

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра математического анализа и геометрии

Согласовано управлением организации
и контроля качества образовательной
деятельности

« 10 » 06 2020
Начальник управления
/М.А. Миненкова/

Одобрено учебно-методическим советом

Протокол « 10 » 06 2020 г. № 7
Председатель
/И.Е. Суслин/



Рабочая программа дисциплины
Математический анализ

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование

Профиль:
Математика

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
очная

Согласовано учебно-методической
комиссией физико-математического
факультета:

Протокол « 10 » 06 2020 г. № 10
Председатель УМКом
/ Барabanова Н.Н. /

Рекомендовано кафедрой
математического анализа и геометрии

Протокол « 10 » 06 2020 г. № 10
Зав. кафедрой
/ Кондратьева Г.В. /

Мытищи
2020

Авторы-составители:

Графов Денис Александрович
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа и
геометрии

Парёнкина Виктория Игоревна
ассистент кафедры математического анализа и геометрии

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Математика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.2018 г. № 121.

Дисциплина входит в обязательную часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся.....	10
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.....	11
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины.....	26
7. Методические указания по освоению дисциплины.....	27
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	27
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	28

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины «Математический анализ» заключается в овладении основными понятиями, методами курса математического анализа, принципами построения этого курса, в выяснении его места и роли в системе математических наук, приложениях в других науках, в школьном курсе математики.

Задачи дисциплины:

- сформировать представления об основных понятиях математического анализа и их свойствах;
- выработать умения и навыки вычисления пределов, нахождения производных и интегралов, доказательства свойств и теорем, относящихся к основным понятиям математического анализа;
- научить применять методы математического анализа для решения задач, нахождения геометрических и физических величин;
- познакомить с современными направлениями развития математического анализа и его приложениями;
- дать научное обоснование школьного курса «Алгебра и начала анализа».

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ОПК-8 - Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Математический анализ» входит в модуль Дисциплины физико-математического цикла Блока 1 и является обязательной для изучения. Для освоения дисциплины «Математический анализ» студенты используют знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предмета «Алгебра и начала анализа» на предыдущем уровне образования.

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Теория функций действительного переменного», «Теория функций комплексного переменного», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», дисциплин по выбору студентов.

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Форма обучения		
	Очная	Заочная	Очно-заочная
Объем дисциплины в зачетных единицах	12		
Объем дисциплины в часах	432		
Контактная работа:	228,8		
Лекции	94		

Практические занятия	130		
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	4,8		
Зачёт	0,2		
Экзамен	0,6		
Предэкзаменационная консультация	4		
Самостоятельная работа	176		
Контроль	27,2		

Формой промежуточной аттестации являются зачёт с оценкой в первом семестре, экзамены во втором и третьем семестрах.

3.2. Содержание дисциплины

По очной форме обучения

Наименование разделов (тем) Дисциплины с кратким содержанием	Кол-во часов			
	Лекции	Семинарские занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия
Раздел 1. Введение в математический анализ.				
Тема 1. Предварительные сведения о математическом анализе. Действительные числа. Предмет математического анализа. Краткие исторические сведения. Структура курса математического анализа. Понятия множества и отображения. Рациональные и иррациональные числа. Свойство упорядоченности. Свойство непрерывности. Понятие об аксиоматическом построении множества действительных чисел. Изображение действительных чисел на прямой. Примеры числовых множеств. Абсолютная величина числа. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Грани множества.	4		4	
Тема 2. Понятия функции и последовательности. Предел последовательности. Понятие действительной функции действительной переменной. График функции.	8		8	

Ограниченность, монотонность функций. Обратная и сложная функции. Понятия числовой последовательности и подпоследовательности. Предел числовой последовательности. Единственность предела. Простейшие свойства предела последовательности. Свойства сходящейся последовательности. Бесконечно малые последовательности и их связь с бесконечно большими. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной последовательности. Число e как предел последовательности $(1+1/n)^n$. Предельные точки последовательности и множества. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости последовательности.				
Тема 3. Предел функции. Определения предела функции в точке по Гейне и по Коши и эквивалентность этих определений. Свойства пределов функций и свойства функций, имеющих предел. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности и горизонтальная асимптота. Теорема о пределе сложной функции. Замечательные пределы. Бесконечно малые функции и их сравнение. Бесконечно большие функции и вертикальные асимптоты.	6		8	
Тема 4. Непрерывность функций. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Операции над непрерывными функциями. Предельный переход под знаком непрерывной функции. Точки разрыва и их классификация. Ограниченность непрерывных на отрезке функций; достижение экстремальных значений. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Равномерная непрерывность. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.	6		8	
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.				
Тема 5. Производная и дифференциал. Производная и ее физический и геометрический смысл. Дифференцируемые функции. Дифференциал и его геометрический смысл.	8		8	

