

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 28.05.2025 14:11:11

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bffa79172803da5b7b559c68a2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Согласовано

деканом физико-математического факультета

«19» марта 2025 г.

/Кулешова Ю.Д./

Рабочая программа дисциплины

Высшая математика

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль:

Физика и информатика

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Согласовано учебно-методической комиссией
физико-математического факультета

Протокол от «19» марта 2025 г. № 7

Председатель УМКом

/Кулешова Ю.Д./

Рекомендовано кафедрой высшей
алгебры, математического анализа и
геометрии

Протокол от «18» января 2025 г. № 5

Зав. кафедрой

/Кондратьева Г.В./

Москва

2025

Автор-составитель:

Зверев Николай Витальевич, кандидат физико-математических наук, доцент

Рабочая программа дисциплины «Высшая математика» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ России от 22.02.2018 г. № 125.

Дисциплина входит в часть, формируемая участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2025

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Объем и содержание дисциплины	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся	6
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	7
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины	20
7. Методические указания по освоению дисциплины	22
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине	22
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	23

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины - формирование знаний и понятий в области математического анализа, его роли и месте в системе естественных и математических наук. Студент должен отчетливо усвоить исходные идеи, значение основных результатов и овладеть техникой рассуждений и вычислений в этих областях.

Для достижения этой цели изложение математического анализа в Университете должно строиться систематически, на уровне строгости, принятой в современной математике.

Задачи дисциплины: изучение основных понятий и теорем математического анализа, их использования в информатике.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ПК - 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в часть, формируемая участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Методический практикум по физике».

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов
	Очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	16
Объем дисциплины в часах	576
Контактная работа:	297,2
Лекции	104
Практические занятия	184
Из них в форме практической подготовки	160
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	9,2
Предэкзаменационная консультация	8
Экзамен	1,2
Самостоятельная работа	240
Контроль	38,8

Формы промежуточной аттестации: экзамен в 1, 2, 3, 4 семестрах.

3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения

Наименование разделов (тем)	Кол-во часов

дисциплины с кратким содержанием	Лекции	Практическое занятие	
		Общее кол-во	Из них в форме практической подготовки
Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (семестр 1)			
Тема 1. Предварительные сведения о математическом анализе	3	5	5
Тема 2. Действительные числа и их приближенные вычисления.	3	5	5
Тема 3. Понятие функции.	3	6	5
Тема 4. Числовые последовательности и их пределы.	3	6	5
Тема 5. Предел функции.	3	6	5
Тема 6. Непрерывность функций. Свойства непрерывных функций.	3	6	5
Тема 7. Элементарные функции.	3	6	6
Тема 8. Производная и дифференциал.	3	6	6
Тема 9. Основные теоремы дифференциального исчисления.	2	6	6
Тема 10. Формула Тейлора для функции одного переменного	3	6	6
Тема 11. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций и построению их графиков.	3	6	6
Итого в семестре 1	32	64	60
Раздел 2. Интегральное исчисление функций одной переменной (семестр 2)			
Тема 1. Определение и свойства неопределенного интеграла.	4	4	4
Тема 2. Основные классы функций, интегрируемых в конечном виде.	4	4	4
Тема 3. Определенный интеграл и его свойства.	4	4	4
Тема 4. Методы приближенного вычисления определенного интеграла.	4	4	4
Тема 5. Несобственные интегралы.	4	4	4
Тема 6. Приложения определенного интеграла.	4	4	4
Итого в семестре 2	24	24	24
Раздел 3. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных (семестр 3)			
Тема 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	6	10	8
Тема 2. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал.	6	10	8
Тема 3. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков.	5	11	9
Тема 4. Формула Тейлора для функции двух переменных.	5	11	9
Тема 5. Локальный экстремум функции двух переменных.	5	11	9
Тема 6. Двойные и тройные интегралы и их приложения.	5	11	9
Итого в семестре 3	32	64	52
Раздел 4. Числовые и функциональные ряды (семестр 4)			
Тема 1. Числовые ряды.	4	6	4
Тема 2. Функциональные последовательности и ряды.	3	6	5
Тема 3. Степенные ряды.	3	6	5

Тема 4. Разложение функций в степенные ряды.	3	7	5
Тема 5. Применение степенных рядов к вычислению пределов и определенных интегралов.	3	7	5
Итого в семестре 4	16	32	24
Итого	104	184	160

ПРАКТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА

Тема	Задание на практическую подготовку	количество часов
Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (семестр 1)		
Тема 1. Предварительные сведения о математическом анализе	Подготовить историческую справку о математическом анализе	5
Тема 2. Действительные числа и их приближенные вычисления.	Подготовить план-представление по теме: «Действительные числа и их приближенные вычисления»	5
Тема 3. Понятие функции.	Разработать задачи, раскрывающие понятие функции	5
Тема 4. Числовые последовательности и их пределы.	Подготовить задачи по теме: «Числовые последовательности и их пределы»	5
Тема 5. Предел функции.	Подсчитать предел функций $ x $ и x^x	5
Тема 6. Непрерывность функций. Свойства непрерывных функций.	Разобрать примеры точек разрыва 1-го и 2-го рода	5
Тема 7. Элементарные функции.	Представить графики элементарных функций	6
Тема 8. Производная и дифференциал.	Подготовить задачи по теме: «Производная и дифференциал»	6
Тема 9. Основные теоремы дифференциального исчисления.	Подготовить задачи по темам: «Основные теоремы дифференциального исчисления»	6
Тема 10. Формула Тейлора для функции одного переменного	Подготовить задачи по теме: «Формула Тейлора для функции одного переменного»	6
Тема 11. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций и построению их графиков.	Провести исследование заданных функций	6
Раздел 2. Интегральное исчисление функций одной переменной (семестр 2)		
Тема 1. Определение и свойства неопределенного интеграла.	Разработать задачи, раскрывающие определение	4

	и свойства неопределенного интеграла	
Тема 2. Основные классы функций, интегрируемых в конечном виде.	Разработать задачи, раскрывающие основные классы функций, интегрируемых в конечном виде	4
Тема 3. Определенный интеграл и его свойства.	Разработать задачи, раскрывающие определенный интеграл и его свойства	4
Тема 4. Методы приближенного вычисления определенного интеграла.	Подготовить задачи по теме: «Методы приближенного вычисления определенного интеграла»	4
Тема 5. Несобственные интегралы.	Подготовить задачи по теме: «Несобственные интегралы	4
Тема 6. Приложения определенного интеграла.	Подготовить задачи по теме: «Приложения определенного интеграла»	4
Раздел 3. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных (семестр 3)		
Тема 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	Подготовить задачи по теме: «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»	8
Тема 2. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал.	Подготовить задачи по теме: «Частные производные, дифференцируемость и дифференциал»	8
Тема 3. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков.	Подготовить задачи по теме: «Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков»	9
Тема 4. Формула Тейлора для функции двух переменных.	Подготовить задачи по теме: «Формула Тейлора для функции двух переменных»	9
Тема 5. Локальный экстремум функции двух переменных.	Подготовить задачи по теме: «Локальный экстремум функции двух переменных»	9
Тема 6. Двойные и тройные интегралы и их приложения.	Подготовить задачи по теме: «Двойные и тройные интегралы и их приложения»	9
Раздел 4. Числовые и функциональные ряды (семестр 4)		
Тема 1. Числовые ряды.	Подготовить задачи по теме: «Числовые ряды»	4
Тема 2. Функциональные	Подготовить задачи по теме:	5

последовательности и ряды.	«Функциональные последовательности и ряды»	
Тема 3. Степенные ряды.	Подготовить задачи по теме: «Степенные ряды»	5
Тема 4. Разложение функций в степенные ряды.	Подготовить задачи по теме: «Разложение функций в степенные ряды»	5
Тема 5. Применение степенных рядов к вычислению пределов и определенных интегралов.	Подготовить задачи по теме: «Применение степенных рядов к вычислению пределов и определенных интегралов»	5

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методические обеспечения	Формы отчетности
Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	60	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Практические задания, опрос
Раздел 2. Интегральное исчисление функций одной переменной	Интегральное исчисление функций одной переменной.	60	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Практические задания, опрос
Раздел 3. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных	Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных	60	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Практические задания, опрос
Раздел 4. Числовые и функциональные ряды	Числовые и функциональные	60	Изучение научно-методической	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Практические задания, опрос

	ряды.		литератур ы		
Итого		240			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ПК - 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ПК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	знать: - современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; - значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. уметь: - ясно и логично излагать полученные базовые знания; - демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами - строить модели	Опрос, практические задания	Шкала оценивания практических заданий Шкала оценивания опроса

			реальных объектов или процессов; профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.		
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	знать: - современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; - значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. уметь: - ясно и логично излагать полученные базовые знания; - демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами - строить модели реальных объектов или процессов; профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения	Опрос, практически е задания, практическая подготовка	Шкала оценивания практических заданий Шкала оценивания опроса Шкала оценивания практической подготовки

			научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. владеть: - способностью к логическому рассуждению; - моделированием для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.		
--	--	--	---	--	--

Описание шкал оценивания
Шкала оценивания практической подготовки

Критерии оценивания	Баллы
высокая активность на практической подготовке	5
средняя активность на практической подготовке	2
низкая активность на практической подготовке	0

Шкала оценивания устного опроса

Критерий оценивания	Баллы
Дан верный ответ на вопрос по лекционному материалу	0,5-1
Дан неверный ответ на вопрос по лекционному материалу	0
Максимальное количество баллов	1

Шкала оценивания практических заданий

Критерий оценивания	Баллы
Все задания выполнены правильно, обоснованы полученные результаты, оформлено по образцу, соответствует предъявляемым требованиям	10
Все задания выполнены правильно, но нет обоснования полученных результатов	7-9
Правильно выполнено 60%-70% всех заданий, но не обоснованы полученные результаты	6
Правильно выполнено 50% всех заданий, обоснованы полученные результаты	5
Правильно выполнено 50% всех заданий, обоснованы не все полученные результаты	2-4
Правильно выполнено менее 50% всех заданий, обоснованы полученные результаты	1
Правильно выполнено менее 50% всех заданий, не обоснованы полученные результаты	0
Максимальное количество баллов за одно задание	10

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы

формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Задания для практической подготовки.

1. Подготовить историческую справку о математическом анализе
2. Подготовить план-представление по теме: «Действительные числа и их приближенные вычисления»
3. Разработать задачи, раскрывающие понятие функции
4. Подготовить задачи по теме: «Числовые последовательности и их пределы»
5. Подсчитать предел функций $|x|$ и x^x
6. Разобрать примеры точек разрыва 1-го и 2-го рода
7. Представить графики элементарных функций
8. Подготовить задачи по теме: «Производная и дифференциал»
9. Подготовить задачи по темам: «Основные теоремы дифференциального исчисления»
10. Подготовить задачи по теме: «Формула Тейлора для функции одного переменного»
11. Провести исследование заданных функций
12. Примерные практические задания.
13. Разработать задачи, раскрывающие определение и свойства неопределенного интеграла
14. Разработать задачи, раскрывающие основные классы функций, интегрируемых в конечном виде
15. Разработать задачи, раскрывающие определенный интеграл и его свойства
16. Подготовить задачи по теме: «Методы приближенного вычисления определенного интеграла»
17. Подготовить задачи по теме: «Несобственные интегралы»
18. Подготовить задачи по теме: «Приложения определенного интеграла»
19. Подготовить задачи по теме: «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»
20. Подготовить задачи по теме: «Частные производные, дифференцируемость и дифференциал»
21. Подготовить задачи по теме: «Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков»
22. Подготовить задачи по теме: «Формула Тейлора для функции двух переменных»
23. Подготовить задачи по теме: «Локальный экстремум функции двух переменных»
24. Подготовить задачи по теме: «Двойные и тройные интегралы и их приложения»
25. Подготовить задачи по теме: «Числовые ряды»
26. Подготовить задачи по теме: «Функциональные последовательности и ряды»
27. Подготовить задачи по теме: «Степенные ряды»
28. Подготовить задачи по теме: «Разложение функций в степенные ряды»
29. Подготовить задачи по теме: «Применение степенных рядов к вычислению пределов и определенных интегралов».

Задания по теме *Дифференцируемые функции одного переменного*

1. Исследовать функцию и построить ее график $f(x) = \frac{x^2 + 2ax + a^2}{x - b}$.
2. Найти приближенное значение функции
 - а) $f(x) = \sqrt{9 - a \cdot 0,01}$, б) $f(x) = (1 + b \cdot 0,01)^{10}$.

Задания по теме *Методы интегрирования*

1. Найти интеграл от
 - 1) рациональной функции, например, $\int \frac{dx}{ax+b}$, $\int \frac{dx}{x^2+2ax+b^2}$, $\int \frac{dx}{(x-a)(x+b)}$.
 - 2) иррациональной функции, например, $\int (ax^3 + \frac{b}{x^2} - a\sqrt{x} - \frac{b}{\sqrt[3]{x}} + 10)dx$.
 - 3) трансцендентной функции, например, $\int e^{ax^2+b} x dx$, $\int x^2 \cos(ax+b) dx$.
2. Вычислить определенные интегралы

$$\text{а) } \int_1^2 (ax + b) dx, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{a}} \cos ax dx.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции из п.1 и прямыми $x = 0, x = 1, y = 0$.

