

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bff679172803da5b7b5586cf0a2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)
Экономический факультет
Кафедра прикладной математики и информатики

Согласовано управлением организации и
контроля качества образовательной
деятельности
« 22 » июня 2021 г.
Начальник управления _____
/Г.Е. Суслин/

Одобрено учебно-методическим советом

Протокол « 22 » июня 2021 г. № 5

Председатель _____
/О.А. Нестякова/



Рабочая программа дисциплины
Линейная алгебра

Направление подготовки
38.03.01 Экономика

Профиль:
Финансы и кредит

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Согласовано с учебно-методической
комиссией экономического факультета
Протокол « 17 » июня 2021 г. № 11

Председатель УМКом _____
/Н.М. Антипина/

Рекомендовано кафедрой прикладной
математики и информатики
Протокол « 10 » июня 2021 г. № 11

Зав. кафедрой _____
/Н.М. Антипина/

Мытищи
2021

Автор-составитель:
Антипина Н.М., кандидат педагогических наук,
доцент кафедры «Прикладная математика и информатика»

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению 38.03.01 Экономика, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ № 954 от 12.08.2020

Дисциплина входит в обязательную часть и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2021

СОДЕРЖАНИЕ

1	Планируемые результаты обучения	4
2	Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
3	Объем и содержание дисциплины	5
4	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся	6
5	Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	7
6	Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины	23
7	Методические указания по освоению дисциплины	24
8	Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине	24
9	Материально-техническое обеспечение дисциплины	24

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины – овладение основами линейной алгебры, приобретение навыков использования ее универсального понятийного аппарата и широкого арсенала технических приемов при дальнейшем изучении профильных дисциплин, построении математических моделей различных экономических закономерностей и процессов, описании динамики социально–экономических систем и прогнозировании развития экономики.

Задачи дисциплины:

1. освоение математического инструментария и подготовка к изучению дальнейших математических и экономических дисциплин;
2. приобретение навыков решения стандартных задач линейной алгебры;
3. подготовка к изучению методов построения математических моделей экономических систем

1.2. Планируемые результаты обучения

ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Данная дисциплина относится к обязательной части ОПВО и взаимосвязана с такими дисциплинами как: математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика, основы экономико-математического моделирования, эконометрика.

Изучение курса необходимо для дальнейшего успешного освоения таких дисциплин как: линейная алгебра, теория вероятностей и математическая статистика, социально-экономическая статистика, статистика, основы экономико-математического моделирования, эконометрика, Анализ хозяйственной деятельности, бизнес-планирование, а также при выполнении выпускной квалификационной работы.

Основные положения дисциплины должны быть использованы во взаимосвязи с дальнейшим изучением дисциплин

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Форма обучения
	Очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	5
Объем дисциплины в часах	180
Контактная работа:	66.3
Лекции	32
Практические занятия	32
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2.3
Экзамен	0.3
Предэкзаменационная консультация	2
Самостоятельная работа	104
Контроль	9.7

Форма промежуточной аттестации: экзамен во 2 семестре.

3.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) дисциплины	Кол-во часов
--	--------------

	Лекции	Практические занятия
Тема 1 Матрицы и определители. Матрицы, алгебра матриц. Обратная матрица. Признаки существования обратной матрицы. Ранг матрицы. Теоремы о ранге. Решение матричных уравнений. Обратная матрица.	6	6
Тема 2. Системы линейных уравнений. Определители свойства определителей, метод Крамера, метод Гаусса для систем линейных уравнений. Правило решения систем линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Модель многоотраслевой экономики Леонтьева. Продуктивные модели Леонтьева. Различные критерии продуктивности модели Леонтьева.	6	6
Тема 3. Элементы векторной алгебры. Понятие вектора. Основные определения. Проекция вектора. Базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Линейные операции над векторами. Длина вектора Направление вектора.	6	6
Тема 4. Аналитическая геометрия. Метод координат. Прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Преобразование прямоугольных координат. Расстояние между точками, деление отрезка в заданном отношении. Понятие об уравнении линий и поверхностей. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Основные задачи на прямую линию на плоскости. Уравнения плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве. Кривые второго порядка. Общий вид уравнения второго порядка, инварианты. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Определение вида кривой по уравнению. Полярные координаты на плоскости.	10	10
Тема 5. Комплексные числа. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера. Корни n-ой степени из комплексного числа. Формулировка основной теоремы алгебры.	4	4
Итого	32	32