Непрерывность дифференцируемой функции. Производная суммы, произведения и частного. Дифференцирование сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Логарифмическая производная функции. неявно заданные функции и их дифференцирование. Параметрическое задание функций и их дифференцирование. Производные и дифференциалы высших порядков.				
Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Односторонние производные. Лемма Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши. Применения теоремы Лагранжа. Раскрытие неопределенностей с помощью производных (правило Лопиталя). Формула Тейлора и ее приложения.	4		4	
Тема 7. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций и построению их графиков. Признаки монотонности функции. Понятие о локальных экстремумах функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума. Задачи о наибольших и наименьших значениях функции. Направление выпуклости кривой и точки перегиба. Наклонные асимптоты. Касательные. Исследование функции и построение графика.	4		6	
Раздел 3. Интегральное исчисление для функций одной переменной.				
Тема 8. Определение и свойства неопределенного интеграла. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов. Таблица основных интегралов. Замена переменной и интегрирование по частям.	6		4	
Тема 9. Основные методы интегрирования. Метод замены переменной. Интегрирование по частям.	2		6	
Тема 10. Интегрирование рациональных, тригонометрических и иррациональных функций.	2		8	

Тема 11. Определенный интеграл и его свойства. Условия интегрируемости. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции. Верхние и нижние интегральные суммы и их свойства. Критерий интегрируемости. Некоторые классы интегрируемых функций.	4		6	
Тема 12. Основная формула интегрального исчисления. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона — Лейбница. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Замена переменных в определенном интеграле.	4		4	
Тема 13. Методы приближенного вычисления определенного интеграла. Формула прямоугольников. Формула трапеций.	2		2	
Тема 14. Приложения определенного интеграла. Понятие квадратуемой фигуры и ее свойства. Вычисление площадей плоских фигур. Понятие кубичности тел и вычисление объемов. Объем тела вращения. Понятие спрямляемой кривой. Длина кривой. Длина дуги как параметр. Дифференциал дуги. Площадь поверхности вращения. Приложения определенного интеграла к нахождению некоторых физических величин.	6		8	
Тема 15. Несобственные интегралы. Несобственный интеграл по бесконечному промежутку и от неограниченной функции. Теоремы существования.	4		4	
Раздел 4. Числовые и функциональные ряды.				
Тема 16. Основные понятия, свойства числовых рядов, признаки сходимости.	6		6	
Тема 17. Функциональные и степенные ряды. Функциональные последовательности и функциональные ряды. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус и область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.	2		6	
Раздел 5. Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных.				
Тема 18. Функции нескольких переменных. Примеры функций нескольких	2		6	

переменных. Понятие области в R^n , Понятия предела и непрерывности числовой действительной функции нескольких переменных. График числовой функции двух переменных.				
Тема 19. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал, производные сложных функций, дифференциал сложной функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности, геометрический смысл дифференциала функции двух переменных. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных.	4		8	
Тема 20. Экстремумы функции нескольких переменных. Понятие локального экстремума функции нескольких переменных. Экстремумы функции двух переменных, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума, нахождение наибольших и наименьших значений.	2		4	
Раздел 6. Двойной и тройной интегралы. Криволинейные интегралы.				
Тема 21. Двойной интеграл и его приложения. Понятие двойного интеграла. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному интегралу. Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление массы плоской фигуры, объема трехмерной фигуры, площади поверхности.	4		4	
Тема 22. Тройной интеграл и его приложения. Тройной интеграл и его основные свойства. Сведение тройного интеграла к повторному. Геометрические и физические приложения тройного интеграла: вычисление объема тела, массы тела с переменной плотностью.	2		4	
Тема 23. Криволинейные интегралы. Понятия криволинейных интегралов по	2		4	

длине дуги и по координате. Вычисление криволинейных интегралов. Основные свойства криволинейных интегралов. Формула Грина.				
Итого	94		130	