Задания по теме Дифференцируемые функции многих переменных

1. Найдите производную скалярного поля ~~$u(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$~~ в точке $A(0,0,0)$ по направлению а) оси Ox , б) оси Oy , в) вектора $\vec{l} = \{1,1,1\}$.
2. Дайте определение градиента скалярного поля. Как связана производная по направлению $\vec{l}$ с градиентом скалярного поля в данной точке?
3. Выписать полный дифференциал функции из номера 1.
4. Исследовать на экстремум данную функцию.
5. Составить уравнение касательной плоскости и вычислить направляющие косинусы нормали к поверхности ~~$xy + yz + xz = 1$~~ в точке $M_0(1,1,2)$.

Примерные вопросы для опроса.

1 семестр

1. Что такое функция?
2. Что называется областью определения функции?
3. Что называется множеством значений функции?
4. Что такое график функции?
5. Какие способы задания функции вы знаете?
6. Какая функция называется обратимой?
7. Какие функции называются взаимно обратными?
8. Сформулируйте определения четной и нечетной функции.
9. Какие функции называются периодическими?
10. Как расположены графики взаимно обратных функций?
11. Какие геометрические особенности имеют области определения четных и нечетных функций?
12. Какие геометрические особенности имеют графики четных, нечетных и периодических функций?
13. Какая функция называется возрастающей? Когда она называется строго возрастающей?
14. Какая функция называется убывающей? Когда она называется строго убывающей?
15. Какие функции называются монотонными?
16. Какая функция называется ограниченной? Какая функция называется ограниченной сверху? Какая функция называется ограниченной снизу?
17. Какая функция называется неограниченной? Какая функция называется неограниченной сверху? Какая функция называется неограниченной снизу?
18. Что называется последовательностью?
19. Какие способы задания последовательностей вы знаете?
20. Какая последовательность называется возрастающей? Когда она называется строго возрастающей?
21. Какая последовательность называется убывающей? Когда она называется строго убывающей?
22. Какие последовательности называются немонотонными?
23. Какая последовательность называется ограниченной? Какая последовательность называется ограниченной сверху? Какая последовательность называется ограниченной снизу?
24. Какая последовательность называется неограниченной? Какая последовательность называется неограниченной сверху? Какая последовательность называется неограниченной снизу?
25. Что называется пределом последовательности?
26. В чем заключается геометрический смысл сходимости последовательности?

27. Сформулируйте необходимое условие существования предела последовательности.
28. Сколько пределов может иметь последовательность?
29. Какая последовательность называется бесконечно малой?
30. Какая последовательность называется бесконечно большой?
31. Сформулируйте теорему о пределах суммы и разности двух сходящихся последовательностей, произведения и частного двух сходящихся последовательностей.
32. Сформулируйте теорему о пределе монотонной последовательности (теорему Вейерштрасса).
33. Сформулируйте теорему о пределе промежуточной последовательности («о двух милиционерах» для последовательностей).
34. Запишите второй замечательный предел для последовательностей.
35. Что называется пределом функции при $x \rightarrow a$ (определение по Гейне)?
36. Что называется пределом функции при $x \rightarrow a$ (определение по Коши)?
37. Сколько пределов может иметь функция?
38. Сформулируйте теорему о пределах суммы и разности двух функций, произведения и частного двух функций.
39. Сформулируйте теорему о пределе промежуточной функции («о двух милиционерах» для функций).
40. Запишите первый замечательный предел для функций.
41. Запишите второй замечательный предел для функций.
42. Что называется правым (правосторонним) пределом функции в точке?
43. Что называется левым (левосторонним) пределом функции в точке?
44. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке (существование о равенство односторонних пределов функции в точке).
45. Что называется пределом функции при $x \rightarrow \infty$, при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$ (определение по Гейне и определение по Коши)?
46. Что называется бесконечным пределом функции при $x \rightarrow a$ (определение по Гейне и определение по Коши)?
47. Какая функция называется бесконечно большой при $x \rightarrow a$?
48. Какая функция называется бесконечно малой при $x \rightarrow a$?
49. Сформулируйте теорему о связи бесконечно больших и бесконечно малых функций при $x \rightarrow a$.
50. Какая функция называется непрерывной?
51. Какая точка называется точкой непрерывности функции?
52. Какая точка называется точкой разрыва функции?
53. Какая точка разрыва называется точкой устранимого разрыва?
54. Какая точка разрыва называется точкой разрыва 1 рода?
55. Какая точка разрыва называется точкой разрыва 2 рода?
56. Сформулируйте теорему о непрерывности суммы и разности двух непрерывных функций, произведения и частного двух непрерывных функций.
57. Сформулируйте определение односторонней непрерывности функции в точке (слева и справа).
58. Сформулируйте определение непрерывности функции на отрезке.
59. Сформулируйте теорему о нуле непрерывной функции, принимающей на концах отрезка значения разных знаков.
60. В чем заключается метод интервалов для непрерывных функций.
61. Какая прямая называется вертикальной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
62. Какая прямая называется горизонтальной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
63. Какая прямая называется наклонной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
64. Что называется производной функции в точке?
65. Какая функция называется дифференцируемой?
66. Какие прямые называются касательной и секущей к графику функции в точке?
67. В чем заключается геометрический смысл производной функции в точке?

