

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bff09133803145b715569f68e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,
математического анализа и геометрии

Протокол от « 9 » *феврале* 20*23* г., № 6

Зав. кафедрой *Каш* /Кондратьева Г. В./

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)
Векторный и тензорный анализ

Направление подготовки (специальности) 03.03.02 Физика
Профиль (программа подготовки, специализация) Фундаментальная физика

Мытищи
2023

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы¹

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
<i>ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.</i>	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания²

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этапы формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: теорию векторного и тензорного анализа; Уметь: решать задачи с применением теории векторного и тензорного анализа.	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа	Шкала оценивания домашнего задания. Шкала оценивания устного опроса. Шкала оценивания контрольной работы
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: теорию векторного и тензорного анализа; Уметь: решать задачи с применением теории векторного и тензорного анализа; Владеть: основными методами решения задач с применением теории векторного и тензорного анализа.	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа практическая	Шкала оценивания домашнего задания. Шкала оценивания

¹ Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

² Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

				подго- товка	устного опроса. Шкала оцениван ия контроль ной работы Шкала оцени- вания практиче- ской подготов- ки
--	--	--	--	-----------------	--

Описание шкал оценивания

Шкала оценивания практической подготовки

Критерии оценивания	Баллы
высокая активность на практической подготовке	5
средняя активность на практической подготовке	2
низкая активность на практической подготовке	0

Шкала оценивания домашнего задания.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% домашнего задания по данной теме	0
Студент правильно выполнил 6 – 20% домашнего задания по данной теме	2
Студент правильно выполнил 21 – 40% домашнего задания по данной теме	4
Студент правильно выполнил 41 – 60% домашнего задания по данной теме	6
Студент правильно выполнил 61 – 80% домашнего задания по данной теме	8
Студент правильно выполнил 81 – 100% домашнего задания по данной теме	10

Шкала оценивания устного опроса.

Критерий оценивания	Баллы
Студент ответил на вопрос и показал полное и уверенное знание темы	10
Студент ответил на вопрос, однако в ответе присутствуют несущественные ошибки, недостатки и недочёты	8
Студент в целом ответил на вопрос, но в ответе имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	6
Студент не ответил на вопрос, но имеются более двух правильных идей или подходов к правильному ответу	4
Студент не ответил на вопрос, но имеются только одна-две идеи или подходы к правильному ответу	2
Студент не ответил на вопрос и показал полное незнание темы задания	0

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% всех заданий	0
Студент правильно выполнил 6 – 10% всех заданий	1
Студент правильно выполнил 11 – 20% всех заданий	2
Студент правильно выполнил 21 – 30% всех заданий	3
Студент правильно выполнил 31 – 40% всех заданий	4
Студент правильно выполнил 41 – 50% всех заданий	5
Студент правильно выполнил 51 – 60% всех заданий	6
Студент правильно выполнил 61 – 70% всех заданий	7
Студент правильно выполнил 71 – 80% всех заданий	8
Студент правильно выполнил 81 – 90% всех заданий	9
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех заданий	10

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль

ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.

Знать: теорию векторного и тензорного анализа

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на пороговом уровне³

Задания для практической подготовки.

1. Правые прямоугольные системы координат, ортонормированный базис. Скалярное и векторное произведения. Преобразования базиса и координат точки относительно правых прямоугольных систем координат, матрица перехода. Ортогональность и унимодулярность матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат. Символ Кронекера и символ Леви – Чивиты. Структура матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат. Углы Эйлера.
2. Скалярные, векторные и тензорные поля относительно правых прямоугольных систем координат. Сложение, умножение на число, перестановка индексов,

³ Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

симметризация и антисимметризация, умножение, свертка и дифференцирование тензоров относительно правых прямоугольных систем координат. Симметричные тензоры второго ранга, приведение к диагональному виду. Истинные тензорные и псевдотензорные поля относительно прямоугольных систем координат.