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Количество часов	Формы самостоятельной работы	Методические обеспечения	Формы отчетности
1. Бинарные отношения	1.Декартово произведение 2.Разбиения.	17	Изучение учебной литературы, решение задач	Согласно п. 6 рабочей программы	Реферат, доклад
2. Изоморфизм различных реализаций множества действительных чисел		24	Изучение учебной литературы, решение задач	Согласно п. 6 рабочей программы	Реферат, доклад
3. Фундаментальные последовательности	Критерий Коши	28	Изучение учебной литературы, решение задач	Согласно п. 6 рабочей программы	Реферат, доклад
4. Действия над производными высших порядков	1.Формула Лейбница 2. Формула Тейлора	18	Изучение учебной литературы, решение задач	Согласно п. 6 рабочей программы	Реферат, доклад
5. Критерии интегрируемости	1.Сумма Дарбу 2.Лемма Дарбу 3.Классы интегрируемых функций	10	Изучение учебной литературы, решение задач	Согласно п. 6 рабочей программы	Реферат, доклад
6. Площадь плоской фигуры, объем тела.	1.Квадрируемые фигуры 2. Кубируемые тела	12	Изучение учебной литературы, решение задач	Согласно п. 6 рабочей программы	Реферат, доклад
7. Равномерная сходимость	1.Критерий Коши 2.Признак Вейерштрасса	28	Изучение учебной литературы, решение задач	Согласно п. 6 рабочей программы	Реферат, доклад
8. Градиент		22	Изучение	Согласно п.	Реферат,

функции			учебной литературы, решение задач	6 рабочей программы	доклад
9. Условные экстремумы	Принцип множителей Лагранжа	18	Изучение учебной литературы, решение задач	Согласно п. 6 рабочей программы	Реферат, доклад
10. Замена переменных в кратных интегралах	Полярные, цилиндрические и сферические координаты	29	Изучение учебной литературы, решение задач	Согласно п. 6 рабочей программы	Реферат, доклад
итого		206			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ОПК-8 - Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК-8 - Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: - характеристик у личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области; способы оказания индивидуальн	Посещение занятий Наличие конспектов Практические работы (решение задач) Домашнее задание Доклад Реферат Контрольная работа Экзамен	41-60

			ой педагогическо й помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательн ых возможностей и потребностей. Уметь: - оказывать адресную педагогическу ю помощь и поддержку обучающимся , в зависимости от их способностей, образовательн ых возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметн ых, предметных и личностных результатов.		
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостояте льная работа.	Знать: - характеристик у личностных, метапредметн ых и предметных результатов образовательн ой деятельности в контексте в предметной области; способы	Посещение занятий Наличие конспектов Практическ ие работы (решение задач) Домашнее задание Доклад Реферат Контрольн ая работа Экзамен	61-100

			оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей. Уметь: - оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов. Владеть: - способностью и опытом применения в предметной области различных способов оказания адресной педагогической помощи и поддержки		
--	--	--	--	--	--

			обучающимся в зависимости от их способностей, образовательн ых возможностей и потребностей.		
--	--	--	---	--	--

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Практические задания (решение задач)

1. Найти приближенное значение функции

а) $f(x) = \sqrt{4,02}$, опишите алгоритм решения задач данного типа.

б) $f(x) = (2,02)^{20}$, сформулируйте определения понятий, которые использовались в ходе решения задачи.

2. Найти приближенное значение функции

а) $f(x) = \sqrt{9 - a \cdot 0,01}$, составьте задание по аналогии с приведенным и решите его.

б) $f(x) = (1 + b \cdot 0,01)^{10}$, выделите основные понятия в решении данной задачи.

3. Исследовать функцию и построить ее график $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 9}{x - 5}$, сформулируйте определения понятий, которые использовались в ходе решения задачи.

4. Исследовать функцию и построить ее график $f(x) = \frac{x^2 + 2ax + a^2}{x - b}$. Сформулируйте определения понятий, используемых в решении данной задачи.

5. Исследовать функцию и построить ее график $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$, составьте план решения задачи данного типа.

6. Найти интеграл от

а) рациональной функции, например, $\int \frac{dx}{ax + b}$, $\int \frac{dx}{x^2 + 2ax + b}$, $\int \frac{dx}{(x - a)(x - b)}$.

б) иррациональной функции, например, $\int (ax^3 + \frac{b}{x^2} - a\sqrt{x} - \frac{b}{\sqrt[3]{x}})dx$.

в) трансцендентной функции, например, $\int e^{ax^2 + b} x dx$, $\int x^2 \cos(ax + b) dx$.