68. Чему равна производная постоянной?
69. Чему равна производная переменной?
70. Сформулируйте необходимые условия дифференцируемости функции.
71. Приведите примеры функций, которые не имеют производной в некоторой точке.
72. Сформулируйте теорему о производной суммы и разности двух функций.
73. Сформулируйте теорему о производной произведения двух функций.
74. Сформулируйте теорему о производной частного двух функций.
75. Какую функцию называют сложной?
76. Приведите примеры сложных функций.
77. Сформулируйте теорему о производной сложной функции.
78. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
79. Напишите формулы для производных всех элементарных функций и обратных к ним (по выбору преподавателя).
80. Что называется второй производной функции (производной второго порядка)?
81. Что называется n -ой производной функции (производной n -го порядка)?
82. Что называется дифференциалом функции?
83. В чем заключается геометрический смысл дифференциала функции в точке?
84. Сформулируйте необходимые условия монотонности и строгой монотонности дифференцируемой функции на интервале.
85. Сформулируйте достаточные условия монотонности и строгой монотонности дифференцируемой функции на интервале.
86. Какие точки называются критическими точками функции?
87. Какие точки называются стационарными точками функции?
88. Запишите план нахождения промежутков строгой монотонности функции.
89. Какие точки называются точками экстремума функции?
90. Что называют экстремумами функции?
91. Сформулируйте достаточные условия существования точки экстремума функции (три достаточных условия).
92. Запишите два плана нахождения точек экстремума функции.
93. Дайте определение выпуклости вверх и вниз графика функции на интервале.
94. Сформулируйте достаточное условие выпуклости дважды дифференцируемой функции на интервале.
95. Запишите план нахождения интервалов выпуклости функции.
96. Какие точки называются точками перегиба?
97. Сформулируйте необходимые условия существования точки перегиба.
98. Сформулируйте достаточные условия существования точки перегиба.
99. Запишите план нахождения точек перегиба функции.
100. Раскрытие неопределенностей с помощью производных (правило Лопиталя).
101. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
102. Формулы Тейлора основных элементарных функций.

2 семестр

1. Что называется первообразной функции?
2. Как задается множество всех первообразных функции, если известна одна из ее первообразных?
3. Что называется неопределенным интегралом функции?
4. Какие свойства неопределенного интеграла Вы знаете?
5. Выпишите основные табличные интегралы.
6. В чем заключается метод замены переменной в неопределенном интеграле? Для интеграла

$\int f(x) dx$ объяснить введение новой переменной способом $x = x(t)$ и $t = t(x)$.

7. Как использовать табличные интегралы вида ~~$\int f(x) dx$~~ для вычисления интегралов вида $\int f(u) du$?
8. В чем заключается метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле?
9. Что называется криволинейной трапецией?
10. Как вычислить площадь криволинейной трапеции для неотрицательной непрерывной функции?
11. Пример вычисления предела интегральных сумм в задачах физики (например при введении понятия работы силы)
12. Приведите определение определенного интеграла функции как предела интегральных сумм.
13. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла для непрерывной неотрицательной функции?
14. Необходимое условие интегрируемости функции на отрезке. Функция Дирихле.
15. Какие классы функций, интегрируемых по Риману, Вы знаете?
16. Какие свойства определенного интеграла Вы знаете? (интеграл от постоянной, линейность интеграла, интегрирование неравенств, аддитивность интеграла, интеграл от ограниченной непрерывной функции и другие).
17. В чем заключается теорема о среднем для определенного интеграла?
18. Что называется определенным интегралом с переменным верхним пределом?
19. Теорема о существовании первообразной для любой непрерывной функции (как определенного интеграла с переменным верхним пределом).
20. Формула Ньютона-Лейбница.
21. В чем заключается метод замены переменной в определенном интеграле? Для интеграла $\int_a^b f(x) dx$ объяснить введение новой переменной способом $x = x(t)$ и $t = t(x)$.
22. В чем заключается метод интегрирования по частям в определенном интеграле?
23. Понятие квадрируемой фигуры и ее свойства. Вычисление площадей плоских фигур.
24. Понятие кубируемости тел и вычисление объемов. Объем тела вращения.
25. Понятие спрямляемой кривой. Длина кривой. Длина дуги как параметр. Дифференциал дуги.
26. Площадь поверхности вращения.

