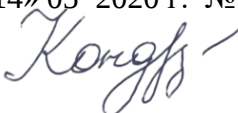


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bffa79172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской
области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
кафедра математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН на заседании кафедры
Протокол от «14» 05 2020 г. № 10
Зав. Кафедрой  /Кондратьева Г.В./

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине
Математический анализ

Направление подготовки
44.03.05 – педагогическое образование

Профиль
Профиль «Физика и информатика»

Мытищи
2020

Автор-составитель:

Матвеев Олег Александрович,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа и
геометрии

Парёнкина Виктория Игоревна
ассистент кафедры математического анализа и геометрии

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование профиль «Физика и информатика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.2018 г. № 125.

Дисциплина входит в обязательную часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2020

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ОПК–8 «Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний»	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК–8	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: характеристик у личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области; способы оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.	Текущий контроль: Проверка домашних заданий Контрольная работа Экзамен Зачет с оценкой	41-60

			Уметь: оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов.		
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: характеристик у личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области; способы оказания индивидуальной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.	Текущий контроль: Проверка домашних заданий Контрольная работа Экзамен Зачет с оценкой	61-100

			Уметь: оказывать адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся, в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей, в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов. Владеть: - способностью и опытом применения в предметной области различных способов оказания адресной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей.		
--	--	--	---	--	--

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные задания к текущему контролю, используемые в ходе устных опросов

1. Докажите, что
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n} = 1.$$
Опишите алгоритм решения задач данного типа.
2. Докажите, что
$$\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 1) = 5.$$
Сформулируйте определения понятий, используемых при решении данной задачи.
3. Докажите, что если $f(x) = c$, то
$$\lim_{x \rightarrow x_0} c = c.$$
4. Показать, что функция
$$f(x) = (x - 1)^2 \cdot \sin^3 \frac{1}{x-1}$$
при $x \rightarrow 1$ является бесконечно малой.
5. Вычислить
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x + 1}{4x^2 + 2x + 5}.$$
Составьте задачу аналогичную данной и решите ее.
6. Найдите
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}.$$
Составьте план решения задач данного типа.
7. Дана функция
$$f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}.$$
Найти точки разрыва, определить их тип. Сформулируйте определения понятий, которые были использованы в решении данной задачи
8. Исследовать функцию
$$y = \frac{x}{1-x^2}$$
и построить ее график. Составьте тезаурус по решению данной задачи.
10. Разложите многочлен $P(x) = -4x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ по степеням $x + 1$.
11. Представить дробь
$$\frac{3x-4}{x(x-2)(x+1)}$$
в виде суммы простейших дробей. Опишите алгоритм решения данной задачи.
12. Найти
$$\int \frac{3x+1}{x^2+2x+10} dx.$$
Составьте план решения задач данного типа.
13. Сформулируйте общее правило интегрирования рациональных дробей и найдите интеграл
$$\int \frac{x^5+2x^3+4x+4}{x^4+2x^3+2x^2} dx.$$
14. Опишите план нахождения интеграла
$$\int \frac{dx}{3+\sin x+\cos x}.$$
Решите задачу, опираясь на предложенный план решения.
15. Найти интеграл
$$\int \sin^4 x \cos^5 x dx.$$

Опишите основные приемы нахождения интегралов данного типа.

16. Сформулируйте физический смысл определенного интеграла. Вычислите

$$\int_0^{\pi} \sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}} dx.$$

17. Найти площадь фигуры, ограниченной осью Ox и графиком функции $y = x^2 - 2x$ при $x \in [0; 3]$. Сформулируйте алгоритм решения задачи данного типа.

18. Вычислить площадь фигуры, ограниченной эллипсом $x = acost$, $y = bsint$. Составьте алгоритм решения данной задачи.

19. Найти площадь фигуры, ограниченной «трехлепестковой розой» $r = acos3\varphi$. К данной задаче необходимо выполнить рисунок.

