | Не зачтено                     |