3 семестр

1. Что называется n -мерным евклидовым пространством? Ограниченные и замкнутые множества. Понятие области и границы области.
2. Что называется числовой функцией нескольких переменных? Понятие области определения функции нескольких переменных. График числовой функции двух переменных.
3. Понятие предела и непрерывности числовых функций нескольких переменных в точке.
4. Что называется частными производными функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных.
5. Какие функции нескольких переменных называются дифференцируемыми в точке? Что называется дифференциалом функции нескольких переменных? Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке.
6. Как найти производную сложной функции, дифференциал сложной функции, если ее переменные являются функциями от одной или от двух переменных.
7. Что называется локальным экстремумом функции двух переменных? В чем заключается необходимое условие экстремума?
8. Формула Тейлора для функции двух переменных. В чем заключаются достаточные условия экстремума функции двух переменных? Правило исследования дифференцируемых функций двух переменных на экстремум.

9. Определение двойного интеграла от функции, заданной в прямоугольной области. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
10. Двойной интеграл в случае произвольной области. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу в случае произвольной области.
11. Замена переменных в двойном интеграле.
12. Определение тройного интеграла от функции, заданной на прямоугольном параллелепипеде. Сведение тройного интеграла к повторному интегралу.
13. Тройной интеграл в случае произвольной области. Сведение тройного интеграла к повторному интегралу в случае произвольной области.
14. Приложение двойных и тройных интегралов к задачам геометрии.
15. Приложение двойных и тройных интегралов к задачам физики.
16. Поверхности, способы их задания, координатные линии на поверхности, касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной параметрически, неявно и графиком функции.

4 семестр

1. Числовой ряд и его сумма.
2. Необходимое условие сходимости ряда.
3. Операции над сходящимися рядами (умножение на число и сложение).
4. Признаки сравнения для сходящихся рядов.
5. Критерий Коши сходимости ряда.
6. Знакоположительные ряды. Признак сравнения для знакоположительных рядов.
7. Признак Даламбера сходимости знакоположительного числового ряда.
8. Признак Коши сходимости знакоположительного числового ряда.
9. Функциональная последовательность. Сходимость функциональной последовательности в точке, на множестве.
10. Функциональный ряд. Область сходимости. Понятие степенного ряда и его радиуса сходимости.
11. Сходимость ряда Тейлора.

Примерный список теоретических вопросов для подготовки к экзамену

1 семестр (экзамен)

1. Предмет математического анализа. Краткие исторические сведения. Структура курса математического анализа.
2. Понятие рационального и действительного числа. Иррациональные числа. Свойство упорядоченности. Свойство непрерывности. Изображение действительных чисел на прямой.
3. Приближенные вычисления действительных чисел. Погрешности.
4. Понятие действительной функции действительной переменной. График функции.
5. Ограниченность, четные, нечетные и периодические функции. Суперпозиция функций. Обратные функции.
6. Понятие числовой последовательности. Предел числовой последовательности.
7. Бесконечные пределы. Единственность предела. Простейшие свойства предела последовательности. Ограниченность сходящейся последовательности.
8. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Предел монотонной последовательности. Число e как предел последовательности $(1+1/n)^n$.
9. Подпоследовательности и частичные пределы. Теорема Больцано – Вейерштрасса.
10. Критерий Коши сходимости последовательности. Бесконечно малые последовательности и их связь с бесконечно большими.
11. Определения предела функции в точке по Гейне и по Коши и их эквивалентность.
12. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности и бесконечные пределы.
13. Свойства пределов функции и арифметические действия над пределами.
14. Пределы монотонных функций. Некоторые замечательные пределы.

15. Бесконечно малые функции и их связь с бесконечно большими функциями.
16. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции.
17. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций.
18. Операции над непрерывными функциями. Предельный переход под знаком непрерывной функции. Точки разрыва и их классификация.
19. Ограниченность непрерывных на отрезке функций. Достижение экстремальных значений. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Элементарные функции и их основные свойства.
20. Определение степени с действительным показателем. Показательная функция и ее основные свойства.
21. Логарифмическая функция, ее существование и свойства. Степенная функция и ее основные свойства.
22. Гиперболические функции. Тригонометрические, обратные тригонометрические функции и их свойства.
23. Производная и ее физический и геометрический смысл. Дифференцируемые функции. Дифференциал и его геометрический смысл.
24. Производная суммы, произведения и частного. Дифференцирование сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций.
25. Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функций и их дифференцирование.
26. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши.
27. Раскрытие неопределенностей с помощью производных (правило Лопиталя).
28. Формула Тейлора.
29. Признаки монотонности функции. Понятие о локальных экстремумах функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.
30. Задачи о наибольших и наименьших значениях функции.
31. Направление выпуклости кривой и точки перегиба.
32. Исследование функции и построение графика.