4.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы, задания	Количество часов	Формы самостоятельной работы	Методические обеспечения	Формы отчетности
Тема 1 Матрицы и определители.	Матрицы, алгебра матриц. Обратная матрица. Признаки существования обратной матрицы. Ранг матрицы. Теоремы о ранге. Решение матричных уравнений.	20	Изучение основной и дополнительной рекомендованной учебно-методической литературы. Выполнение домашних	Конспект лекций, основная литература: [1], [2].	Тест Расчетные задания

	Обратная матрица.		заданий.		
Тема 2. Системы линейных уравнений. Определители свойства определителей, Модель многоотраслево й экономики Леонтьева.	метод Крамера, метод Гаусса для систем линейных уравнений. Правило решения систем линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Продуктивные модели Леонтьева. Различные критерии продуктивности модели Леонтьева.	20	Проработка конспекта лекций. Изучение основной и дополнительной рекомендованной учебно-методической литературы. Выполнение домашних заданий. Подготовка ответов на вопросы самоконтроля.	Конспект лекций. Основная литература: 1,2. Дополнительная литература: 1,4.	Тест Расчетные задания
Тема 3. Элементы векторной алгебры.	Понятие вектора. Основные определения. Проекция вектора. Базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Линейные операции над векторами. Длина вектора. Направление вектора.	20	Проработка конспекта лекций. Изучение основной и дополнительной рекомендованной учебно-методической литературы. Решение задач при выполнении домашних заданий. Подготовка ответов на вопросы самоконтроля.	Конспект лекций. Основная литература: 2,3. Дополнительная литература: 1,4.	Тест Расчетные задания
Тема 4. Аналитическая геометрия. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Уравнения плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Кривые	Метод координат. Прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Преобразование прямоугольных координат. Расстояние между точками, деление отрезка в заданном отношении. Понятие об уравнении линий и	20	Решение задач при выполнении домашних заданий. Подготовка ответов на вопросы самоконтроля	Конспект лекций. Основная литература: 3,4. Дополнительная литература: 1,5.	Тест Расчетные задания

второго порядка. Полярные координаты на плоскости.	поверхностей Основные задачи на прямую линию на плоскости. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве. Общий вид уравнения второго порядка, инварианты. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Определение вида кривой по уравнению.				
Тема 5. Комплексные числа.	Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера. Корни n-ой степени из комплексного числа. Формулировка основной теоремы алгебры.	24	Проработка конспекта лекций. Изучение основной и дополнительной рекомендованной учебно-методической литературы.	Основная литература: 3,4. Дополнительная литература: 2,5.	Тест
	Итого	104			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	1. Работа на учебных занятиях (лекции, практические занятия) 2. Самостоятельная работа

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК-2	Пороговый	Работа на учебных занятиях (лекции, практические занятия) Самостоятельная работа	Знать: методы сбора, обработки и анализа информации; основные понятия современной высшей математики Уметь: осуществлять поиск информации и способов решения экономических задач	Опрос Тест Расчетное задание для самостоятельной работы Расчетное задание (контрольная работа) Экзамен	41-60 баллов
	Продвинутой	Работа на учебных занятиях (лекции, практические занятия) Самостоятельная работа	Знать: математические методы решения типовых экономических задач; методы сбора, обработки и анализа информации; Уметь: применять математические методы для решения экономических задач; самостоятельно осуществлять поиск информации и способов решения экономических задач Владеть: математическим и методами решения типовых экономических	Опрос Тест Расчетное задание для самостоятельной работы Расчетное задание (контрольная работа) Экзамен	61-100 баллов

			задач; современными методами сбора, обработки и анализа данных, необходимых для решения экономических задач и обоснования принимаемых решений		
--	--	--	--	--	--

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерный вариант тестовых заданий

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

ЗАДАНИЕ N 1 Ступенчатым видом матрицы элементарных преобразований, является...

1. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 6 & -5 \\ 3 & 0 & 13 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 6 & -5 \\ 0 & 6 & -5 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 6 & -5 \end{pmatrix}$

ЗАДАНИЕ N 2 Если $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, то матрица $C = A - 2B$ имеет вид...

1. $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -4 & -6 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

ЗАДАНИЕ N 3 Операция произведения матриц правильно определена для матричного умножения вида ...

1. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot (-2 \ 3)$
2. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
3. $(-2 \ 3) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$
5. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

ЗАДАНИЕ N 4 Установите соответствие между системой линейных уравнений и ее расширенной матрицей.

1. $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ 5x_2 - 2x_3 = -3, \\ -2x_1 + x_2 - 4 = 0 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 2x_3 + 3 = 0, \\ -2x_2 + x_3 = -4 \end{cases}$
3. $\begin{cases} -5x_1 + 3x_3 + 3 = 0, \\ 5x_1 - 2x_2 = 4, \\ -2x_1 + x_3 - 5 = 0 \end{cases}$
4. $\begin{cases} -5x_2 + 3x_3 - 3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 = -4, \\ -2x_1 + x_2 + 5 = 0 \end{cases}$

1.
$$\begin{pmatrix} 0 & -5 & 3 & 3 \\ 5 & 1 & -2 & -4 \\ -2 & 1 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

2.
$$\begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 & -3 \\ 5 & -2 & 0 & 4 \\ -2 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

3.
$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 & 0 \\ 5 & 1 & -2 & -4 \\ -2 & 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

4.
$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 5 & -2 & -3 \\ -2 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

5.
$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 & 0 \\ 5 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

6.
$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ЗАДАНИЕ N 5 Матрице $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ соответствует квадратичная форма ...

1. $x^2 - 4xy + 3y^2$

2. $3x^2 - 4xy + 3y^2$

3. $x^2 + 4xy - 3y^2$

4. $x^2 - 2xy + 3y^2$

ЗАДАНИЕ N 6 Разложение определителя $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -7 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ по третьей строке имеет вид ...

1. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -7 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$

2. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -7 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$

$$3. \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & -7 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$4. \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & -7 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

ЗАДАНИЕ N 7 Два вектора называются равными, если они...

1. имеют равную длину,
2. сонаправлены и имеют равную длину,
3. имеют одинаковое направление,
4. коллинеарны и имеют равную длину.

Примерные задания для контрольной работы

ЗАДАНИЕ 1

Вычислить: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}^T$

ЗАДАНИЕ 2

Найти указанные минор и алгебраическое дополнение к элементам матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad M_{42}, \quad A_{23}$$

ЗАДАНИЕ 3

Для заданной матрицы A найти обратную матрицу. Провести проверку.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

ЗАДАНИЕ 4

Является ли система векторов линейно независимой. Определить ее ранг (расположив векторы как строки матрицы)

$$a_1 = (2; -1; 3; 4), \quad a_2 = (-3; 0; 2; 3), \quad a_3 = (9; -3; 7; 9), \quad a_4 = (-5; 1; -1; -1),$$

ЗАДАНИЕ 5

Решить системы уравнений методом Гаусса и Крамера, сравнить ответы

$$\{x_1 - x_2 + x_3 = 6 \mid \{x_1 - 2x_2 + x_3 = 9\}$$

ЗАДАНИЕ 6

Решить системы линейных алгебраических уравнений (*не обязательно*)

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 7x_1 + 5x_2 - 7x_3 - x_4 = 8 \\ x_1 + 8x_2 - 18x_3 - 5x_4 = -6 \end{cases}; \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 10x_4 = 10 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 7

Решить систему линейных однородных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + 4x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 8