3. Основные инвариантные дифференциальные операции первого порядка скалярных и векторных полей относительно правых прямоугольных систем координат. Градиент скалярного поля, дивергенция векторного поля и ротор векторного поля. Их основные свойства.
4. Оператор Лапласа скалярного и векторного полей. Основные свойства дифференциальных операций второго порядка. Оператор набла. Выражения градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа скалярного и векторного полей через оператор набла. Векторные комбинации с оператором набла на скалярное и векторное поля. Градиент, дивергенция и ротор скалярного и векторного произведений векторных полей.
5. Производная скалярного поля по направлению. Векторные линии векторного поля. Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля через поверхность. Формула Остроградского – Гаусса через дивергенцию векторного поля. Формула Стокса через ротор векторного поля. Интегральное представление градиента скалярного поля, дивергенции и ротора векторного поля.
6. Потенциальное поле, скалярный потенциал. Соленоидальное поле, векторный потенциал. Гармоническое поле.
7. Понятие криволинейных систем координат. Правый ортонормированный базис в криволинейных координатах. Коэффициенты Ламэ. Цилиндрическая и сферическая системы координат. Формулы для градиента скалярного поля, дивергенции и ротора векторного поля и оператора Лапласа скалярного и векторного полей в криволинейных координатах с коэффициентами Ламэ.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на продвинутом уровне

Примерные вопросы устного опроса.

1. Базис в пространстве и на плоскости, разложение вектора по базису.
2. Ортонормированный базис. Правый базис. Преобразование координат при переходе от одного базиса к другому.
3. Скалярное произведение векторов и его свойства. Формула для его вычисления.
4. Векторное произведение векторов и его свойства. Формула для его вычисления
5. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Формула для его вычисления.

6. Двойное векторное произведение трех векторов и формула его вычисления.
7. Понятие векторной функции от скалярного и векторного аргумента.
8. Символ Кронекера. Символ Леви – Чивиты и его свойства.
9. Тензоры относительно правой прямоугольной системы координат. Примеры тензоров.
10. Линейные свойства тензоров. Дифференцирование тензоров.
11. Симметричные тензоры второго ранга. Их приведение к диагональной форме.
12. Произведение тензоров, свертка тензоров.
13. Скалярные поля. Градиент скалярного поля и его свойства.
14. Векторные поля. Дивергенция векторного поля и его свойства.
15. Векторные поля. Ротор векторного поля и его свойства.
16. Оператор Лапласа скалярного и векторного полей. Их выражения через градиент, ротор и дивергенцию скалярного и векторного полей.
17. Оператор набла, векторные операции с оператором набла.
18. Векторное поле. Векторные линии и их уравнения.
19. Циркуляция векторного поля вдоль замкнутого контура. Поток векторного поля через поверхность.
20. Формула Остроградского – Гаусса и формула Стокса.
21. Интегральное представление дивергенции векторного поля.
22. Интегральное представление градиента скалярного поля.
23. Интегральное представление ротора векторного поля.
24. Потенциальное поле. Скалярный потенциал и его нахождение.
25. Соленоидальное поле. Векторный потенциал. Примеры соленоидальных полей.
26. Криволинейные координаты. Сферические и цилиндрические координаты, коэффициенты Ламэ.

Уметь: решать задачи с применением теории векторного и тензорного анализа

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на пороговом уровне⁴

Пример домашнего задания.

1. Найти $\text{grad}([a, r]^2)$, где $a = \text{const}$.
2. Найти угол между градиентами скалярных полей $u = \frac{z}{x^3 y^2}$ и $v = \frac{3}{x} + \frac{4}{y} - \frac{1}{z\sqrt{6}}$ в точке $M(1, 2, 1/\sqrt{6})$.
3. Найти $\text{rot}((a r)[b, r])$, где $a = \text{const}$, $b = \text{const}$.

⁴ Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

4. Найти $\operatorname{div}(r^4 \mathbf{a})$, где $r = |\mathbf{r}|$, $\mathbf{a} = \mathbf{const}$.

5. Найти $\Delta(r^2 \mathbf{r})$, где $r = |\mathbf{r}|$.