2 семестр (экзамен)

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов.
2. Таблица основных интегралов. Замена переменной и интегрирование по частям.
3. Задача об интегрировании в конечном виде. Рациональные функции и их интегрирование.
4. Интегрирование иррациональных выражений в простейших случаях и с помощью подстановок Эйлера.
5. Интегрирование некоторых иррациональностей.
6. Интегрирование тригонометрических функций определенного вида.
7. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции.
8. Верхние и нижние интегральные суммы и их свойства. Критерий интегрируемости.
9. Некоторые классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла.
10. Существование первообразной от непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
11. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
12. Замена переменных в определенном интеграле.
13. Формула прямоугольников. Формула трапеций.
14. Несобственный интеграл от неограниченной функции и по бесконечному промежутку. Теоремы существования.
15. Понятие главного значения интеграла по Коши. Теоремы существования.
16. Понятие квадратуемой фигуры и ее свойства. Вычисление площадей плоских фигур.
17. Понятие кубируемости тел и вычисление объемов. Объем тела вращения.
18. Функции с ограниченной вариацией. Понятие спрямляемой кривой. Длина кривой.
19. Длина дуги как параметр. Дифференциал дуги. Площадь поверхности вращения.

20. Центр тяжести плоской фигуры. Момент инерции.

3 семестр (экзамен)

1. Числовые функции нескольких переменных. Понятие области. Числовые действительные функции нескольких переменных.
2. Понятие предела и непрерывности числовых функций нескольких переменных в точке, свойства непрерывных числовых функций. График числовой функции двух переменных.
3. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал.
4. Производные сложных функций, дифференциал сложной функции.
5. Производная по направлению, градиент.
6. Касательная и нормаль к поверхности, геометрический смысл дифференциала функции двух переменных.
7. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования.
8. Дифференциалы высших порядков.
9. Формула Тейлора для функции двух переменных.
10. Локальный экстремум функции двух переменных, необходимое условие экстремума.
11. Достаточные условия экстремума, нахождение наибольших и наименьших значений.
12. Площадь многоугольных фигур. Площадь произвольных плоских фигур.
13. Необходимое и достаточное условие квадратируемости (также в терминах границы площади нуля). Инвариантность, монотонность и аддитивность площади.
14. Понятие двойного интеграла. Необходимое и достаточное условие интегрируемости.
15. Интегрируемость непрерывной функции. Свойства двойного интеграла.
16. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному интегралу. Замена переменных в двойном интеграле.

4 семестр (экзамен)

6. Понятие числового ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Критерий сходимости ряда с положительными членами.
7. Сравнительные признаки сходимости положительных рядов. Признак Даламбера. Признак Коши.
8. Критерий Коши сходимости последовательности действительных чисел. Критерий Коши сходимости числового ряда. Абсолютная сходимость рядов.
9. Функциональные последовательности, равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.
10. Непрерывность предельной функции. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
11. Интегрирование функциональных рядов. Дифференцирование функциональных рядов.
12. Понятие степенного ряда. Понятие верхнего предела, его свойства. Радиус и область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
13. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложения функции в ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости ряда Тейлора.
14. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора.
15. Применение степенных рядов к приближенному вычислению значений элементарных функций и интегралов.

5.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В рамках освоения дисциплины предусмотрены: выполнение практических заданий, устный опрос, практическая подготовка.

Общая оценка (100 баллов) складывается из оценки за текущий контроль (70 баллов), и оценки за промежуточную аттестацию (30 баллов).

За выполнение практических заданий можно набрать 40 баллов.