Записать координаты точки А в полярной системе, точки В - в декартовой системе А(2; -1) и В(2; $-\pi/3$)

ЗАДАНИЕ 9

Найти расстояние между точками А и В А(2; -1) и В(-5; 4)

ЗАДАНИЕ 10

Найти расстояние от точки А до прямой А(2; -1) $y = \frac{2}{3}x - 7$

ЗАДАНИЕ 11

Для прямой на плоскости, заданной общим уравнением, выписать вектор нормали. Записать уравнение прямой (AB). $4x - 2y - 5 = 0$, А(1;-2), В(3;7)

ЗАДАНИЕ 12

При каком значении m векторы $\vec{a} = (m; 3; 4)$, $\vec{b} = (4; m; -7)$ перпендикулярны?

ЗАДАНИЕ 13

Для матрицы $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ найти собственные значения и собственные векторы.

ЗАДАНИЕ 14

Найти базисное решение системы уравнений $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$, если x_3 и x_4 являются основными переменными.

ЗАДАНИЕ 15

Образуют ли базис векторы $\vec{a}(3; -1; 1)$, $\vec{b}(0; 1; 1)$, $\vec{c}(1; 2; 0)$?

Примерные задания для самостоятельной работы

ЗАДАНИЕ 1

Вычислить: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}^T$

ЗАДАНИЕ 2

Найти указанные миноры и алгебраическое дополнение к элементам матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad M_{42}, \quad A_{23}$$

ЗАДАНИЕ 3

Для заданной матрицы A найти обратную матрицу. Провести проверку.

1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -5 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

3) $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

ЗАДАНИЕ 4

Является ли система векторов линейно независимой. Определить ее ранг (расположив векторы как строки матрицы)

$$a_1 = (2; -1; 3; 4), \quad a_2 = (-3; 0; 2; 3), \quad a_3 = (9; -3; 7; 9), \quad a_4 = (-5; 1; -1; -1).$$

ЗАДАНИЕ 5

Решить системы уравнений методом Гаусса и Крамера, сравнить ответы

$$\{x_1 - x_2 + x_3 = 6 \mid \{x_1 - 2x_2 + x_3 = 9\}$$

ЗАДАНИЕ 6

Решить системы линейных алгебраических уравнений (не обязательно)

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 7x_1 + 5x_2 - 7x_3 - x_4 = 8 \\ x_1 + 8x_2 - 18x_3 - 5x_4 = -6 \end{cases}; \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 10x_4 = 10 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 7

Решить систему линейных однородных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + 4x_4 + x_5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 11x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 8

Записать координаты точки A в полярной системе, точки B - в декартовой системе

$$A(2; -1) \text{ и } B(2; -\pi/3)$$

ЗАДАНИЕ 9

Найти расстояние между точками A и B $A(2; -1)$ и $B(-5; 4)$

ЗАДАНИЕ 10

Найти расстояние от точки А до прямой $A(2; -1) \quad y = \frac{2}{3}x - 7$

ЗАДАНИЕ 11

Для прямой на плоскости, заданной общим уравнением, выписать вектор нормали. Записать уравнение прямой (AB).

1) $4x - 2y - 5 = 0, A(1; -2), B(3; 7)$

2) $4x + 2y + 5 = 0, A(-1; 2), B(3; 5)$

ЗАДАНИЕ 12

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; -2; 3)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = 2\vec{i} + 4\vec{k}$.

ЗАДАНИЕ 13

Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 2; 3), B(-1; 0; 0), C(3; 0; 1)$.

ЗАДАНИЕ 14

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; 3; -4)$ параллельно плоскости yOz (перпендикулярно оси Ox).

ЗАДАНИЕ 15

Определить угол между плоскостями $x + 2y - 3z + 4 = 0$ и $2x + 3y + z + 8 = 0$.

ЗАДАНИЕ 16

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2; 1; 4)$ параллельно плоскости $3x + 2y - 7z + 8 = 0$.

ЗАДАНИЕ 17

Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1; 1; 1), M_2(0; 1; -1)$ перпендикулярно плоскости $x + y + z = 0$.

