

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Наумова Наталия Александровна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 24.10.2024 14:31:41  
Уникальный программный ключ:  
6b5279da4e034bff679172903da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ  
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ  
(МГОУ)

Физико-математический факультет  
Кафедра вычислительной математики и методики преподавания информатики

Согласовано управлением организации  
и контроля качества образовательной  
деятельности

« 10 » 08 2020 г.  
Начальник управления  
/М.А. Миненкова/

Одобрено учебно-методическим советом

Протокол № 7 2020 г.  
Председатель



**Рабочая программа дисциплины**  
Численные методы

**Направление подготовки**  
44.03.01 Педагогическое образование

**Профиль:**  
Информатика

**Квалификация**  
Бакалавр

**Форма обучения**  
Очная

Согласовано учебно-методической  
комиссией физико-математического  
факультета:

Протокол « 10 » мая 2020 г. № 10  
Председатель УМКом  
/ Барбанова Н.Н. /

Рекомендовано кафедрой  
вычислительной математики и методики  
преподавания информатики

Протокол « 20 » мая 2020 г. № 10  
Зав. кафедрой  
/ Шевчук М.В. /

Мытищи  
2020

Автор-составитель:

Калашников Евгений Владимирович  
доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры вычислительной математики и методики преподавания  
информатики

Чукаловская Евгения Михайловна  
старший преподаватель кафедры вычислительной математики и методики  
преподавания информатики

Рабочая программа дисциплины «Численные методы» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Информатика» утвержденная приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.09.18 № 121

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Год начала подготовки 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения .....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	5
3. Объем и содержание дисциплины .....	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся .....	8
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине .....	12
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины .....	24
7. Методические указания по освоению дисциплины .....	25
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	26
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	26

# 1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

## 1.1. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Численные методы» является формирование у студентов систематических знаний в области численных методов решения задач анализа функций, алгебры, дифференциальных уравнений.

### Задачи дисциплины:

- формирование представлений о численных методах как методах приближённых вычислений и представлении этих вычислений в виде удобном для составления программ;
- формирование знаний и умений находить подходящие численные методы аппроксимации в решении задач нелинейных уравнений;
- формирование умений и навыков по численному решению нелинейных уравнений;
- формирование умений и навыков по методам численного дифференцирования и интегрирования;
- формирование умений и навыков по методам численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- формирование умений и навыков по методам численного решения уравнений в частных производных.

## 1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ДПК-9 - Готов к организации олимпиад, конференций, турниров математических и лингвистических игр в школе и др

СПК-1 - Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Численные методы» относится к части, формируемую участниками образовательных отношений Блока 1 и является элективной дисциплиной.

Для освоения дисциплины «Численные методы и математическое моделирование» студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения таких дисциплин как: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дифференциальные уравнения».

Изучение дисциплины «Численные методы» является базой для последующего изучения студентами «Компьютерного моделирования», курсов по выбору профессионального цикла, подготовки к итоговой аттестации.

### 3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Форма обучения
	Очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	2
Объем дисциплины в часах	72
Контактная работа	56
Лекции	18
Лабораторные занятия	38
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	0.2
Зачет с оценкой	0.2
Самостоятельная работа	8
Контроль	7.8

Формой промежуточной аттестации является зачет с оценкой в 4 семестре

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) дисциплины с кратким содержанием	Количество часов			
	Лекции	Семинарские	Практические	Лабораторные занятия
<b>Тема 1.</b> Введение в численные методы. Теория погрешностей. <b>Содержание:</b> Краткие исторические сведения о численных методах. Понятие о погрешности. Классификация погрешностей. Прямая задача теории погрешностей. Обратная задача теории погрешностей. Погрешность при представлении чисел в ЭВМ. Абсолютная и относительная погрешности. Округление чисел. Верные	2			6