7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 9}{x - 5}$ и прямыми $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$.

8. Найдите интегралы и опишите алгоритмы их нахождения:

1) $\int e^{2x} dx$, $\int \sin(5x + 4) dx$, $\int \frac{\arctg x dx}{1 + x^2}$

2) $\int \frac{dx}{2x + 3}$, $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$, $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$,

- 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+3}}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-3x+2}}$,
- 4) $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2-4x+5}}$,
- 5) $\int e^{2x}(3x+1)dx$, $\int x \sin(5x+4)dx$.

Примеры домашнего задания

1. Предел последовательности.

1. Используя логическую символику, записать следующие высказывания, а также их отрицания:

- а) последовательность ограничена;
- б) последовательность монотонно возрастает;
- в) число a есть предел последовательности;
- г) последовательность (x_n) бесконечно большая;
- д) число a есть предельная точка последовательности.

2. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{5n+4} = \frac{2}{5}.$$

Выделите основные свойства предела последовательности.

3. Найти $a = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ и определить номер $N = N(\varepsilon)$ такой, что $|x_n - a| < \varepsilon$ при всех $n > N$,

если

а) $x_n = \frac{\sqrt{n^2+1}}{n}$, $\varepsilon = 0,005$;

б) $x_n = \frac{5n^2+1}{7n^2-3}$, $\varepsilon = 0,001$.

Составьте алгоритм решения задач данного типа.

4. Вычислить пределы последовательностей и перечислить основные свойства предела последовательности:

а) $f(x) = C$, $C = \text{const}$ $x_n = \frac{5n^3 + n^2 - 3}{7n^3 - 2n^2 + 4}$,

б) $x_n = \frac{(n-1)! + 3n!}{(n+1)(n-1)! - (n-1)!}$,

в) $x_n = \frac{\sqrt[3]{8n^3 - 2} + 5n^2}{\sqrt{4n^4 + 5} - \sqrt[5]{n^2 + 2}}$,

$$\text{г)} \quad x_n = \frac{6^{n+1} - 5^{n+2}}{2 \cdot 6^n - 7 \cdot 3^{n-2}},$$

$$\text{д)} \quad x_n = \sqrt{2n^2 + 4n - 1} - \sqrt{2n^2 + 3n + 2}.$$

2. Предел функции.

1. В примерах а) — в) пользуясь только определением предела функции, доказать, что

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$$

и заполнить следующую таблицу:

ε	0,1	0,01	0,001
$\delta(\varepsilon)$			

$$\text{а)} \quad f(x) = x^2, \quad a = 2, \quad A = 4;$$

$$\text{б)} \quad f(x) = 1/x, \quad a = 1, \quad A = 1;$$

$$\text{в)} \quad f(x) = \lg x, \quad a = 1, \quad A = 0.$$

2. Вычислить пределы и опишите алгоритм нахождения предела функции для каждого из приведенных примеров:

$$\text{а)} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 37},$$

$$\text{б)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x},$$

$$\text{в)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg} \left[2\pi \left(x + \frac{1}{2} \right) \right]},$$

$$\text{г)} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x} - 1}{\sqrt[6]{x} - 1},$$

$$\text{д)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^{\frac{x}{3}}.$$

3. Непрерывность функции.

1. Используя логическую символику, записать на языке следующие утверждения:

а) функция $f(x)$ с областью определения D_f непрерывна в точке $x_0 \in D_f$;

б) функция $f(x)$ не является непрерывной в точке $x_0 \in D_f$.

2. Доказать, что следующие функции непрерывны в каждой точке их естественной области определения:

а) $f(x) = C, \quad C = \text{const}$;

б) $f(x) = \log_a x$;

в) $f(x) = \sin x$.

Сформулируйте определение понятий, которые использовались в ходе решения задачи.

4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Найти производную функций, указав метод решения:

а) $y = \cos \frac{1}{x}$,

б) $y = \sqrt[3]{\frac{ax+b}{cx+d}}$,

в) $y = \operatorname{ctg} x^2 - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x$,

г) $y = 2^{x^2} \operatorname{tg} x$,

д) $y = \frac{x}{\ln x}$,

е) $y = 2 \arccos \frac{3}{x}$.

4. Неопределенный интеграл.