6. Упростить выражение $\sum_{i,j,k=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \{x_j a_j x_k b_k\}$, если a_j и b_k – постоянные величины.

7. Упростить выражение $\sum_{i,j,k,l=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \{\varepsilon_{jkl} x_i a_j b_k x_l\}$, если a_j и b_k – постоянные величины.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на продвинутом уровне

Пример домашнего задания.

1. Найти векторные линии векторного поля $\mathbf{a} = 4y\mathbf{i} - 9x\mathbf{j}$.

2. Найти поток векторного поля $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} - z\mathbf{k}$ через часть сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, расположенную в 1-ом октанте ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$), если нормаль к плоскости образует острый угол с осью OZ .

3. Найти поток векторного поля $\mathbf{a} = (e^z + 2x)\mathbf{i} + e^x\mathbf{j} + e^y\mathbf{k}$ через замкнутую поверхность σ , являющуюся границей трехмерной фигуры $H = \{x + y + z \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$, если нормаль к поверхности внешняя.

4. Найти циркуляцию векторного поля $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + z^2\mathbf{j} + y\mathbf{k}$ вдоль контура $\Gamma = \{x = \cos t, y = 2\sin t, z = 2\cos t - 2\sin t - 1\}$ в направлении возрастания параметра t .

5. Найти скалярный потенциал векторного поля $\mathbf{a} = (6xy - 2x)\mathbf{i} + (3x^2 - 2z)\mathbf{j} + (1 - 2y)\mathbf{k}$.

6. Найти векторный потенциал векторного поля $\mathbf{a} = [c, \mathbf{r}]r^2$, где $r = |\mathbf{r}|$, $c = \mathbf{const}$.

7. Найти $\operatorname{grad}(r^2 e_\theta)$ в сферической системе координат.

Владеть: основными методами решения задач с применением теории векторного и тензорного анализа

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на продвинутом уровне

Примерные задания контрольной работы.

1. Найти поток векторного поля $\mathbf{a} = x^2\mathbf{k}$ через поверхность $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, если $x \geq 0, y \geq 0, z \leq 3$, и нормаль к поверхности образует острый угол с осью OZ .

2. Найти циркуляцию векторного поля $\mathbf{a} = y\mathbf{i} + z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$ вдоль окружности, полученной пересечением сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ с плоскостью $x + y + z = 1$. Обход

контура осуществляется против часовой стрелки, если смотреть из точки $M(1,1,0)$.

3. Упростить выражение $\sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \{x_j a_i b_j\}$, если a_i и b_j – постоянные величины.
4. Найти скалярный потенциал векторного поля $\mathbf{a} = (6xy - 2x)\mathbf{i} + (3x^2 - 2z)\mathbf{j} + (1 - 2y)\mathbf{k}$.
5. Найти ротор векторного поля $\mathbf{a} = \frac{y}{x^2}\mathbf{j} - \frac{1}{x}\mathbf{k}$.
6. Найти дивергенцию векторного поля $\mathbf{a} = (x^2 + y^2)\mathbf{i} + (z^2 - x^2)\mathbf{j} + (yx - z^2)\mathbf{k}$.
7. Найти оператор Лапласа векторного поля $\mathbf{a} = r^2[\mathbf{c}, \mathbf{r}]$, где $r = |\mathbf{r}|$, $\mathbf{c} = \text{const}$.
8. Найти векторные линии векторного поля $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} - 3y\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$.
9. Найти скалярный потенциал векторного поля $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{r}}{r} \sin^2 r$, где $r = |\mathbf{r}|$.
10. Найти ротор векторного поля $\mathbf{a} = (x^2 + y^2)\mathbf{i} + (z^2 - x^2)\mathbf{j} + (yx - z^2)\mathbf{k}$.
11. Найти дивергенцию векторного поля $\mathbf{a} = (yx - z^2)\mathbf{i} + (z^2 - y^2)\mathbf{j} + (x + y)\mathbf{k}$.
12. Найти оператор Лапласа векторного поля $\mathbf{a} = x^4\mathbf{i} + y^4\mathbf{j} + z^4\mathbf{k}$.
13. Найти ротор векторного поля $\mathbf{a} = r^2 \mathbf{e}_\varphi$ в сферической системе координат.
14. Найти дивергенцию векторного поля $\mathbf{a} = r \cos \varphi \mathbf{e}_r$ в цилиндрической системе координат.