значащие цифры. Правило записи приближенных чисел. Определение количества верных цифр по относительной погрешности. Оценка погрешностей арифметических операций. Оценка погрешности значения дифференцируемой функции.				
<b>Тема 2.</b> Решение систем линейных уравнений. <b>Содержание:</b> Постановка задачи решения системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Уточнение корней. Решение систем с несколькими правыми частями, обращение матриц, вычисление определителей. Метод простой итерации решения систем линейных уравнений. Приведение системы к виду, пригодному для метода итераций. Нормы вектора и матрицы. Оценка погрешностей метода итераций. Метод Зейделя.	2			6
<b>Тема 3.</b> Приближенное решение нелинейных уравнений и систем. <b>Содержание:</b> Постановка задачи. Отделение корней (графический и аналитический способ). Метод половинного деления. Оценка погрешности метода половинного деления. Метод итераций. Итерационная последовательность. Сходимость итерационной последовательности. Достаточное условие применимости метода итераций. Приведение уравнений к виду, пригодному для метода итераций. Оценка погрешностей метода итераций. Геометрическая интерпретация. Метод касательных. Геометрическая интерпретация. Метод хорд. Геометрическая интерпретация. Комбинированный метод хорд и касательных. Оценка погрешностей методов хорд и касательных. Метод простой итерации для системы нелинейных уравнений. Понятие о методе Ньютона решения системы нелинейных уравнений.	2			6
<b>Тема 4</b> Методы наилучшего приближения <b>Содержание:</b> Табличная функция. Постановка задачи об аппроксимации функций. Интерполяция. Полиномиальная интерполяция. Теорема о единственности задачи полиномиального интерполирования. Погрешность полиномиальной интерполяции. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Конечные разности. Табличные разности. Разделенные разности. Первый и второй интерполяционный многочлен Ньютона. Оценка погрешностей интерполяционных формул Ньютона. Формула линейного интерполирования и способы оценки ее погрешности. Постановка и решение задачи обратного интерполирования. Обратное линейное интерполирование. Приближенное решение уравнений методом	4			6

обратного интерполирования. Минимизация погрешности полиномиальной интерполяции путем специального выбора узлов. Многочлены Чебышева. Метод наименьших квадратов (дискретный вариант среднеквадратических приближений). Постановка задачи. Понятие об определении параметров функциональной зависимости. Решение задачи для случая линейной зависимости. Сведение к линейному случаю задачи нахождения приближающей функции с двумя параметрами.				
<b>Тема 5. Численное интегрирование и дифференцирование.</b> <b>Содержание:</b> Постановка задачи численного дифференцирования. Формулы численного дифференцирования на основе интерполяционного многочлена Ньютона. Неустраняемая погрешность формул численного дифференцирования. Постановка задачи численного интегрирования. Формулы прямоугольников. Оценка погрешностей. Формула трапеций. Оценка погрешностей. Формула Симпсона. Оценка погрешностей. Метод неопределенных коэффициентов. Формулы Ньютона–Котеса. Квадратурная формула Гаусса. Метод Рунге –Ромберга – Ричардсона оценки погрешности.	4			6
<b>Тема 6. Численные методы решения дифференциальных уравнений.</b> <b>Содержание:</b> Понятие численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера и его модификации (метод Эйлера-Коши, метод срединных точек). Точность метода Эйлера и его модификаций. Метод Рунге-Кутты. Многошаговый метод Адамса. Постановка задач для дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. Основные понятия метода сеток.	4			8
Итого	18			38

#### 4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

№	Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
1	Верные значащие цифры. Определение количества	Оценка погрешностей арифметических	1	Работа с литературой	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет	Устный отчет

№	Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
	верных цифр по относительной погрешности. Оценка погрешностей арифметических операций. Оценка погрешности значения дифференцируемой функции.	операций. Оценка погрешности и значения				
	Решение систем с несколькими правыми частями, обращение матриц, вычисление определителей. Метод простой итерации решения систем линейных уравнений. Приведение системы к виду, пригодному для метода итераций. Нормы вектора и матрицы. Оценка погрешностей метода итераций. Метод Зейделя	Метод простой итерации решения систем линейных уравнений. Приведение системы к виду, пригодному для метода итераций	1	Работа с литературой и сетью Интернет	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет	Устный отчет. Листинг программы
	Метод итераций. Достаточное условие применимости метода		1	Работа с литературой и сетью Интернет	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет	Устный отчет. Листинг программы

№	Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
	<p>итераций. Приведение уравнений к виду, пригодному для метода итераций. Оценка погрешностей метода итераций. Геометрическая интерпретация. Метод касательных. Геометрическая интерпретация. Метод хорд. Геометрическая интерпретация. Комбинированный метод хорд и касательных. Оценка погрешностей методов хорд и касательных. Метод простой итерации для системы нелинейных уравнений. Метод Ньютона решения системы нелинейных уравнений.</p>					
	<p>Методы наилучшего приближения. Метод наименьших</p>	<p>Метод наименьших квадратов. Дискретный вариант</p>	<p>1</p>	<p>Работа с литературой и сетью Интернет</p>	<p>Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет</p>	<p>Устный отчет. Листинг программы</p>

№	Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
	<p>квадратов. Дискретный вариант среднеквадратических приближений. Переопределенная система линейных уравнений. Понятие об определении параметров функциональной зависимости.</p>	<p>среднеквадратических приближений</p>				
	<p>Формулы численного дифференцирования на основе интерполяционного многочлена Ньютона. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на формуле Стирлинга. Численное интегрирование. Квадратурные формулы Ньютона - Котеса. Метод неопределенных коэффициентов. Квадратурная формула Гаусса. Понятие о квадратурной</p>	<p>Метод неопределенных коэффициентов</p>	<p>2</p>	<p>Работа с литературой и Интернет</p>	<p>Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет</p>	<p>Устный отчет. Листинг программы</p>

№	Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
	формуле Чебышева. Метод двойного пересчета оценки погрешности численного интегрирования.					
	Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Метод Рунге - Кутта. Метод Адамса. Численное интегрирование дифференциальных уравнений второго порядка. Приближенные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Метод сеток.	Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Метод Рунге - Кутта. Метод Адамса. Численное интегрирование дифференциальных уравнений второго порядка	2	Работа с литературой и Интернет	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет	Устный отчет. Листинг программы
	Итого		8			

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И

## ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Изучение дисциплины «Численные методы» позволяет сформировать у бакалавров следующие компетенции

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-9 Готов к организации олимпиад, конференций, турниров математических и лингвистических игр в школе и др	1.Работа на учебных занятиях. 2.Самостоятельная работа
СПК-1 Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.	1.Работа на учебных занятиях. 2.Самостоятельная работа

### 5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-9	Пороговый	1.Работа на учебных занятиях. 2.Самостоятельная работа	Знает: - закономерности проектирования интеллектуального развития обучающихся, повышения уровня их учебной мотивации; - педагогические принципы и правила организации и проведения олимпиад, конференций, турниров математических и лингвистических игр в школе и др..  Умеет: - проектировать интеллектуальное развитие обучающихся, повышение уровня их учебной мотивации; - использовать педагогические	Посещение, тесты, лаб.занятия, домашние задания, реферат, зачет с оценкой	41-60

			<p>принципы и правила организации и проведения олимпиад, конференций, турниров математических и лингвистических игр в школе и др.</p>		
	Продвинутый	<p>1.Работа на учебных занятиях. 2.Самостоятельная работа</p>	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- закономерности проектирования интеллектуального развития обучающихся, повышения уровня их учебной мотивации;</li> <li>- педагогические принципы и правила организации и проведения олимпиад, конференций, турниров математических и лингвистических игр в школе и др..</li> </ul> <p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- проектировать интеллектуальное развитие обучающихся, повышение уровня их учебной мотивации;</li> <li>- использовать педагогические принципы и правила организации и проведения олимпиад, конференций, турниров математических и лингвистических игр в школе и др.</li> </ul> <p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками проектирования интеллектуального развития обучающихся, повышения уровня их учебной мотивации;</li> <li>- навыками использования педагогических принципов и правил организации и проведения олимпиад, конференций, турниров математических и лингвистических игр в школе и др.</li> </ul>	<p>Посещение, тесты, лабораторные занятия, домашние задания, реферат, зачет с оценкой</p>	61-100
СПК-1	Пороговый	<p>1.Работа на учебных занятиях. 2.Самостоятельная работа</p>	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки;</li> <li>- значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира.</li> </ul> <p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ясно и логично излагать полученные базовые знания;</li> <li>- демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и</li> </ul>	<p>Посещение, тесты, лабораторные занятия, домашние задания, реферат, зачет с оценкой</p>	41-60

			<p>взаимосвязи их с другими дисциплинами;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- строить модели реальных объектов или процессов;</li> <li>- профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;</li> <li>- применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.</li> </ul>		
Продвинутый	<p>1.Работа на учебных занятиях.</p> <p>2.Самостоятельная работа</p>	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки;</li> <li>- значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира.</li> </ul> <p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ясно и логично излагать полученные базовые знания;</li> <li>- демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами;</li> <li>- строить модели реальных объектов или процессов;</li> <li>- профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки;</li> <li>- применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.</li> </ul> <p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью к логическому рассуждению;</li> <li>- моделированием для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;</li> <li>- владеет основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.</li> </ul>	<p>Посещение, тесты, лабораторные занятия, домашние задания, реферат, зачет с оценкой</p>	61-100	

### 5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### Примеры тестовых заданий для текущего контроля:

- 1) Какой из двух примеров записан правильно  
а1)  $X = 9,0343356 \pm 0,001$     а2)  $x = 9,034 \pm 0,001$
- 2) Дано только дифференциальное уравнение второго порядка. Можно ли его приближённо решить методом представления решения в виде степенных рядов. (чего не хватает?)
- 3) При построении приближённого решения, что берётся в качестве пробного или приближения нулевого порядка?

#### Пример лабораторной работы по дисциплине «Численные методы»:

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА «Метод Зейделя»

Цель работы – продемонстрировать «работу» поиска приближённого решения наиболее наглядным методом. Моделирование сходимости решения.

Дана , для примера, система трёх линейных уравнений (1). Нужно найти приближённое решение этой системы уравнений с точностью до  $\varepsilon$  и записать всё решение в виде удобном для программирования.

$$\begin{aligned} 1) \quad & A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + A_{13}x_3 = B_1 \\ & A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + A_{23}x_3 = B_2 \\ & A_{31}x_1 + A_{32}x_2 + A_{33}x_3 = B_3 \end{aligned} \quad (1)$$

2) Привести систему к виду, в котором диагональные элементы системы в каждой строке будут больше любого из коэффициентов в соответствующей строке. В результате таких преобразований приходим к новой системе

$$\begin{aligned} & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ & a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{aligned} \quad (2)$$

#### ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

3) Разрешим каждую строчку относительно диагонального элемента.

$$\begin{aligned} x_1 &= (1/a_{11})(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3) \\ x_2 &= (1/a_{22})(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3) \end{aligned} \quad (3)$$

$$x_3 = (1/a_{33})(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2)$$

4) Поиск приближённого решения этой системы уравнений начинается с того что задаётся пробное или произвольное решение, как нулевой порядок. По сути это пробное решение может быть любым.

Обозначим это пробное решение так

$$\begin{aligned} x_1^{(0)} &= x(0)_1 \\ x_2^{(0)} &= x(0)_2 \\ x_3^{(0)} &= x(0)_3 \end{aligned} \quad (4)$$

Числа  $x(0)_1, x(0)_2, x(0)_3$  могут быть любыми. Их выбор определяет «быстроту» выхода на правильное (устойчивое) решение.

5). Подставим  $x_2^{(0)}$  и  $x_3^{(0)}$  в первое из уравнений системы (3).

Тогда:

$$x_1 = (1/a_{11})(b_1 - a_{12}x_2^{(0)} - a_{13}x_3^{(0)})$$

Этот первый шаг назовём первым порядком итерации и обозначим вновь определённый  $x_1$  как  $x_1^{(1)}$

$$x_1^{(1)} = (1/a_{11})(b_1 - a_{12}x_2^{(0)} - a_{13}x_3^{(0)})$$

Теперь этот вновь определённый  $x_1^{(1)}$  позволит определить первый же порядок для  $x_2$  из второго уравнения системы (3):

$$x_2^{(1)} = (1/a_{22})(b_2 - a_{21}x_1^{(1)} - a_{23}x_3^{(0)})$$

Наконец вновь найденные  $x_1^{(1)}$  и  $x_2^{(1)}$  позволяют найти первый порядок приближения и для  $x_3$ . Для этого возьмём третье уравнение из (3) и подставим в него  $x_1^{(1)}$  и  $x_2^{(1)}$ , получим :

$$x_3^{(1)} = (1/a_{33})(b_3 - a_{31}x_1^{(1)} - a_{32}x_2^{(1)})$$

Теперь выпишем всю систему (3), но уже в найденном приближении первого порядка:

$$\begin{aligned} x_1^{(1)} &= (1/a_{11})(b_1 - a_{12}x_2^{(0)} - a_{13}x_3^{(0)}) \\ x_2^{(1)} &= (1/a_{22})(b_2 - a_{21}x_1^{(1)} - a_{23}x_3^{(0)}) \\ x_3^{(1)} &= (1/a_{33})(b_3 - a_{31}x_1^{(1)} - a_{32}x_2^{(1)}) \end{aligned} \quad (5)$$

Найденные приближённые значения следует проверить на заданную точность  $\varepsilon$ . Для этого следует сравнить все полученные приближённые решения первого порядка с предыдущими значениями нулевого порядка:

$$\begin{aligned} |x_1^{(1)} - x_1^{(0)}| &< \varepsilon \\ |x_2^{(1)} - x_2^{(0)}| &< \varepsilon \\ |x_3^{(1)} - x_3^{(0)}| &< \varepsilon \end{aligned} \quad (6)$$

Погрешность или точность  $\varepsilon$  одинакова для всех  $x$ -ов. Если не попали в нужную точность то процесс поиска приближённого решения продолжается. Для этого нужно определить второй порядок приближения (итерации) и сравнить полученный второй порядок решения с первым по схеме (6) и так до тех пор, пока не «попадём» в нужную точность. После этого решение считается найденным. Чтобы учесть все эти операции, следует написать в общем виде приближённое решение системы уравнений (2) и (3):

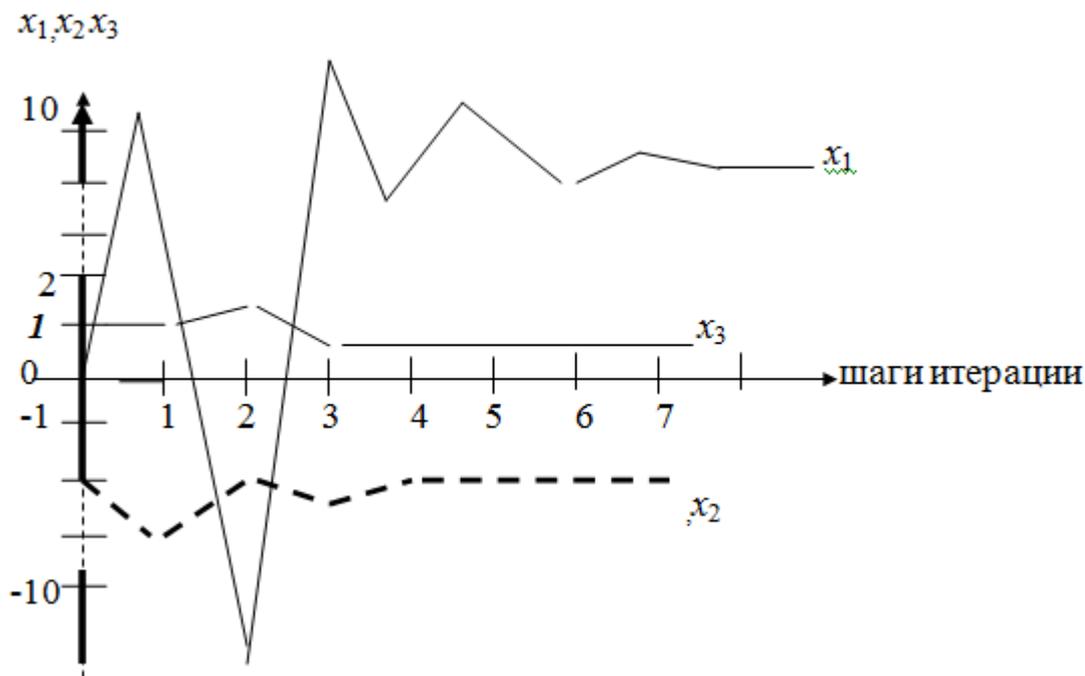
$$\begin{aligned} x_1^{(n)} &= (1/a_{11})(b_1 - a_{12}x_2^{(n-1)} - a_{13}x_3^{(n-1)}) \\ x_2^{(n)} &= (1/a_{22})(b_2 - a_{21}x_1^{(n)} - a_{23}x_3^{(n-1)}) \\ x_3^{(n)} &= (1/a_{33})(b_3 - a_{31}x_1^{(n)} - a_{32}x_2^{(n)}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} |x_1^{(n)} - x_1^{(n-1)}| &< \varepsilon \\ |x_2^{(n)} - x_2^{(n-1)}| &< \varepsilon \\ |x_3^{(n)} - x_3^{(n-1)}| &< \varepsilon \end{aligned} \quad (8)$$

Даже если два, например, из  $x$ -ов будут удовлетворять условию (8), а хотя бы третий из них не попадает в заданную точность, то процесс поиска приближённого решения следует продолжать до тех пор, пока последний из  $x$ -ов не войдёт в условия (8).

### Качественное поведение решения системы (2)

Приведено качественное поведение приближённого решения системы уравнений, в зависимости от числа итераций (рис1). С увеличением числа шагов итераций каждый из  $x$ -ов выходит на устойчивое решение удовлетворяющее условию (8). Такая ситуация достигнута благодаря требованию из пункта 2):  $|a_{ii}| > |a_{ik}|$ .



**Пример домашнего задания по дисциплине  
«Численные методы»**

1). Решить систему уравнений методом Зейделя

$$3,7x_1 + 3,3 x_2 + 1,3 x_3 = 2,1$$

$$3,5x_1 - 1,7 x_2 + 2,8 x_3 = 1,7$$

$$4,1 x_1 + 5,8 x_2 - 1,7 x_3 = 0,8$$

При условии

$$x_1^{(0)} = x(0)_1 = 0$$

$$x_2^{(0)} = x(0)_2 = 0$$

$$x_3^{(0)} = x(0)_3 = 0$$

и  $\varepsilon < 0,001$

Построить график – зависимость поведения  $x$ -ов от числа шагов итерации. Сопроводить листингом программы. Дать анализ полученного решения.

2) Методом последовательных приближений решить дифференциальное уравнение первого порядка

$$dy / dx = y$$

при начальных условиях  $y(x=0)=1$

Построить график полученного решения, с точностью до 0,0001.  
Дать анализ полученного результата. Привести листинг программы. Указать, каким моделям в естествознании (физике, химии, биологии, социологии) соответствует это уравнение.

### **Примерные вопросы к зачету с оценкой**

1. Абсолютная и относительная погрешности. Верные значащие цифры.
2. Округление чисел. Верные значащие цифры.
3. Оценка погрешностей арифметических операций.
4. Оценка погрешности значения дифференцируемой функции.
5. Прямая задача теории погрешностей. Обратная задача теории погрешностей.
6. Метод Гаусса. Уточнение корней.
7. Решение систем с несколькими правыми частями, обращение матриц, вычисление определителей.
8. Метод прогонки.
9. Метод итераций для решения систем линейных алгебраических уравнений.
10. Приближенное решение нелинейных уравнений. Отделение корней.
11. Метод половинного деления.
12. Метод простой итерации.
13. Метод Ньютона.
14. Метод секущих.
15. Конечные разности. Разделенные разности.
16. Обратное интерполирование.
17. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
18. Первый и второй интерполяционный многочлен Ньютона.
19. Погрешность полиномиальной интерполяции.
20. Многочлены Чебышева.
21. Метод наименьших квадратов.
22. Формулы численного дифференцирования на основе интерполяционного многочлена Ньютона.
23. Формулы прямоугольников. Оценка погрешностей.
24. Формула трапеций и ее остаточный член.
25. Формула Симпсона и ее остаточный член.
26. Квадратурные формулы Ньютона - Котеса.
27. Метод Рунге-Ромберга-Ричардсона.
28. Понятие численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
29. Метод Эйлера.
30. Метод Эйлера-Коши.
31. Метод Рунге-Кутты.
32. Метод Адамса.
33. Постановка задач для дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия.

## Примерные темы рефератов.

1. Оценка погрешностей арифметических операций.
2. Метод простой итерации решения систем линейных уравнений.
3. Метод Зейделя
4. Метод касательных.
5. Метод хорд.
6. Метод Ньютона решения системы нелинейных уравнений.
7. Метод наименьших квадратов.
8. Формулы численного дифференцирования на основе интерполяционного многочлена Ньютона.
9. Численное интегрирование.
10. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.
11. Метод Рунге - Кутты.
12. Метод Адамса.
13. Метод сеток.
14. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
15. Численное интегрирование дифференциальных уравнений второго порядка

### **5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценивание степени освоения обучающимися дисциплины осуществляется на основе «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки успеваемости студентов МГОУ», утвержденного решением Ученого совета МГОУ от 30 июня 2016 г. протокол № 14:

Сопоставимость рейтинговых показателей студента по разным дисциплинам и Балльно-рейтинговой системы оценки успеваемости студентов обеспечивается принятием единого механизма оценки знаний студентов, выраженного в баллах, согласно которому 100 баллов - это полное усвоение знаний по учебной дисциплине, соответствующее требованиям учебной программы. Если студент получает рейтинговую оценку ниже 20 баллов, то это означает, что какая-то доля от общего необходимого объема знаний студентом не усвоена.

Максимальный результат, который может быть достигнут студентом по каждому из Блоков рейтинговой оценки – 100 баллов.

Шкала соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам: 100 – 81 б - «отлично» (5); 80 – 61 б - «хорошо» (4); 60 - 41 б - «удовлетворительно» (3); 40 – 0 б - «неудовлетворительно» (2)

Ответ обучающегося на зачёте оценивается в баллах с учетом шкалы соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам.

Оценка по 5-балльной системе	Оценка по 100-балльной
------------------------------	------------------------

		системе
5	отлично	81 – 100
4	хорошо	61 - 80
3	удовлетворительно	41 - 60
2	неудовлетворительно	21 - 40

В зачетно-экзаменационную ведомость и зачетную книжку выставляются оценки по пятибалльной шкале и рейтинговые оценки в баллах.

При получении студентом на экзамене или зачёте неудовлетворительной оценки в ведомость выставляется рейтинговая оценка в баллах (<40 б), соответствующая фактическим знаниям (ответу) студента.

Критерии оценки знаний студентов в рамках каждой учебной дисциплины или групп дисциплин вырабатываются преподавателями согласованно на кафедрах университета, исходя из требований образовательных стандартов.

Процедура оценивания знаний и умений состоит из следующих составных элементов.

**Московский государственный областной университет  
Ведомость учета посещения  
Физико-математический факультет**

Направление: 44.03.01 – Педагогическое образование

Дисциплина: Численные методы

Группа

Преподаватель

№ п/п	Фамилия И.О.	Посещение занятий									Итого
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1.	Иванов И.И.										
2.	Петров П.П.										

**Московский государственный областной университет  
Ведомость учета текущей успеваемости  
Физико-математический факультет**

Направление: 03.03.02 – Физика

Дисциплина: Численные методы

Группа

Преподаватель

№ п/п	Ф. И.О.	Сумма баллов, набранных в семестре						Общая сумма баллов	Итоговая оценка		Подпись преподавателя
		Посещ.	Лаб. работ	Вып. дом.	Рефер. до 12	Тестировани	Зачет с оценко		Цифра	Пропись	

		до 15 баллов	ы до 30 баллов	задани й до 12 баллов	балло в	е до 15 баллов	й до 16 баллов	в (макс. 100)			
1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	13
1.	Иванов И.И.										
2.	Петров П.П.										

Шкала оценок: 41-60 - удовлетворительно; 61-80 - хорошо; 81-100 - отлично

#### Критерии и шкала оценивания лабораторной работы

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	10
Представлена графическая модель	4
Убедительность сформулированных выводов	8
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы	8

#### Критерии и шкала оценивания реферата

Критерий	Баллы
Обзор источников информации	3
Логика изложения материала	3
Убедительность сформулированных выводов	3
Качество оформления	3

#### Критерии и шкала оценивания домашней работы

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	3
Представлено решение задач несколькими способами (если это возможно)	3
Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом	3
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы	3

#### Шкала оценивания теста

Показатель	Баллы
Выполнено до 40% заданий	2
Выполнено 41-60% заданий	7
Выполнено 61-80% заданий	11
Выполнено более 81% заданий	15

#### Критерии и шкала оценивания посещения

За посещение лекционных занятий и написание конспектов обучающийся может набрать максимально 15 баллов.

#### Критерии и шкала оценивания конспекта

Критерий	Баллы
Текст конспекта логически выстроен и точно изложен, ясен весь ход рассуждения	0-1
Даны ответы на все поставленные вопросы, изложены научным языком, с применением терминологии	0-1

#### Критерии и шкала оценивания зачета с оценкой

Уровни оценивания	Критерии оценивания	Баллы
<i>оценка «отлично»</i>	Ставится, если студент обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание программного материала по дисциплине; обстоятельно анализирует структурную взаимосвязь рассматриваемых тем и разделов дисциплины; усвоил основную и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой, а также усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии; проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебного материала.	13-16
<i>оценка «хорошо»</i>	Ставится, если студент, обнаруживает полное знание программного материала, успешно выполняет предусмотренные в программе задания; усвоил основную литературу, рекомендованную в программе; показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их	9-12

Уровни оценивания	Критерии оценивания	Баллы
	самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей образовательной деятельности.	
<i>оценка «удовлетворительно»</i>	Ставится, если студент обнаруживает знание основного программного материала в объеме, необходимом для дальнейшего обучения и профессиональной деятельности; справляется с выполнением заданий, предусмотренных программой; знаком с основной литературой, рекомендованной программой; допускает погрешности непринципиального характера в ответе на экзамене.	5-8
<i>оценка «неудовлетворительно»</i>	Ставится в том случае, если студент обнаруживает пробелы в знаниях основного программного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.	0-4

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Основная литература

1. Бахвалов Н.С., Численные методы [Электронный ресурс] / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 8-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ, 2015. - 639 с. (Классический университетский учебник.) - ISBN 978-5-9963-2616-7 - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996326167.html> (дата обращения: 24.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Консультант студента. — Текст : электронный.
2. Численные методы : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431961> (дата обращения: 24.07.2019).— Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Юрайт. — Текст : электронный.

### 6.2. Дополнительная литература

1. Лапчик М.П. Численные методы: учеб.пособие для вузов / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер. - 4-е изд., стереотип. - М. : Академия, 2008. - 384с. – Текст: непосредственный.
2. Бахвалов Н.С., Численные методы в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; под ред. В. А. Садовниченко. - 4-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ, 2015. - 243 с. - ISBN 978-5-9963-2980-9 - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996329809.html> (дата обращения: 24.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Консультант студента. — Текст : электронный.
3. Вержбицкий В. М. Численные методы: Линейная алгебра и нелинейные уравнения / Вержбицкий В. М.– М.: Высшая школа, 2001. –266 с. – Текст: непосредственный.
4. Вержбицкий В. М. Численные методы :Математический анализ и
5. обыкновенные дифференциальные уравнения / Вержбицкий В. М.– М.: Высшая школа, 2001. – 266 с. – Текст: непосредственный.
6. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики : учеб.пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. - 8-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2019. - 672с. – Текст: непосредственный.
7. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики : учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон. — 8-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 672 с. — ISBN 978-5-8114-0695-1. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2025> (дата обращения: 24.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Лань». — Текст : электронный
8. Исаков В. Н. Элементы численных методов [Текст] / Исаков В. Н. – М.: АCADEMIA, 2003. – 189 с.
9. Копченова Н.В., Марон И. А. Вычислительная математика в примерах и задачах. [Текст] / Копченова Н.В., Марон И. А. – М.: Наука, 1972.
10. Березин И. С, Жидков И.П. Методы вычислений [Текст] / Березин И. С., Жидков И.П. –М.: Наука, 1966.
11. Данилина Н.И., Дубровская Н.С., Кваша О.П., Смирнов Г. Л. [Текст] / Данилина Н.И., Дубровская Н.С., Кваша О.П., Смирнов Г. Л. – М.: Высшая школа, 1985.
12. Калиткин Н.П. Численные методы [Текст] / Калиткин Н.П. –М.: Наука, 1978.
13. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы Т.1,2. [Текст] / Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И.–М.: Наука, 1977.
14. Пулькин С. П., Никольская Л.Н., Дьячков А. С. Вычислительная математика [Текст] / Пулькин С. П., Никольская Л.Н., Дьячков А. С. –М.: Просвещение, 1980.

### 6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Вычислительная математика. Учебный курс.[Электронный ресурс] – НОУ ИНТУИТ Режим доступа: <http://www.intuit.ru/studies/courses/2317/617/info>
2. Введение в вычислительную математику. Учебный курс.[Электронный ресурс] – НОУ ИНТУИТ Режим доступа: <http://www.intuit.ru/studies/courses/1012/168/info>
3. Численные методы решения уравнений в частных производных. Учебный

## **7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.

2. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации об организации выполнения и защиты курсовой работы.

3. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лабораторных и практических занятий.

Для успешного освоения содержания рекомендуется:

- освоить фундаментальные понятия;
- овладеть элементарными приемами навигации по Интернет-пространству;
- получить практические навыки в постановке задач;
- регулярно прорабатывать изученный материал.

Специфика дисциплины ориентирует обучающегося на активную самостоятельную работу, в ходе которой необходимо приложить определенные усилия к освоению фундаментальных понятий дисциплины, отработке практических навыков работы на компьютере.

Текущий контроль следует осуществлять по направлениям: посещаемость занятий; выполнение текущих заданий. Самоконтроль студенты могут проводить по результатам решения задач, по результатам пробных попыток самостоятельной разработки несложных задач моделирования отдельных процессов. При этом крайне целесообразно вести краткий конспект, а также дополнять основной конспект сведениями, полученными и усвоенными в результате самостоятельной работы. Итоговый контроль проводится с помощью отчетов по выполненным заданиям, зачетам.

## **8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **Лицензионное программное обеспечение:**

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

### **Информационные справочные системы:**

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

## **Профессиональные базы данных**

fgosvo.ru

pravo.gov.ru

www.edu.ru

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.

- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;

- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;

- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: комплект учебной мебели, проектор, проекционная доска, персональные компьютеры с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.