За выполнение опроса обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

Формой промежуточной аттестации является экзамен.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания экзамена

Критерии оценивания	Баллы
Ставится, если студент обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание программного материала по дисциплине; обстоятельно анализирует структурную взаимосвязь рассматриваемых тем и разделов дисциплины; усвоил основную и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой, а также усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии; проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебного материала.	24-30
Ставится, если студент, обнаруживает полное знание программного материала, успешно выполняет предусмотренные в программе задания; усвоил основную литературу, рекомендованную в программе; показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей образовательной деятельности.	15-23
Ставится, если студент обнаруживает знание основного программного материала в объеме, необходимом для дальнейшего обучения и профессиональной деятельности; справляется с выполнением заданий, предусмотренных программой; знаком с основной литературой, рекомендованной программой; допускает погрешности не принципиального характера в ответе на экзамене.	6-14
Ставится в том случае, если студент обнаруживает пробелы в знаниях основного программного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.	0-5

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине выставляется по приведенной ниже шкале. При выставлении итоговой оценки преподавателем учитывается работа обучающегося в течение освоения дисциплины, а также оценка по промежуточной аттестации.

Количество баллов	Оценка по традиционной шкале
81-100	Отлично
61-80	Хорошо
41-60	Удовлетворительно
0-40	Неудовлетворительно

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Шипачев В.С. Математический анализ [Текст] : теория и практика : учеб.пособие.-3-е изд. — М.: Инфра-М, 2015.-351с. -Ре.жим доступа <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727>
2. Данилов Ю.М. Математика [Текст]: учеб.пособие для вузов /Ю.М.Данилов, Н.В.Никонова, С.Н.Нуриева.- М.:Инфра-М,2014.-496с.-Режим доступа : <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=471655>
3. Баврин, И. И. Математический анализ [Электронный ресурс] : учебник и практикум для академического бакалавриата / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Юрайт, 2017. — 327 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/E01E61C4-6105-4D87-839D-A0C9044A552F

6.2. Дополнительная литература

1. Ильин, В. А. Математический анализ [Электронный ресурс]: учебник для академического бакалавриата в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Юрайт, 2017. — 331 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/02A9A60A-D72E-4C22-B730-AA93F68574E6.
2. Ильин, В. А. Математический анализ [Электронный ресурс]: учебник для академического бакалавриата в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Юрайт, 2017. — 328 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/B5C5A3A7-9201-48B5-9A95-63F691F2C659.
3. Ильин, В. А. Математический анализ [Электронный ресурс]: учебник для академического бакалавриата в 2 ч. Часть 2 / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд. — М. : Юрайт, 2018. — 357 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/C107CECC-472C-4730-8B79-5A0FAFCD5E8C.
4. Ильин В.А. Математический анализ [Текст] : учебник для вузов в 2-х ч /В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б. Сендов — М.: Проспект, 2007.-368с.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Текст] : учебник в 3-х т.-8-е изд. — М.: Физматлит, 2006.
6. Математический анализ в вопросах и задачах [Текст]: учеб. пособие / В.Ф. Бутузов,ред. — М.: Физматлит, 2002.
7. Сборник задач по математике для втузов [Текст] : учеб.пособие в 2-х ч. / А.В.Ефимов, ред. — М.: Физматлит, 2009.
8. Гурова З.И. Математический анализ [Текст]: нач.курс с примерами и задачами : учеб. пособие / З.И. Гурова, С.Н. Каролинская, А.П. Осипова.-2-е изд. — М.: Физматлит, 2007.
9. Архипов Г.И. Лекции по математическому анализу [Текст]: учебник для вузов / Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков — М.: Высш. шк., 2000.
10. Колягин Ю.М. Алгебра и элементарные функции [Текст]: учеб. пособие для вузов / Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, Г.Н. Яковлев. — М.: Агар, 1999.
11. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Текст] : учеб. пособие для вузов / Под ред. Б.П.Демидовича - М.: АСТ, 2007.
12. Высшая математика [Текст] : учеб.пособие для вузов / Г.Н. Яковлев,ред. - М.: Просвещение, 1988.
13. Тер-Крикоров А.М. Курс математического анализа [Текст]: учеб. / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин — М.: Физматлит, 2003.
14. Шипачев В.С. Высшая математика [Текст]: учебник для вузов. - М.: Высш.шк., 2002.
15. Виноградова И.А. Задачи и упражнения по математическому анализу [Текст]: учеб. пособие для вузов/ И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий. — 2-е изд.-М.: Высш.шк.,2000.

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ: <http://lib.mexmat.ru/>
2. Математическое бюро: Учебники по математическому анализу: <http://www.matburo.ru>
3. <http://www.library.mephi.ru/>
4. <http://ega-math.narod.ru/>
5. <http://neo-chaos.narod.ru/fikhtengolts.html>

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям бакалавров.
2. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы по дисциплинам.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows
Microsoft Office
Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ
Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

fgosvo.ru – Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования
pravo.gov.ru - Официальный интернет-портал правовой информации
www.edu.ru – Федеральный портал Российское образование

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства
ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)
7-zip
Google Chrome

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.