Найти интегралы и выделите основные понятия, законы, теоремы по теме «Неопределенный интеграл»:

а) $\int \frac{2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$,

б) $\int \frac{\sin x dx}{4-3\cos x}$,

в) $\int x e^x dx$,

г) $\int x \ln x dx,$

д) $\int \frac{x dx}{x^2 - 5x + 4},$

е) $\frac{dx}{3 - 2 \sin x + \cos x}.$

5. Приложения определенного интеграла.

а) Выполните решение задачи, указав метод решения: найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \cos^2 x - \sin^2 x,$$

$$y = 0, \quad x = 0, \quad x = \pi/4;$$

б) Составьте алгоритм решения задачи: найти площадь фигуры, вырезаемой окружностью $\rho = \sqrt{3} \sin \varphi$ из кардиоиды $\rho = 1 + \cos \varphi$;

в) Найти объем тела, образованного вращением эллипса

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

вокруг оси Ox . Приведите примеры практического применения данной задачи.

г) Вычислить длину дуги кривой $y = \ln \sin x$ от $x = \pi/2$ до $x = \pi/3$.

Приведите примеры практического применения данной задачи.

д) Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги кривой $y^2 = 4x$ от $x = 0$ до $x = 3$. Составьте алгоритм решения данной задачи.

е) Найти координаты центра масс полуокружности $x^2 + y^2 = 1$, расположенной над осью Ox . Составьте план решения задачи.

Темы докладов

1. Декартово произведение множеств.
2. Свойства операции декартова произведения.
3. Кортж. Длина кортежа.
4. Понятие соответствия между множествами.
5. Способы задания соответствий.
6. Соответствие обратное данному.
7. Взаимно однозначное соответствие.
8. Равномощные множества. Счетные множества.
9. Понятие отношения между элементами одного множества.
10. Способы задания отношений.
11. Свойства бинарных отношений.
12. Отношение эквивалентности. Отношение порядка.
13. Теоремы о дифференцируемых функциях. Формула Тейлора

14. Необходимые и достаточные условия экстремума функции
15. Теоремы о среднем
16. Правило Лопиталья-Бернулли
17. Производные и дифференциалы высших порядков
18. Критерии интегрируемости
19. Площадь плоской фигуры
20. Длина дуги кривой
21. Площадь поверхности вращения
22. Объем тела
23. Моменты и центры масс плоских кривых
24. Численное интегрирование функций одной переменной
25. Принцип множителей Лагранжа
26. Приближенные числа и действия над ними
27. Метрические и нормированные пространства
28. Приложения механики к математике
29. Комплексные отображения
30. Условный экстремум в физике и экономике

Темы рефератов

1. Множества. Действительные числа
2. Бинарные отношения
3. Изоморфизм различных реализаций множества действительных чисел
4. Возрастающие последовательности
5. Фундаментальные последовательности и их свойства
6. Эквивалентные бесконечно малые функции
7. Обобщённые функции
8. Гиперболические функции и их производные
9. Производные высших порядков явно заданной функции
10. Производные высших порядков неявно заданной функции
11. Производные высших порядков от функций, заданных параметрически
12. Действия над производными высших порядков
13. Формула Тейлора для многочлена
14. Формула Тейлора для произвольной функции
15. Критерии интегрируемости
16. Методы интегрирования
17. Геометрические приложения определенных интегралов
18. Несобственные интегралы
19. Ряд Дирихле. Знакопеременные ряды
20. Равномерная сходимость
21. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов
22. Вычисление иррациональных чисел и определенных интегралов
23. Тригонометрические ряды
24. Градиент функции
25. Дифференциальные операторы
26. Безусловный экстремум функции
27. Условный экстремум функции
28. Замена переменных в кратных интегралах
29. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода
30. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода

Вариант контрольной работы

по теме: «Исследование функций и построение их графиков»

Исследовать функцию $y = f(x)$ и построить ее график, если

а) $y = \frac{(x-5)^3}{x^2 - 10x + 9}$, сформулируйте определения понятий, которые использовались в

ходе решения задачи.

б) $y = \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x+1}$, выделите основные понятия, которые использовались в процессе решения задачи.

в) $y = x^2 e^{1/x}$, опишите алгоритм решения задач данного типа.