Примерные домашние задания

Домашнее задание № 1

Исследовать функции и построить их графики

- 1) $f(x) = \frac{x^2+6x+9}{x-5}$, сформулируйте определения понятий, которые использовались в ходе решения задачи.
- 2) $f(x) = e^x \sin x$, выделите основные понятия, которые использовались в процессе решения задачи.
- 3) $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$, опишите алгоритм решения задач данного типа.
- 4) $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$, составьте план решения задачи данного типа.

Найти приближенное значение функции

- а) $f(x) = \sqrt{4,02}$, опишите алгоритм решения задач данного типа.
- б) $f(x) = (2,02)^{20}$, сформулируйте определения понятий, которые использовались в ходе решения задачи.

Домашнее задание № 2

1. Используя логическую символику, записать отрицания следующих высказываний:

- а) последовательность ограничена;
- б) последовательность монотонно возрастает;
- в) число a есть предел последовательности;
- г) число a есть предельная точка последовательности.

2. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+11}{5n+46} = \frac{2}{5}.$$

Выделите основные свойства предела последовательности.

3. Найти $a = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ и определить номер $N = N(\varepsilon)$ такой, что $|x_n - a| < \varepsilon$ при всех $n > N$, если

а) $x_n = \frac{\sqrt{n^2+18}}{n}$, $\varepsilon = 0,0015$;

б) $x_n = \frac{10n^2+1}{14n^2-3}$, $\varepsilon = 0,005$.

Составьте алгоритм решения задач данного типа.

3. Вычислить пределы последовательностей и перечислить основные свойства

предела последовательности:

$$\text{а) } x_n = \frac{(n-1)!+3n!}{(n+1)(n-1)!-(n-1)!},$$

$$\text{б) } x_n = \frac{\sqrt[3]{8n^3-2}+5n^2}{\sqrt{4n^4+5}-\sqrt[5]{n^2+2}},$$

$$\text{в) } x_n = \frac{6^{n+1}-5^{n+2}}{2 \cdot 6^n - 7 \cdot 3^{n-2}},$$

$$\text{г) } x_n = \sqrt{2n^2 + 4n - 1} - \sqrt{2n^2 + 3n + 2}.$$

4. Вычислить пределы и опишите алгоритм нахождения предела функции для каждого из приведенных примеров:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+3}{x^3-37},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x},$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}\left[2\pi\left(x+\frac{1}{2}\right)\right]},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x}-1}{\sqrt[6]{x}-1},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{3}}.$$

Домашнее задание № 3

1. Используя логическую символику, записать на языке следующие утверждения:

- а) функция $f(x)$ с областью определения D_f непрерывна в точке $x_0 \in D_f$;
 - б) функция $f(x)$ не является непрерывной в точке $x_0 \in D_f$.
2. Доказать, что следующие функции непрерывны в каждой точке их естественной области определения:

- а) $f(x) = C, \quad C = \text{const};$
- б) $f(x) = \log_a x;$
- в) $f(x) = \sin x.$

Сформулируйте определение понятий, которые использовались в ходе решения задачи.

Домашнее задание № 4

Найти производную функций, указав метод решения:

$$\text{а) } y = \cos \frac{1}{x},$$

$$\text{б) } y = \sqrt[3]{\frac{ax+b}{cx+d}},$$

$$\text{в) } y = \operatorname{ctgx}^2 - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x,$$

г) $y = 2^{x^2} \operatorname{tg} x,$

д) $y = \frac{x}{\ln x},$

е) $y = 2 \arccos \frac{3}{x}.$

Домашнее задание № 5

1. Найдите интегралы и опишите алгоритмы их нахождения:

1) $\int e^{2x} dx, \int \sin(5x+4) dx, \int \frac{\operatorname{arctg} x dx}{1+x^2}$

2) $\int \frac{dx}{2x+3}, \int \frac{dx}{x^2+4x+5}, \int \frac{dx}{x^2-3x+2},$

3) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+3}}, \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}, \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-3x+2}},$

4) $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2-4x+5}}, \int e^{2x}(3x+1) dx, \int x \sin(5x+4) dx.$

Домашнее задание №6

Найти интегралы и выделите основные понятия, законы, теоремы по теме «Неопределенный интеграл»:

а) $\int \frac{2dx}{\sqrt{4-x^2}},$

б) $\int \frac{\sin x dx}{4-3 \cos x},$

в) $\int x e^x dx,$

г) $\int x \ln x dx,$

д) $\int \frac{x dx}{x^2-5x+4},$

е) $\frac{dx}{3-2 \sin x + \cos x}.$

Домашнее задание № 7

а) Выполните решение задачи, указав метод решения: найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \cos^2 x - \sin^2 x,$$

$$y = 0, \quad x = 0, \quad x = \pi/4;$$

б) Составьте алгоритм решения задачи: найти площадь фигуры, вырезаемой окружностью

$$\rho = \sqrt{3} \sin \phi \text{ из кардиоиды } \rho = 1 + \cos \phi;$$

в) Найти объем тела, образованного вращением эллипса

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

вокруг оси Ox . Приведите примеры практического применения данной задачи.

г) Вычислить длину дуги кривой $y = \ln \sin x$ от $x = \pi/2$ до $x = \pi/3$. Приведите примеры практического применения данной задачи.

д) Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги кривой $y^2 = 4x$ от $x = 0$ до $x = 3$. Составьте алгоритм решения данной задачи.

е) Найти координаты центра масс полуокружности $x^2 + y^2 = 1$, расположенной над осью Ox . Составьте план решения задачи.

Теоретические вопросы к экзамену

1. Что такое функция?
2. Что называется областью определения функции?
3. Что называется множеством значений функции?
4. Что такое график функции?
5. Какие способы задания функции вы знаете?
6. Какая функция называется обратимой?
7. Какие функции называются взаимно обратными?
8. Сформулируйте определения четной и нечетной функции.
9. Какие функции называются периодическими?
10. Как расположены графики взаимно обратных функций?
11. Какие геометрические особенности имеют области определения четных и нечетных функций?
12. Какие геометрические особенности имеют графики четных, нечетных и периодических функций?
13. Какая функция называется возрастающей? Когда она называется строго возрастающей?
14. Какая функция называется убывающей? Когда она называется строго убывающей?
15. Какие функции называются монотонными?
16. Какая функция называется ограниченной? Какая функция называется ограниченной сверху? Какая функция называется ограниченной снизу?
17. Какая функция называется неограниченной? Какая функция называется неограниченной сверху? Какая функция называется неограниченной снизу?
18. Что называется последовательностью?
19. Какие способы задания последовательностей вы знаете?
20. Какая последовательность называется возрастающей? Когда она называется строго возрастающей?
21. Какая последовательность называется убывающей? Когда она называется строго убывающей?
22. Какие последовательности называются немонотонными?
23. Какая последовательность называется ограниченной? Какая последовательность называется ограниченной сверху? Какая последовательность называется ограниченной снизу?
24. Какая последовательность называется неограниченной? Какая последовательность называется неограниченной сверху? Какая последовательность называется неограниченной снизу?
25. Что называется пределом последовательности?
26. В чем заключается геометрический смысл сходимости последовательности?
27. Сформулируйте необходимое условие существования предела последовательности.
28. Сколько пределов может иметь последовательность?

29. Какая последовательность называется бесконечно малой?
30. Какая последовательность называется бесконечно большой?
31. Сформулируйте теорему о пределах суммы и разности двух сходящихся последовательностей. произведения и частного двух сходящихся последовательностей.
32. Сформулируйте теорему о пределе монотонной последовательности (теорему Вейерштрасса).
33. Сформулируйте теорему о пределе промежуточной последовательности («о двух милиционерах» для последовательностей).
34. Запишите второй замечательный предел для последовательностей.
35. Что называется пределом функции при $x \rightarrow a$ (определение по Гейне)?
36. Что называется пределом функции при $x \rightarrow a$ (определение по Коши)?
37. Сколько пределов может иметь функция?
38. Сформулируйте теорему о пределах суммы и разности двух функций, произведения и частного двух функций.
39. Сформулируйте теорему о пределе промежуточной функции («о двух милиционерах» для функций).
40. Запишите первый замечательный предел для функций.
41. Запишите второй замечательный предел для функций.
42. Что называется правым (правосторонним) пределом функции в точке?
43. Что называется левым (левосторонним) пределом функции в точке?
44. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке (существование о равенство односторонних пределов функции в точке).
45. Что называется пределом функции при $x \rightarrow +\infty$, при $x \rightarrow -\infty$ и при $x \rightarrow \infty$ (определение по Гейне и определение по Коши)?
46. Что называется бесконечным пределом функции при $x \rightarrow a$ (определение по Гейне и определение по Коши)?
47. Какая функция называется бесконечно большой при $x \rightarrow a$?
48. Какая функция называется бесконечно малой при $x \rightarrow a$?
49. Сформулируйте теорему о связи бесконечно больших и бесконечно малых функций при $x \rightarrow a$.
50. Какая функция называется непрерывной?
51. Какая точка называется точкой непрерывности функции?
52. Какая точка называется точкой разрыва функции?
53. Какая точка разрыва называется точкой устранимого разрыва?
54. Какая точка разрыва называется точкой разрыва 1 рода?
55. Какая точка разрыва называется точкой разрыва 2 рода?
56. Сформулируйте теорему о непрерывности суммы и разности двух непрерывных функций, произведения и частного двух непрерывных функций.
57. Сформулируйте определение односторонней непрерывности функции в точке (слева и справа).
58. Сформулируйте определение непрерывности функции на отрезке.
59. Сформулируйте теорему о нуле непрерывной функции, принимающей на концах отрезка значения разных знаков.
60. В чем заключается метод интервалов для непрерывных функций.
61. Какая прямая называется вертикальной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
62. Какая прямая называется горизонтальной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
63. Какая прямая называется наклонной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
64. Что называется производной функции в точке?
65. Какая функция называется дифференцируемой?

66. Какие прямые называются касательной и секущей к графику функции в точке?
67. В чем заключается геометрический смысл производной функции в точке?
68. Чему равна производная постоянной?
69. Чему равна производная переменной?
70. Сформулируйте необходимые условия дифференцируемости функции.
71. Приведите примеры функций, которые не имеют производной в некоторой точке.
72. Сформулируйте теорему о производной суммы и разности двух функций.
73. Сформулируйте теорему о производной произведения двух функций.
74. Сформулируйте теорему о производной частного двух функций.
75. Какую функцию называют сложной?
76. Приведите примеры сложных функций.
77. Сформулируйте теорему о производной сложной функции.
78. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
79. Напишите формулы для производных всех элементарных функций и обратных к ним (по выбору преподавателя).
80. Что называется второй производной функции (производной второго порядка)?
81. Что называется n -ой производной функции (производной n -го порядка)?
82. Что называется дифференциалом функции?
83. В чем заключается геометрический смысл дифференциала функции в точке?
84. Сформулируйте необходимые условия монотонности и строгой монотонности дифференцируемой функции на интервале.
85. Сформулируйте достаточные условия монотонности и строгой монотонности дифференцируемой функции на интервале.
86. Какие точки называются критическими точками функции?
87. Какие точки называются стационарными точками функции?
88. Запишите план нахождения промежутков строгой монотонности функции.
89. Какие точки называются точками экстремума функции?
90. Что называют экстремумами функции?
91. Сформулируйте достаточные условия существования точки экстремума функции (три достаточных условия).
92. Запишите два плана нахождения точек экстремума функции.
93. Дайте определение выпуклости вверх и вниз графика функции на интервале.
94. Сформулируйте достаточное условие выпуклости дважды дифференцируемой функции на интервале.
95. Запишите план нахождения интервалов выпуклости функции.
96. Какие точки называются точками перегиба?
97. Сформулируйте необходимые условия существования точки перегиба.
98. Сформулируйте достаточные условия существования точки перегиба.
99. Запишите план нахождения точек перегиба функции.
100. Раскрытие неопределенностей с помощью производных (правило Лопиталя).
101. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
102. Формулы Тейлора основных элементарных функций.
103. Что называется первообразной функции?
104. Как задается множество всех первообразных функции, если известна одна из ее первообразных?
105. Что называется неопределенным интегралом функции?
106. Какие свойства неопределенного интеграла Вы знаете?
107. Выпишите основные табличные интегралы.
108. В чем заключается метод замены переменной в неопределенном интеграле? Для интеграла $\int f(x)dx$ объяснить введение новой переменной способом $x = x(t)$ и $t = t(x)$.
109. Как использовать табличные интегралы вида $\int f(x)dx = F(x) + C$ для вычисления

интегралов вида $\int f(u)du$?

110. В чем заключается метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле?

111. Что называется криволинейной трапецией?

112. Как вычислить площадь криволинейной трапеции для неотрицательной непрерывной функции?

113. Пример вычисления предела интегральных сумм в задачах физики (например при введении понятия работы силы)

114. Приведите определение определенного интеграла функции как предела интегральных сумм.

115. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла для непрерывной неотрицательной функции?

116. Необходимое условие интегрируемости функции на отрезке. Функция Дирихле.

117. Какие классы функций, интегрируемых по Риману, Вы знаете?

118. Какие свойства определенного интеграла Вы знаете? (интеграл от постоянной, линейность интеграла, интегрирование неравенств, аддитивность интеграла, интеграл от ограниченной непрерывной функции и другие).

119. В чем заключается теорема о среднем для определенного интеграла?

120. Что называется определенным интегралом с переменным верхним пределом?

121. Теорема о существовании первообразной для любой непрерывной функции (как определенного интеграла с переменным верхним пределом).

122. Формула Ньютона-Лейбница.

123. В чем заключается метод замены переменной в определенном интеграле? Для

интеграла $\int_a^b f(x)dx$ объяснить введение новой переменной способом $x = x(t)$ и $t = t(x)$.

124. В чем заключается метод интегрирования по частям в определенном интеграле? Приложения определенного интеграла в геометрических задачах.

125. Понятие квадратуемой фигуры и ее свойства. Вычисление площадей плоских фигур.

126. Понятие кубируемости тел и вычисление объемов. Объем тела вращения.

127. Понятие спрямляемой кривой. Длина кривой. Длина дуги как параметр.

Дифференциал дуги.

128. Площадь поверхности вращения.

129. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

130. Что называется n -мерным евклидовым пространством? Ограниченные и замкнутые множества. Понятие области и границы области.

131. Что называется числовой функцией нескольких переменных? Понятие области определения функции нескольких переменных. График числовой функции двух переменных.

132. Понятие предела и непрерывности числовых функций нескольких переменных в точке.

133. Что называется частными производными функции нескольких переменных.

Геометрический смысл частных производных.

134. Какие функции нескольких переменных называются дифференцируемыми в точке?

Что называется дифференциалом функции нескольких переменных? Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке.

135. Как найти производную сложной функции, дифференциал сложной функции, если ее переменные являются функциями от одной или от двух переменных.

136. Что называется локальным экстремумом функции двух переменных? В чем заключается необходимое условие экстремума?

137. Формула Тейлора для функции двух переменных. В чем заключаются достаточные условия экстремума функции двух переменных? Правило исследования дифференцируемых функций двух переменных на экстремум.

Кратные интегралы

138. Определение двойного интеграла от функции, заданной в прямоугольной области. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.

139. Двойной интеграл в случае произвольной области. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу в случае произвольной области.

140. Замена переменных в двойном интеграле.

141. Определение тройного интеграла от функции, заданной на прямоугольном параллелепипеде. Сведение тройного интеграла к повторному интегралу.

142. Тройной интеграл в случае произвольной области. Сведение тройного интеграла к повторному интегралу в случае произвольной области.

143. Приложение двойных и тройных интегралов к задачам геометрии.

144. Приложение двойных и тройных интегралов к задачам физики.

Поверхности

145. Поверхности, способы их задания, координатные линии на поверхности, касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной параметрически, неявно и графиком функции.

146. Числовой ряд и его сумма.

147. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.

148. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов.

149. Признаки сравнения рядов.

150. Признак Даламбера.

151. Радикальный признак Коши.

152. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд.

153. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница.

154. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.

155. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

156. Функциональные ряды

157. Сходимость степенных рядов. Теорема Абеля

158. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.

159. Свойства степенных рядов.

160. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.

161. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора (Маклорена).

162. Приближенное вычисление значений функции.

163. Приближенное вычисление определенных интегралов.

164. Признак Коши сходимости знакоположительного числового ряда.

165. Функциональная последовательность. Сходимость функциональной последовательности в точке, на множестве.

166. Функциональный ряд. Область сходимости. Понятие степенного ряда и его радиуса сходимости. Сходимость ряда Тейлора.

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{9 + x^2} - 3)}{x^2}$$

2. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{5x^3 - x^2 - 1}}{\sqrt[7]{2x^2 - 4}}$$

3. Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow 2} \log_3 \frac{x-2}{\sqrt{2x-1}-\sqrt{3}}.$$

4. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$$

5. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 1} \right)$$

6. Найти предел

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{n^2 + 4n}}{\sqrt[3]{8n^3 - 3n^2}}$$

7. Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 5^{\frac{4-x}{5+3x}}.$$

8. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[4]{x}}{1 - \sqrt{x}}$$

9. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{x^2 + 1} - x \right)$$

10. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{3x^3 - 1}}{\sqrt{5x^5 - 2x + 2}}$$

Вариант 2.

1. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 + 3x} - 1}$$

2. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + (1 + x)^2}{-2x^2 + 1}$$

3. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 7x - 13} - x \right)$$

4. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{x^2 - x - 12}$$

5. Вычислите

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+4)! - (n+2)!}{(n+3)!}$$

6. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + (x+1)^2}}{\sqrt[3]{1-2x^2}}$$

7. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - 3} - 5x)$$

8. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 2x - 8}$$

9. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x^2} - 2}{x^2}$$

10. Вычислите

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n!)}{n^2}$$

Контрольная работа № 2

Вариант 1.

Исследовать функцию $y = f(x)$ и построить ее график, если

а) $y = \frac{(x-5)^3}{x^2-10x+9}$, сформулируйте определения понятий, которые использовались в ходе решения задачи.

б) $y = \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x+1}$, выделите основные понятия, которые использовались в процессе решения задачи.

Найти приближенное значение функции

$$f(x) = \sqrt{9 - a \cdot 0,01}, \text{ составьте задание по аналогии с приведенным и решите его.}$$

Вариант 2.

Исследовать функцию и построить ее график, если

а) $y = x^3 e^{1/2x}$, сформулируйте определения понятий, которые использовались в ходе решения задачи.

б) $y = \arcsin \frac{1+x^2}{1-x^2}$, составьте план решения задачи.

Найти приближенное значение функции

$$f(x) = (1+b \cdot 0,01)^{10}, \text{ выделите основные понятия в решении данной задачи.}$$

Контрольная работа № 3

Вариант 1.

1. Найти интеграл от

а) рациональной функции $\int \frac{dx}{x^2 + 2ax + b}$. Сформулируйте алгоритм решения задач данного типа.

б) иррациональной функции, $\int (ax^3 + \frac{b}{x^2} - a\sqrt{x} - \frac{b}{\sqrt[3]{x}})dx$. Сформулируйте алгоритм решения задач данного типа.

в) трансцендентной функции, например, $\int e^{ax^2+b} x dx$. Сформулируйте алгоритм решения задач данного типа

2. Вычислите определенный интеграл

$$\int_1^2 (ax + b) dx,$$

сформулируйте основные свойства определенного интеграла.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции из №1 а) и прямыми $x = 0, x = 1, y = 0$. Составьте план решения задачи данного типа.

Вариант 2.

1. Найти интеграл от

1) рациональной функции $\int \frac{dx}{(x-a)(x-b)}$. Сформулируйте алгоритм решения задач данного типа.

2) иррациональной функции $\int (ax^2 + \frac{b}{x^3} - a\sqrt{x} - \frac{b}{\sqrt[3]{x}})dx$. Сформулируйте алгоритм решения задач данного типа.

3) трансцендентной функции $\int x^2 \cos(ax + b)dx$. Сформулируйте алгоритм решения задач данного типа

2. Вычислите определенный интеграл

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos ax \, dx. \text{ Составьте задание по аналогии с приведенным и решите его.}$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции из № 1 а) и прямыми $x = 0, x = 1, y = 0$. Составьте план решения задачи данного типа.

Контрольная работа № 4.

Вариант 1.

1. Найдите производную скалярного поля $u = \sqrt{(x - x_0)^2 + y^2 + z^2}$ в точке А (0, 0, 0) по направлению оси Ох. Составьте план решения данной задачи.

2. Дайте определение градиента скалярного поля. Как связана производная по направлению с градиентом скалярного поля в данной точке?

3. Выписать полный дифференциал функции из номера 1. Сформулируйте определение полного дифференциала функции.

4. Составьте уравнение касательной плоскости и вычислить направляющие косинусы

нормали к поверхности $x = u$, $y = v$, $z = u^3 + v^2$ в точке $M_0(1, 1, 2)$. Сформулируйте определения понятий, приведенных в тексте данного задания.

Вариант 2.

1. Найдите производную скалярного поля $u = \sqrt{(x - x_0)^2 + y^2 + z^2}$ в точке $A(0, 0, 0)$ по направлению оси Oy . Составьте план решения данной задачи.
2. Опишите алгоритм и проведите исследование на экстремум функции из номера 1.
3. Выписать полный дифференциал функции из номера 1. Сформулируйте определение полного дифференциала функции.
4. Составьте уравнение касательной плоскости и вычислить направляющие косинусы нормали к поверхности $x = u$, $y = v$, $z = v^3 + u^2$ в точке $M_0(2, 1, 0)$. Сформулируйте определения понятий, приведенных в тексте данного задания.

9. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценивание степени освоения обучающимися дисциплины осуществляется на основе «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки успеваемости студентов МГОУ».

Шкала соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам

Таблица 3

Оценка по 5-балльной системе		Оценка по 100-балльной системе
5	Отлично	81 – 100
4	Хорошо	61 – 80
3	Удовлетворительно	41 – 60
2	Неудовлетворительно	21 – 40
1	Необходимо повторное изучение	0 – 20

В зачетно-экзаменационную ведомость и зачетную книжку выставляются оценки по пятибалльной шкале и рейтинговые оценки в баллах.

При получении студентом на зачёте неудовлетворительной оценки в ведомость выставляется рейтинговая оценка в баллах (<40 баллов), соответствующая фактическим знаниям (ответу) студента.

Общее количество баллов по дисциплине – 100 баллов.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать в течение семестра за посещаемость, выполнение практических – 20 баллов.

За написание конспектов обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

За выполнение домашних заданий обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

За выполнение контрольной работы максимально 20 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 40 баллов.

Критерии и шкала оценивания домашней работы

Таблица 4

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	0,2

Представлено решение задач несколькими способами (если это возможно)	0,2
Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом	0,2
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы	0,3
Выполнены все задания	0,2

По результатам оценивания обучающийся может получить за одну домашнюю работу:
Пороговый уровень – 0,6 балла;
Продвинутый уровень – 1- 1,1 балла.

Критерии и шкала оценивания конспекта

Таблица 5

Критерий	Баллы
Текст конспекта логически выстроен и точно изложен, ясен весь ход рассуждения	2
Даны ответы на научным языком, с применением терминологии	2
Ответ на каждый вопрос заканчивается выводом, сокращения слов в тексте отсутствуют (или использованы общепринятые)	2
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы	2
Все темы изложены полностью	2

По результатам оценивания обучающийся может получить:
Пороговый уровень – 6 баллов;
Продвинутый уровень – 9-10 баллов.

Шкала оценивания контрольной работы

Таблица 6

Показатель	баллы
Выполнено до 19% заданий	0-2
Выполнено до 40% заданий	3-9
Выполнено 41-60% заданий	10-14
Выполнено 61-80% заданий	15-18
Выполнено более 81% заданий	19-20

Критерии и шкала оценивания работы студентов в процессе устных опросов, которые проводятся на каждом занятии и за каждое участие в устном опросе учащийся может получить до 0,5 баллов

Таблица 7

Шкала	Показатели степени обученности
0,1 балл	Присутствовал на занятии, слушал, смотрел, записывал под диктовку, переписывал с доски и т.п..
0,2 балла	Пытался участвовать в устном опросе, но демонстрирует механическое запоминание. Затрудняется что-либо объяснить.
0,3 балла	Объясняет отдельные положения усвоенной теории, иногда выполняет такие мыслительные операции, как анализ и синтез. Отвечает на большинство вопросов по содержанию теории, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.

0,4 балла	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях.
0,5 балла	Демонстрирует полное понимание сути изложенной теории и свободно применяет ее на практике. Выполняет почти все практические задания, иногда допуская незначительные ошибки, которые сам и исправляет. Легко выполняет практические задания на уровне переноса, свободно оперируя усвоенной теорией в практической деятельности Оригинально, нестандартно применяет полученные знания на практике, формируя самостоятельно новые умения на базе полученных ранее знаний и сформированных умений и навыков

Структура оценивания экзамена

Таблица 8

Уровни оценивания	Критерии оценивания	Баллы
<i>Отлично</i>	Ставится, если студент обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание программного материала по дисциплине; обстоятельно анализирует структурную взаимосвязь рассматриваемых тем и разделов дисциплины; усвоил основную и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой, а также усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии; проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебного материала.	31-40
<i>Хорошо</i>	Ставится, если студент обнаруживает систематическое и глубокое знание программного материала по дисциплине; анализирует взаимосвязи рассматриваемых тем и разделов дисциплины; усвоил основную и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой, а также усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии; Однако он допускает незначительные ошибки и погрешности в изложении материала.	21-30
<i>Удовлетворительно</i>	Ставится, если студент обнаруживает основное знание программного материала по дисциплине; делает попытки анализировать структурную	11-20

Уровни оценивания	Критерии оценивания	Баллы
	взаимосвязь рассматриваемых тем и разделов дисциплины; усвоил основную литературу, рекомендованную программой. Допускает ошибки в решении задач и изложении материала, но может их исправлять.	
<i>Неудовлетворительно</i>	Ставится, если студент обнаруживает отрывочные, несистемные знания, слабо развитые навыки решения задач по курсу. Допускает ряд грубых ошибок. Затрудняется в их поиске и не может их самостоятельно устранить даже после указания преподавателя.	0-10

Итоговая оценка за работу в семестре суммируется из баллов , набранных в семестре, и баллов, полученных на экзамене. Таким образом, имеем 0-40 баллов – неудовлетворительно, 41-60- удовлетворительно, 61-80- хорошо, 81-100 – отлично.