ЗАДАНИЕ 18

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2; 3; 6)$ перпендикулярно плоскостям $2x + 3y - 2z - 4 = 0$ и $3x + 5y + z = 0$.

ЗАДАНИЕ 19

Найти уравнения прямой проходящей через точку $M_1(1; 2; 3)$ параллельно прямой l_1 :

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z - 7 = 0, \\ 3x - 4y + z - 8 = 0. \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 20

Составить уравнения прямой, проходящей через точку $M_1(-4; 0; 2)$ и перпендикулярной прямым:

и $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{2}$.

ЗАДАНИЕ 21

Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(2; -3; 4)$ параллельно прямым

и $\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+5}{2}$.

ЗАДАНИЕ 22

Найти угол между прямой $\begin{cases} x - 3y - 1 = 0, \\ z = 4. \end{cases}$ и плоскостью $3x + y + 4 = 0$.

ЗАДАНИЕ 23

Найдите точку, симметричную данной $M(0; -3; -2)$ относительно прямой

$$\frac{x-0.5}{0} = \frac{y+1.5}{-1} = \frac{z-1.5}{1}.$$

ЗАДАНИЕ 24

Написать уравнение гиперболы с асимптотами $y = \pm \frac{3}{4}x$, проходящими через точку $(6; 3/2)$.
Найти расстояние между ее вершинами.

ЗАДАНИЕ 25

Построить кривую $y = -3x^2 + 10x - 3$

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Матрицы, их виды. Операции над матрицами. Сложение (вычитание) матриц и умножение матриц на числа, свойства линейных операций.
2. Умножение матриц, свойства и примеры. Элементарные преобразования над строками и столбцами матрицы.
3. Определители матриц малых порядков: индуктивное определение, свойства.
4. Миноры, алгебраические дополнения к элементам квадратных матриц. Определитель высшего порядка, способы его вычисления. Теорема Лапласа.
5. Обратная матрица: определение, условие существования, алгоритм вычисления с помощью элементарных преобразований.
6. Обратная матрица: определение, условие существования. Формула обратной матрицы и алгоритм нахождения (метод присоединенной матрицы). Решение матричных уравнений.
7. Характеристики матриц: собственные числа, собственные векторы, ранг, продуктивность.
8. Системы линейных уравнений и связанные с ними понятия. Эквивалентность систем. Элементарные преобразования над системами.
9. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений (примеры решения определенной, неопределенной и несовместной систем).
10. Правило Крамера решения систем линейных уравнений. Матричный способ решения систем линейных уравнений.
11. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
12. Линейная модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Продуктивность модели.
13. Модель международной торговли.
14. Деление отрезка в данном отношении. Применение определителей в аналитической геометрии для нахождения площадей фигур.
15. Эллипс: определения, характеристики и свойства.
16. Гипербола: определения, характеристики и свойства.
17. Парабола: определения, характеристики и свойства.
18. Векторы: основные понятия, линейные операции над векторами на плоскости в геометрической форме. Разложение вектора по базису. Линейные операции над векторами в координатной форме.

19. Скалярное произведение векторов на плоскости: определение, свойства, координатная форма. Условие перпендикулярности.
20. Векторное произведение векторов: определение, свойства, координатная форма.
21. Условие коллинеарности векторов.
22. Смешанное произведение векторов: определение, свойства, координатная форма. Условие компланарности векторов.
23. Прямая линия на плоскости, виды ее уравнений.
24. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
25. Линейные неравенства и их системы. Основная задача линейного программирования, математическая модель.
26. Алгоритм геометрического метода решения задачи линейного программирования.
27. Уравнения плоскости в пространстве.
28. Взаимное расположение плоскостей.
29. Расстояние от точки до плоскости. Алгоритм выписывания уравнения плоскости на основе условия компланарности векторов.
30. Уравнения прямой в пространстве: общее, каноническое, через две точки.
31. Взаимное расположение прямых в пространстве.
32. Переход от общего уравнения прямой в пространстве к каноническому. Параметрическое уравнение прямой. Условия пересечения и скрещивания прямых.
33. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
34. Уравнение прямой через точку перпендикулярно заданной плоскости. Уравнение плоскости через прямую и не принадлежащую ей точку.
35. Уравнение плоскости: через две пересекающиеся прямые; через две параллельные прямые.
36. Множества и операции над ними: пересечение, объединение, разность, симметрическая разность.
37. Множество комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа.
38. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
39. Геометрическое изображение комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Операции с комплексными числами в тригонометрической форме.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Основными формами текущего контроля являются опрос, презентация, тест, расчетное задание для самостоятельной работы, контрольная работа, расчетное задание, экзамен во 2 семестре.