Промежуточная аттестация

ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.

Знать: теорию векторного и тензорного анализа

Уметь: решать задачи с применением теории векторного и тензорного анализа

Владеть: основными методами решения задач с применением теории векторного и тензорного анализа

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2

Примерные вопросы к экзамену.

1. Правые прямоугольные системы координат, ортонормированный базис. Скалярное и векторное произведения.
2. Преобразования базиса и координат точки относительно правых прямоугольных

систем координат, матрица перехода.

3. Ортогональность и унимодулярность матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат.
4. Символ Кронекера. Символ Леви – Чивиты и его основные свойства.
5. Структура матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат. Углы Эйлера.
6. Скалярные, векторные и тензорные поля (тензоры) относительно правых прямоугольных систем координат. Примеры тензорных полей.
7. Сложение, умножение на число, перестановка индексов, симметризация и антисимметризация, умножение, свертка и дифференцирование тензоров относительно правых прямоугольных систем координат.
8. Симметричные тензоры второго ранга относительно правых прямоугольных систем координат. Их приведение к диагональному виду.
9. Истинные тензорные и псевдотензорные поля относительно прямоугольных систем координат.
10. Основные инвариантные дифференциальные операции первого порядка скалярных и векторных полей относительно правых прямоугольных систем координат.
11. Градиент скалярного поля и его основные свойства.
12. Дивергенция векторного поля и ее основные свойства.
13. Ротор векторного поля. Его основные свойства.
14. Оператор Лапласа скалярного и векторного полей. Основные свойства дифференциальных операций второго порядка.
15. Оператор набла. Выражения градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа скалярного и векторного полей через оператор набла.
16. Векторные комбинации с оператором набла на скалярное и векторное поля.
17. Градиент скалярного произведения векторных полей, его вывод.
18. Дивергенция векторного произведения векторных полей, ее вывод.
19. Ротор векторного произведения векторных полей, ее вывод.
20. Производная скалярного поля по направлению. Векторные линии векторного поля. Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля через поверхность
21. Формула Остроградского – Гаусса через дивергенцию векторного поля.
22. Формула Стокса через ротор векторного поля.
23. Интегральное представление градиента скалярного поля
24. Интегральное представление дивергенции векторного поля.
25. Интегральное представление ротора векторного поля.
26. Потенциальное поле. Скалярный потенциал и его нахождение.
27. Соленоидальное поле, векторный потенциал. Примеры соленоидальных полей. Гармоническое поле.
28. Понятие криволинейных систем координат. Правый ортонормированный базис в криволинейных координатах. Коэффициенты Ламэ.
29. Цилиндрическая и сферическая криволинейные системы координат, их

коэффициенты Ламэ.

30. Формулы для градиента скалярного поля и дивергенции векторного поля в криволинейных координатах.
31. Формула для ротора векторного поля и оператора Лапласа скалярного поля в криволинейных координатах.
32. Формула для оператора Лапласа векторного поля в криволинейных координатах.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций⁵

В рамках освоения дисциплины предусмотрены: выполнение домашнего задания, устный опрос, выполнение контрольной работы, практическая подготовка.

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За выполнение домашних заданий обучающийся может набрать максимально 20 баллов

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 10 баллов. За выполнение контрольной работы обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За выполнение практической подготовки обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания экзамена.

Количество баллов	Критерии оценивания
25 – 30	имеет место полное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий
19 – 24	имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает

⁵ Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

	основные задачи и примеры из приведенных заданий
13 – 18	имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики
0 – 12	имеет место неуспевание основных теорем и формул курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины.

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Отлично
61 – 80	Хорошо
41 – 60	Удовлетворительно
0 – 40	Неудовлетворительно