г) $y = \arcsin \frac{1-x^2}{1+x^2}$, составьте план решения задачи

Вопросы к экзамену по математическому анализу

1. Аксиоматическое определение множества действительных чисел. Свойство сплошности прямой и аксиома сплошности множества действительных чисел. Геометрическое изображение действительных чисел.
2. Числовые промежутки и окрестности точки. Абсолютная величина числа.
3. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Грани множества. Принцип Вейерштрасса.
4. Понятие функции и способы ее задания. Монотонность и ограниченность функции. Сложная и обратная функции.
5. Понятие числовой последовательности. Арифметические действия над числовыми последовательностями. Понятие подпоследовательности. Способы задания последовательности, монотонные и ограниченные последовательности, примеры.
6. Понятие предела последовательности и его геометрический смысл.
7. Теорема единственности предела последовательности и некоторые другие свойства предела.
8. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности. Примеры.
9. Связь между членами сходящейся последовательности, ее пределом и членами бесконечно малой последовательности.
10. Предел суммы, произведения и частного последовательностей.
11. Предельный переход в неравенствах для последовательностей.
12. Признак сходимости монотонных последовательностей.
13. Число «е».
14. Частичные пределы, точки сгущения последовательности. Теорема Больцано — Вейерштрасса.
15. Теорема о сходимости ограниченной последовательности.
16. Предельные точки множеств. Принцип Больцано — Вейерштрасса.
17. Определения предела функции по Гейне и по Коши. Геометрический смысл определения предела функции «на языке эпсилон и дельта».
18. Эквивалентность определений предела функции «на языке последовательностей» и «на языке эпсилон и дельта».
19. Теорема о единственности предела функции в точке.
20. Свойства функций, имеющих предел.

21. Свойства пределов функций, связанных с арифметическими операциями и неравенствами.
22. Односторонние пределы.
23. Предел функции «на бесконечности». Горизонтальная асимптота.
24. Теорема о пределе сложной функции и ее применение к вычислению пределов (пример).
25. Замечательные пределы и их применение к вычислению пределов.
26. Бесконечно малые функции и их сравнение.
27. Бесконечно большие функции и вертикальные асимптоты.
28. Понятие непрерывности функции в точке. Доказательство непрерывности некоторых функций.
29. Свойства функций, непрерывных в точке.
30. Теорема о непрерывности сложной функции.
31. Точки разрыва функции и их классификация.
32. Непрерывность функции на отрезке и ее свойства.
33. Теоремы Больцано — Коши.
34. Теорема о непрерывности обратной функции.
35. Непрерывность элементарных функций.
36. Понятие производной и ее геометрический и механический смысл.
37. Понятие дифференциала. Связь между дифференцируемостью и существованием производной.
38. Геометрический и механический смысл дифференциала.
39. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения и частного.
40. Теорема о производной обратной функции. Примеры применения правила дифференцирования обратной функции.
41. Правило дифференцирования сложной функции.
42. Производная логарифмической функции и логарифмическая производная функции.
43. Приложение правила дифференцирования сложной функции к нахождению формул дифференцирования функций, заданных параметрически и неявно.
44. Производная степенной функции.
45. Производная показательной функции.
46. Таблица производных основных элементарных функций.
47. Таблица дифференциалов основных элементарных функций.
48. Вторая производная и ее механический смысл.
49. Производные n -го порядка. Формула Лейбница.
50. Дифференциалы высших порядков.
51. Односторонние производные. Лемма Ферма и ее геометрический смысл.
52. Теорема Ролля и ее геометрический смысл.
53. Теорема Лагранжа и ее геометрический смысл.
54. Формула конечных приращений Лагранжа. Теорема Коши и обобщенная формула конечных приращений.
55. Условия постоянства, возрастания (убывания) функции.
56. Правило Лопиталья. Примеры раскрытия неопределенностей разных видов.
57. Формула Тейлора и ее остаточный член.
58. Формула Маклорена. Примеры ее приложения к приближенным вычислениям и вычислению пределов.
59. Необходимое условие экстремума функции.
60. Достаточные условия экстремума функции.
61. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.
62. Наклонные асимптоты.
63. Понятие первообразной функции. Основное свойство первообразной.

64. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
65. Таблица простейших интегралов.
66. Метод интегрирования по частям.
67. Метод замены переменной.
68. Интегрирование простейших рациональных дробей.
69. Тригонометрические интегралы. Универсальная и другие подстановки.
70. Интеграл вида $\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+g}}\right) dx$.
71. Интеграл вида $\int R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right) dx$.
72. Интеграл вида $\int R(e^x) dx$.
73. Интегрирование биномиальных дифференциалов. Примеры.
74. Понятие определенного интеграла.
75. Необходимое условие интегрируемости функции.
76. Суммы и интегралы Дарбу.
77. Критерий интегрируемости ограниченной функции.
78. Классы интегрируемых функций (доказательство интегрируемости непрерывной на отрезке функции).
79. Свойства определенного интеграла.
80. Теорема о среднем интегрального исчисления и ее геометрический смысл.
81. Связь определенного интеграла с неопределенным.
82. Формула Ньютона — Лейбница. Формулы интегрирования по частям и замены переменной в определенном интеграле.
83. Приближенное вычисление определенных интегралов.
84. Несобственные интегралы первого рода.
85. Несобственные интегралы второго рода.
86. Понятие квадратуемости фигуры. Критерий квадратуемости.
87. Кубируемые тела.
88. Вычисление площади плоской фигуры в декартовых и полярных координатах.
89. Понятие спрямляемости кривой. Формулы для вычисления длины дуги кривой.
90. Вычисление объема тела вращения и площади поверхности вращения. Примеры.
91. Вычисление статических моментов и координат центра масс материальной кривой.
92. Понятие числового ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов.
93. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд.
94. Лемма о сходимости ряда с неотрицательными членами.
95. Признаки сходимости (расходимости) рядов.
96. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.
97. Теорема Лейбница о знакочередующихся рядах.
98. Функциональный ряд и область его сходимости. Равномерная сходимость функционального ряда.
99. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.
100. Степенные ряды в действительной области и их свойства.
101. Единственность разложения функции в степенной ряд.
102. Ряды Тейлора и Маклорена. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Процедура оценивания знаний и умений состоит из следующих составных элементов.

1. Учет посещаемости лекционных и практических занятий осуществляется по ведомости представленной ниже в форме таблицы.

№ п/п	Фамилия И.О.	Посещение занятий							Итого %
		1	2	3	4				9
1.									

2. На экзамене баллы выставляются в соответствии со следующей таблицей.

№ п/п	Фамилия И.О.	Сумма баллов, набранных в семестре							Экзамен до 40 баллов
		Посещение занятий	Наличие конспектов	Практические работы (решение задач)	Домашнее задание	Доклад	Реферат	Контрольная работа	
		до 10 баллов	до 10 баллов	до 10 баллов	до 10 баллов	до 5 баллов	до 5 баллов	до 10 баллов	
1.									
2.									

Баллы начисляются следующим образом.

Посещение занятий:

8-10 баллов, если студент посетил 71-90% от всех занятий,
5-7 баллов, если студент посетил 51-70% от всех занятий,
2-4 балла, если студент посетил 31-50% от всех занятий,
0-1 балл, если студент посетил 0-30% от всех занятий.

Наличие конспектов:

8-10 баллов, если студент имеет 71-90% всех конспектов,
5-7 баллов, если студент имеет 51-70% всех конспектов,
2-4 балла, если студент имеет 31-50% всех конспектов,
0-1 балл, если студент имеет 0-30% всех конспектов.

Практические работы (решение задач):

8-10 баллов, если студент решил 71-90% всех задач,
5-7 баллов, если студент решил 51-70% всех задач,
2-4 балла, если студент решил 31-50% всех задач,
0-1 балл, если студент решил 0-30% всех задач.

Домашнее задание:

8-10 баллов, если студент выполнил 71-90% всех заданий,
5-7 баллов, если студент выполнил 51-70% всех заданий,
2-4 балла, если студент выполнил 31-50% всех заданий,
0-1 балл, если студент выполнил 0-30% всех заданий.

Доклад

5 баллов, если тема доклада раскрыта полностью, доклад излагается свободно, ответы на дополнительные вопросы даются докладчиком сразу,
3-4 балла, если раскрыта тема доклада, доклад излагается с легкой опорой на текст, ответы на дополнительные вопросы даются сразу, возможно с опорой на схему,
1-2 балла, если тема доклада раскрыта частично, доклад зачитывается, ответ на вопросы сопровождается долгим поиском в тексте доклада,
0 баллов, если тема доклада не раскрыта, доклад зачитывается, студент не может ответить на дополнительные вопросы.

Реферат

5 баллов, если выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта соблюдены требования к внешнему оформлению,
3-4 балла, если основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы,
1-2 балла ставится, если имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод,
0 баллов, если тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы.

Контрольная работа:

8-10 баллов, если студент выполнил 71-90% всех заданий,
5-7 баллов, если студент выполнил 51-70% всех заданий,
2-4 балла, если студент выполнил 31-50% всех заданий,
0-1 балл, если студент выполнил 0-30% всех заданий.