В промежуточную аттестацию включаются как теоретические вопросы, так и практические задания.

Соотношение оценки и баллов в рамках процедуры оценивания

«Оценка»	Соответствие количеству баллов
Отлично	81-100
Хорошо	61-80
Удовлетворительно	41-60
Неудовлетворительно	0-40

Соотношение вида работ и количества баллов в рамках процедуры оценивания

Вид работы*	количество баллов
Опрос	до 10 баллов

Посещение	до 10 баллов
Тест	до 15 баллов
Расчетное задание для самостоятельной работы	до 15 баллов
Расчетное задание (контрольная работа)	до 20 баллов
Экзамен	до 30 баллов

5.4.1. Шкала оценки посещаемости:

посещаемость, %	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
в баллах	10	10	9	8	7	4	3	2	0	0	0

5.4.2. Написание *теста* оценивается по шкале от 0 до 15 баллов. Освоение компетенций зависит от результата написания теста: 13-15 баллов (80-100% правильных ответов) - компетенции считаются освоенными на высоком уровне (оценка отлично); 10-12 баллов (70-75 % правильных ответов) - компетенции считаются освоенными на базовом уровне (оценка хорошо); 7-9 баллов (50-65 % правильных ответов) - компетенции считаются освоенными на удовлетворительном уровне (оценка удовлетворительно); 0-3 баллов (менее 50 % правильных ответов) - компетенции считаются не освоенными (оценка неудовлетворительно).

5.4.3. Написание *расчетного задания (контрольной работы)* оценивается по шкале от 0 до 20 баллов. Освоение компетенций зависит от результата написания *расчетного задания (контрольной работы)*: 17-20 баллов - компетенции считаются освоенными на продвинутом уровне (оценка отлично); 13-17 баллов - компетенции считаются освоенными на базовом уровне (оценка хорошо); 8-12 баллов - компетенции считаются освоенными на удовлетворительном уровне (оценка удовлетворительно); 0-7 баллов - компетенции считаются не освоенными (оценка неудовлетворительно).

Критерии оценивания	Интервал оценивания
Степень раскрытия темы	0-4
Личный вклад автора	0-3
Структурированность материала	0-2
Постраничные ссылки	0-2
Объем и качество используемых источников	0-2
Оформление текста и грамотность речи	0-3
Защита расчетного задания (контрольной работы)	0-4

5.4.4. Выполнение *расчетных заданий для самостоятельной работы* оценивается от 0 до 15 баллов. Освоение компетенций зависит от результата написания *расчетных заданий для самостоятельной работы*: 13-15 баллов - компетенции считаются освоенными на высоком уровне (оценка отлично); 10-12 баллов - компетенции считаются освоенными на базовом уровне (оценка хорошо); 7-9 баллов - компетенции считаются освоенными на удовлетворительном уровне (оценка удовлетворительно); 0-6 баллов - компетенции считаются не освоенными (оценка неудовлетворительно).

Критерии оценивания	Интервал оценивания
Даны исчерпывающие и обоснованные ответы на все поставленные вопросы, правильно и рационально (с использованием рациональных методик) решены практические задачи; при ответах выделялось главное, все теоретические положения умело увязывались с требованиями руководящих документов; ответы были четкими и краткими, а мысли излагались в логической последовательности; показано умение самостоятельно анализировать факты, события, явления, процессы в их взаимосвязи и диалектическом развитии.	13-15
Даны полные, достаточно обоснованные ответы на поставленные вопросы, правильно решены практические задания; при ответах не всегда выделялось главное, отдельные положения недостаточно увязывались с требованиями руководящих документов, при решении практических задач не всегда использовались рациональные методики расчётов; ответы в основном были краткими, но не всегда четкими.	10-12
Даны в основном правильные ответы на все поставленные вопросы, но без должной глубины и обоснования, при решении практических задач студент использовал прежний опыт и не применял новые методики выполнения расчётов и экспресс оценки показателей эффективности управления организацией, однако, на уточняющие вопросы даны правильные ответы; при ответах не выделялось главное; ответы были многословными, нечеткими и без должной логической последовательности; на отдельные дополнительные вопросы не даны положительные ответы.	7-9
Затрудняется при выполнении практических задач, в выполнении своей роли, работа проводится с опорой на преподавателя или других студентов.	0-6

5.4.5 *опрос* оценивается от 0 до 10 баллов. Освоение компетенций зависит от результата *опроса/я*: 9-10 баллов - компетенции считаются освоенными на высоком уровне (оценка отлично); 6-8 баллов - компетенции считаются освоенными на базовом уровне (оценка хорошо); 3-5 баллов - компетенции считаются освоенными на удовлетворительном уровне (оценка удовлетворительно); 0-2 баллов - компетенции считаются не освоенными (оценка неудовлетворительно).

Критерии оценивания	Интервал оценивания
1. Самостоятельно и аргументировано делать анализ, обобщать, выводы	0-2
2. Самостоятельно, уверенно и безошибочно применяет полученные знания в решении проблем на творческом уровне	0-2
3. Умеет составить полный и правильный ответ на основе изученного материала; выделять главные положения, самостоятельно подтверждать ответ конкретными примерами, фактами	0-3
4. Понимание сущности рассматриваемых понятий, явлений и закономерностей, теорий, взаимосвязей	0-3

5.4.6 Выполнение *презентации* оценивается по шкале от 0 до 10 баллов. Освоение компетенций зависит от результата написания *презентации*: 9-10 баллов - компетенции считаются освоенными на высоком уровне (оценка отлично); 6-8 баллов - компетенции считаются освоенными на базовом уровне (оценка хорошо); 3-5 баллов - компетенции считаются

освоенными на удовлетворительном уровне (оценка удовлетворительно); 0-2 баллов - компетенции считаются не освоенными (оценка неудовлетворительно).

Критерии оценивания	Интервал оценивания
Степень раскрытия темы	0-3
Личный вклад автора	0-3
Структурированность материала	0-1
Постраничные ссылки	0-1
Объем и качество используемых источников	0-1
Оформление текста и грамотность речи	0-3
Защита презентации	0-3

5.4.7 Шкала оценивания экзамена

Критерии оценивания	Интервал оценивания
студент быстро и самостоятельно готовится к ответу; при ответе полностью раскрывает сущность поставленного вопроса; способен проиллюстрировать свой ответ конкретными примерами; демонстрирует понимание проблемы и высокий уровень ориентировки в ней; формулирует свой ответ самостоятельно, используя лист с письменным вариантом ответа лишь как опору, структурирующую ход рассуждения	21-30
студент самостоятельно готовится к ответу; при ответе раскрывает основную сущность поставленного вопроса; демонстрирует понимание проблемы и достаточный уровень ориентировки в ней, при этом затрудняется в приведении конкретных примеров.	13-20
студент готовится к ответу, прибегая к некоторой помощи; при ответе не в полном объеме раскрывает сущность поставленного вопроса, однако, при этом, демонстрирует понимание проблемы.	6-12
студент испытывает выраженные затруднения при подготовке к ответу, пытается воспользоваться недопустимыми видами помощи; при ответе не раскрывает сущность поставленного вопроса; не ориентируется в рассматриваемой проблеме; оказываемая стимулирующая помощь и задаваемые уточняющие вопросы не способствуют более продуктивному ответу студента.	0-5

Неудовлетворительной сдачей экзамена считается экзаменационная составляющая менее или равная 10 баллам (при максимальном количестве баллов, отведенных на экзамен 30). При неудовлетворительной сдаче экзамена (менее или равно 10 баллам) или неявке по неуважительной причине на экзамен экзаменационная составляющая приравнивается к нулю (0). В этом случае студент в установленном в Университете порядке обязан пересдать экзамен.