При невыполнении контрольной работы студент не допускается к экзамену.

Оценка за экзамен составляет 40 баллов. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов (по 15 баллов за ответ на каждый из двух вопросов) и задачи (10 баллов).

Баллы 31-40 характеризуют полное усвоение теоретического и практического материала: студент владеет *всеми* понятиями курса, умеет доказать *все* теоремы из лекционного курса и решает *все* задачи и примеры из приведенных заданий.

Баллы 21-30 характеризуют основное усвоение теоретического и практического материала: студент владеет *всеми* понятиями курса, умеет доказать *основные* теоремы из лекционного курса и решает *основные* задачи и примеры из приведенных заданий.

Баллы 11-20 характеризуют знание (*без доказательства*) *основных* теорем и формул курса, *основных* понятий курса и умение решать задачи, являющиеся обобщением задач *школьного* курса математики.

Баллы 0-10 выставляется студенту, если он *не знает* основных теорем и формул курса, основных понятий и *не умеет* решать задачи, являющиеся обобщением задач *школьного курса* математики.

3. Студент считается аттестованным, если он набрал 41-100 баллов.

Оценка по 5-бальной системе	Оценка по 100-бальной системе
5 (Отлично)	81-100
4 (Хорошо)	61-80
3 (Удовлетворительно)	41-60
2 (Неудовлетворительно)	0-40

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Шипачев В.С. Математический анализ [Текст] : теория и практика : учеб.пособие.- 3-е изд. — М.: Инфра-М, 2015.-351с. -Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727> .
2. Данилов Ю.М. Математика [Текст]: учеб.пособие для вузов /Ю.М.Данилов, Н.В.Никонова, С.Н.Нуриева.- М.:Инфра-М,2014.-496с.-Режим доступа : <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=471655> .
3. Ильин В.А. Математический анализ [Текст]: учебник для вузов в 2-х ч. /В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б. Сендов — М.: Проспект, 2007.-368с.

6.2 Дополнительная литература

1. Архипов, Г.И. Лекции по математическому анализу [Текст]: учебник / Г.И.Архипов, В.А. Садовничий , В.Н.Чубариков — 3-е изд. перераб. и доп. — М.: Дрофа, 2008. — 640 с.
2. Будаев, В.Д. Математический анализ функции одной переменной [Текст]: учебник / В.Д.Будаев, М.Я. Якубсон — СПб. : Лань, 2012. — 544 с.
3. Злобина, С.В. Математический анализ в задачах и упражнениях [Текст]: / С.В.Злобина С.В., Л.Н.Посицельская — М.: Физматлит, 2009. — 360 с.
4. Мордкович, А.Г. Задачник по введению в математический анализ. [Текст]: учебное пособие / А.Г.Мордкович , М.В.Шуркова — М.: Мнемозина, 2008. — 136 с.
5. Сборник задач по математике для втузов. Ч. 2, 3 [Текст]: учебное пособие / под редакцией А.В.Ефимова и А.С.Поспелова. — 5-е изд. перераб. — М.: Физматлит, 2009. — 432 с. (2 ч.), 544 с. (3 ч.)
6. Тарасов Л.В. Азбука математического анализа: Беседа об основных понятиях [Текст]: учебное пособие / Л.В.Тарасов — М.: Изд-во ЛКИ, 2014. — 192 с.
7. Тер-Крикоров, А.М. Курс математического анализа. [Текст]: учебное пособие / А.М.Тер-Крикоров, М.И. Шабунин — М.: Бином, 2012. — 816 с.
8. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2 т. [Текст]: учебник / Г.М.Фихтенгольц — СПб.: Лань, 2013.— 440 с. (1 т.), 464 с. (2 т.).
9. Шипачев, В.С. Математический анализ. Теория и практика [Текст]: учебное пособие / В.С.Шипачев — М.: Дрофа, 2006. — 349 с.

10. Панов, В.М. Математика древняя и юная [Текст]: /под ред. В.С.Зарубина — 2-е изд., испр. — М.: Изд-во МГТУ, 2006. — 648 с.

6.3 Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

<http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>, http://www.ph4s.ru/books_mat.html,
<http://www.dmvn.mexmat.net/>.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.
2. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации об организации выполнения и защиты курсовой работы.
3. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лабораторных и практических занятий.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

fgosvo.ru

pravo.gov.ru

www.edu.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.
- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;
- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: комплект учебной мебели, проектор, проекционная доска, персональный компьютер с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.