2.4. При пересдаче экзамена используется следующее правило для формирования рейтинговой оценки:

- 1-я пересдача – фактическая рейтинговая оценка, полученная студентом за ответ, минус 10 баллов;

- 2-я пересдача – фактическая рейтинговая оценка, полученная студентом за ответ, минус 20 баллов.

Уровень сформированности компетенций оценивается в соответствии с Таблицей 1,2.

Таблица 1

№ п/п	ФИО	Сумма баллов, набранных в семестре						ИТОГО 100 баллов
		Посещаемость до 10 баллов	Опрос до 10 баллов	Тест до 15 баллов	Расчетные задания для срс до 15 баллов	Расчетное задание (контрольная работа) до 20 баллов	Экзамен до 30 баллов	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.								

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Ключин, В. Л. Высшая математика для экономистов : учебное пособие для вузов. — 2-е изд. — Москва : Юрайт, 2020. — 412 с. — Текст : электронный. — URL: <http://biblio-online.ru/bcode/449848>
2. Кремер, Н.Ш. Линейная алгебра: учебник и практикум для вузов. — 3-е изд. — Москва : Юрайт, 2020. — 422 с. — Текст : электронный. — URL: <http://biblio-online.ru/bcode/450038>
3. Орлова, И. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия для экономистов: учебник и практикум для вузов / И. В. Орлова, В. В. Угрозов, Е. С. Филонова. — Москва : Юрайт, 2020. — 370 с. — Текст : электронный. — URL: <http://biblio-online.ru/bcode/450221>

6.2. Дополнительная литература

1. Александров, П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник. - 2-е изд. - СПб. : Лань, 2019. – 512с. – Текст: непосредственный.
2. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник. - 16-е изд. - СПб. : Лань, 2019. - 448с. – Текст: непосредственный.
3. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва : Юрайт, 2019. — 421 с. — Текст : электронный. — URL: <http://biblio-online.ru/bcode/425852>
4. Красс, М.С. Математика для экономического бакалавриата: учебник / М.С.Красс, Б.П.Чупрынов. –М.: ИНФРА-М, 2017. - 472с. – Текст: электронный. - Режим доступа: <http://www.znaniyum.com/catalog.php>,
5. Малугин, В. А. Линейная алгебра для экономистов: учебник, практикум и сборник задач : для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Юрайт, 2020. — 478 с. — Текст : электронный. — URL: <http://biblio-online.ru/bcode/450583>
6. Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнева. — Москва : Юрайт, 2019. — 334 с. — Текст : электронный. — URL: <http://biblio-online.ru/bcode/425853>

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- Сайт прикладной математики для студентов и преподавателей <http://www.exponenta.ru/>
- <http://www.konsalter.ru/biblioteka/mathematics.htm>
- Материалы электронной библиотечной системы znaniyum.com.

- www.rustud.ru
- web-версия учебного курса
- www.dfe3300.karelia.ru
- www.allmath.ru
- Ресурс: <http://www.helen.ukrbiz.net/index.htm>
- Ресурс: <http://matembook.chat.ru/>
- учебники, лекции, сайты, примеры: http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=vm

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы по дисциплинам, реализуемым на экономическом факультете
2. Методические рекомендации по подготовке и проведению лекционных занятий по дисциплинам, реализуемым на экономическом факультете
3. Методические рекомендации по подготовке и проведению практических занятий по дисциплинам, реализуемым на экономическом факультете
4. Методические рекомендации по выполнению тестовых заданий по дисциплинам, реализуемым на экономическом факультете

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных:

fgosvo.ru pravo.gov.ru

www.edu.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.
- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями.