

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Наумова Наталия Александровна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41  
Уникальный программный ключ:  
6b5279da4e034bffa79172803da5b1b5316c9ee

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ  
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ  
(МГОУ)

Физико-математический факультет  
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания  
математики

Согласовано управлением организации  
и контроля качества образовательной  
деятельности

« 10 » 06 2020 г.  
Начальник управления  
/М.А. Миненкова/

Одобрено учебно-методическим советом

Протокол « 10 » 2020 г. № 7  
Председатель  
/Г.Е. Суслин/



Рабочая программа дисциплины  
Алгебра

Направление подготовки  
44.03.01 Педагогическое образование

Профиль:  
Математика

Квалификация  
Бакалавр

Форма обучения  
заочная

Согласовано учебно-методической  
комиссией физико-математического  
факультета:

Протокол « 10 » 2020 г. № 10  
Председатель УМКом  
/ Барabanова Н.Н. /

Рекомендовано кафедрой высшей  
алгебры, элементарной математики и  
методики преподавания математики

Протокол « 10 » 2020 г. № 11  
Зав. кафедрой  
/ Рассудовская М.М. /

Мытищи  
2020

Автор-составитель:

Пинчук И.А.

Доцент кафедры высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики,  
кандидат физико-математических наук

Рабочая программа дисциплины «Алгебра» составлена в соответствии с требованиями  
Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению  
подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Математика», утвержденного приказом  
МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.18г. № 121.

Дисциплина входит в обязательную часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является  
обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ.....                                                           | 4  |
| 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....                                    | 5  |
| 3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....                                                             | 5  |
| 4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ<br>ОБУЧАЮЩИХСЯ .....                    | 8  |
| 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ<br>АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ..... | 10 |
| 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....                                   | 34 |
| 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ .....                                             | 36 |
| 8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО<br>ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....    | 36 |
| 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....                                            | 37 |

## **1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

### **1.1. Цель и задачи дисциплины**

Целью освоения дисциплины «Алгебра» является обеспечение подготовки бакалавров к решению общих профессиональных задач направления подготовки «Педагогическое образование» и специфических профессиональных задач в рамках профиля «математика», а именно:

в области педагогической деятельности:

- организация процесса обучения и воспитания в сфере образования с использованием технологий, соответствующих возрастным особенностям школьников и отражающих специфику предметов «Математика», «Алгебра и начала анализа» в общеобразовательной школе;

в области научно-исследовательской деятельности:

- осуществление профессионального и личностного самообразования, участие в опытно-экспериментальной работе;

в области методической деятельности:

- исследование, проектирование, организация и оценка реализации методического сопровождения педагогов с использованием инновационных технологий;
- использование имеющихся возможностей образовательной и социальной среды и проектирование новых сред, в том числе информационных, для обеспечения развития методического сопровождения деятельности педагогов.

Задачи дисциплины:

- знакомство студентов с основными алгебраическими понятиями и закономерностями высшей алгебры;
- формирование у студентов представлений о числах, многочленах от одной и нескольких неизвестных, основных алгебраических структурах;
- освоение основных педагогических методов, вычислительных схем и приемов;
- привитие навыков применения алгебраического аппарата при изучении других разделов математики.

Эти задачи будут реализованы в ходе работы по приобретению знаний и умений в области математики, по анализу взаимосвязи этих задач друг с другом, а также связи этих задач с аналогичными задачами в других образовательных циклах данного профиля. Кроме того, изучение «Алгебры» помогает формированию у студентов общей математической культуры, овладению ими основными алгебраическими понятиями, необходимыми бакалавру педагогического образования по профилю – «математика и информатика», т.е. тому, кто будет работать учителем в школе.

Такая подготовка студентов будет реализована в ходе работы по приобретению знаний и умений в области специфических задач алгебры, по анализу взаимосвязи этих задач друг с другом, а также связи этих задач с аналогичными задачами в других образовательных циклах данного профиля.

### **1.2. Планируемые результаты обучения**

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ОПК – 8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Входные знания, умения и готовности обучающегося, необходимые при освоении данной дисциплины, приобретаются в результате обучения в средней общеобразовательной школе.

Освоение дисциплины «Алгебра» является базой для дальнейшего освоения студентами дисциплин «Дискретная математика», «Теория чисел», «Теория вероятностей», «Математическая статистика», «Технологии и методики обучения математике», курсов по выбору профессионального цикла.

Компетенции, знания, навыки и умения, полученные в ходе изучения дисциплины, должны всесторонне использоваться и развиваться студентами на всех этапах обучения в вузе, при проведении научных исследований, при выполнении контрольных домашних заданий, подготовке курсовых и выпускных квалификационных работ, в ходе дальнейшего обучения в магистратуре и аспирантуре и в процессе последующей профессиональной деятельности.

Освоение дисциплины «Алгебра» необходимо также для успешного прохождения педагогической практики в школе.

## 3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 3.1. Объем дисциплины

| Показатель объема дисциплины                 | Форма обучения |         |              |
|----------------------------------------------|----------------|---------|--------------|
|                                              | Очная          | Заочная | Очно-заочная |
| Объем дисциплины в зачетных единицах         | 15             |         |              |
| Объем дисциплины в часах                     | 540            |         |              |
| <b>Контактная работа:</b>                    |                | 65,6    |              |
| Лекции                                       |                | 26      |              |
| Практические занятия                         |                | 30      |              |
| Контактные часы на промежуточную аттестацию: |                | 9,2     |              |
| Экзамен                                      |                | 1,2     |              |
| Предэкзаменационная консультация             |                | 8       |              |
| Самостоятельная работа                       |                | 428     |              |
| Контроль                                     |                | 46,4    |              |

Формой промежуточной аттестации является – экзамен 1,2,3,4 семестры

### 3.2. Содержание дисциплины

| Наименование разделов (тем) дисциплины с кратким содержанием | Кол-во часов |                      |
|--------------------------------------------------------------|--------------|----------------------|
|                                                              | Лекции       | Практические занятия |
|                                                              |              |                      |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |   |   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|
| <p>ТЕМА 1. Матрицы.</p> <p>Матрицы. Операции над ними: сложение матриц, умножение матриц на числа, умножение матриц. Свойства операций над матрицами. Квадратные матрицы. Единичная матрица. Обратные и обратимые матрицы. Транспонирование матриц, транспонирование произведения матриц.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 2 | 2 |
| <p>ТЕМА2. Определители .</p> <p>Определители 2 и 3 порядков. Определитель квадратной матрицы. Алгебраические дополнения и миноры элементов матрицы. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца). Свойства определителя. Вычисление обратной матрицы при помощи алгебраических дополнений. Решение матричных уравнений. Вычисление определителей.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 2 | 2 |
| <p>ТЕМА 3. Системы линейных уравнений .</p> <p>Системы линейных уравнений. Решения систем линейных уравнений. Эквивалентные (равносильные) системы уравнений. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений, свойства их решений. Матрицы, связанные с системами линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений (матриц). Теорема об эквивалентности систем линейных уравнений, связанных элементарными преобразованиями. Ступенчатые системы линейных уравнений (ступенчатые матрицы). Теорема о числе решений систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений, главные и свободные неизвестные. Вектора-строки и вектора-столбцы системы линейных уравнений. Ранг системы линейных уравнений. Строчечный и столбцовый ранги матрицы. Ранг матрицы. Матричная запись и матричное решение системы линейных уравнений. Критерий Кронекера – Капелли. Правило Крамера решения системы линейных уравнений.</p> <p>Конечные системы арифметических векторов. Линейная зависимость и независимость систем векторов, их свойства. Линейные оболочки конечных систем векторов. Эквивалентные системы векторов. Элементарные преобразования систем векторов. Ступенчатые системы векторов. Базис и ранг конечной системы векторов, их свойства.</p> | 4 | 4 |
| <p>Тема 4. Основные алгебраические структуры.</p> <p>Элементы теории множеств. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности и разбиение множеств. Отображения. Алгебраическая операция и ее свойства. Понятие алгебраической структуры. Понятие группы. Аддитивная и мультипликативная терминологии. Примеры групп. Простейшие свойства группы. Подгруппа. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое непустое подмножество группы являлось ее подгруппой. Понятие кольца. Примеры колец. Свойства колец. Подкольцо. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое непустое подмножество кольца являлось его подкольцом. Понятие поля. Примеры полей. Свойства полей. Подполе. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество поля, содержащее не менее двух элементов, являлось его подполем.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 4 | 3 |
| <p>Тема 5. Делимость в кольце целых чисел.</p> <p>Кольцо целых чисел. Делимость в кольце целых чисел. Деление с остатком в кольце целых чисел. Наибольший общий делитель целых чисел. Алгоритм Евклида. Наименьшее общее кратное целых чисел. Простые и составные числа. Разложение целого числа в произведение простых чисел.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 1 | 2 |
| <p>Тема 6. Числовые поля, поле комплексных чисел.</p> <p>Система действительных чисел, простейшие свойства действительных чисел. Поле комплексных чисел как расширение поля действительных чисел. Алгебраическая форма комплексных чисел, операции с ними. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними. Тригонометрическая форма комплексного числа, операции с ними. Корни из комплексных чисел и двучленные уравнения. Корни <math>n</math>-й степени из единицы.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 3 | 3 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| <p>Тема 7. Теория многочленов от одной переменной.<br/> Построение кольца многочленов от одной переменной над полем. Степень многочлена. Теория делимости в кольце многочленов от одной переменной над полем. Теорема о делении с остатком. Деление многочлена на двучлен <math>x - a</math> и корни многочлена. Теорема Безу. Кратные корни. Наибольшее возможное число корней многочлена. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Наибольший общий делитель многочленов над полем. Алгоритм Евклида. Наименьшее общее кратное многочленов. Неприводимые и приводимые над полем многочлены, их свойства. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность. Каноническая форма записи многочленов.</p>                                                                                                                                                                                    | 2  | 4  |
| <p>Тема 8. Расширения полей.<br/> Простое и составное расширение поля. Алгебраические и трансцендентные элементы над полем. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента. Строение простого алгебраического расширения поля. Существование корня многочлена.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 2  | 2  |
| <p>Тема 9. Векторное пространство, его линейные преобразования<br/> Арифметическое векторное пространство. Конечномерное векторное пространство над произвольным полем, его простейшие свойства, примеры. Базис и размерность конечномерного векторного пространства. Матрица перехода от базиса к базису. Связь между координатными строками вектора в различных базисах. Линейное отображение векторных пространств, его свойства. Преобразование координат. Матрица перехода от одного базиса векторного пространства к другому. Линейный оператор в векторном пространстве и его матрица, изменение ее при переходе к другому базису. Операции над линейными операторами. Линейная алгебра над полем. Образ и ядро, ранг и дефект линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристическое уравнение линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.</p>           | 2  | 2  |
| <p>Тема 10. Теория многочленов от нескольких переменных.<br/> Построение кольца многочленов от <math>n</math> переменных. Степень многочлена от <math>n</math> переменных. Однородные многочлены. Лексикографическое упорядочение членов многочлена. Высший член произведения двух многочленов. Симметрические многочлены. Элементарные симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 1  | 2  |
| <p>Тема 11. Многочлены над числовыми полями.<br/> Многочлены от одной переменной над полем комплексных чисел. Решение уравнений третьей и четвертой степени над полем комплексных чисел. Основная теорема алгебры. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей. Производная многочлена. Кратные неприводимые множители многочленов, их отделение. Корни многочлена над полем действительных чисел. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Критерий неприводимости Эйзенштейна. Понятие разрешимости уравнения в радикалах. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах. Примеры задач, неразрешимых в квадратных радикалах.</p> | 3  | 4  |
| Итого:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 26 | 30 |

#### 4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

| № | Темы для самостоятельного изучения        | Изучаемые вопросы                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Кол-во часов | Формы самостоятельной работы                           | Методическое обеспечение                     | Формы отчетности                           |
|---|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1 | ТЕМА 1. Матрицы                           | 1. Свойства операций над матрицами.<br>2. Транспонирование произведения матриц.                                                                                                                                                                                                                                                               | 36           | Самостоятельное изучение по рекомендованной литературе | Учебные пособия: [3], [1], [4], [8]          | Конспект, отчет по самостоятельной работе, |
| 2 | ТЕМА 2. Определители                      | 1. Свойства определителей.<br>2. Теорема об алгебраическом дополнении элемента.                                                                                                                                                                                                                                                               | 30           | Самостоятельное изучение по рекомендованной литературе | Учебные пособия: [3], [1], [4], [8]          | Конспект, отчет по самостоятельной работе, |
| 3 | ТЕМА 3. Системы линейных уравнений.       | 1. Свойства решений однородных и неоднородных систем линейных уравнений.<br>2. Конечные системы арифметических векторов. Линейная зависимость и независимость систем векторов, их свойства.<br>3. Линейные оболочки КСВ.<br>4. Эквивалентные КСВ<br>5. Элементарные преобразования КСВ. 6. Ступенчатые КСВ. 7. Базис и ранг КСВ, их свойства. | 48           | Самостоятельное изучение по рекомендованной литературе | Учебные пособия: [ 3 ], [ 1 ], [ 4 ], [ 8 ], | Конспект, отчет по самостоятельной работе  |
| 4 | ТЕМА 4. Основные алгебраические структуры | 1. Доказательство свойств группы.<br>2. Доказательство свойств кольца.<br>3. Доказательство свойств поля.                                                                                                                                                                                                                                     | 30           | Самостоятельное изучение по рекомендованной литературе | Учебные пособия: [ 3 ], [ 1 ], [ 4 ], [ 8 ], | Конспект, отчет по самостоятельной работе  |
| 5 | ТЕМА 5. Делимость в кольце целых чисел.   | 1. Связь НОД и НОК целых чисел.<br>2. Взаимно-простые числа                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 40           | Самостоятельное изучение по рекомендованной литературе | Учебные пособия: [ 10 ], [ 4 ], [ 8 ],       | Конспект, отчет по самостоятельной работе  |
| 6 | ТЕМА 6. Поле                              | Доказательство свойств операций над                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 40           | Самостоятельное изучение                               | Учебные пособия: [ 10 ],                     | Конспект, отчет по                         |

| №  | Темы для самостоятельного изучения                           | Изучаемые вопросы                                                                                                                                                                                                                                                                        | Кол-во часов | Формы самостоятельной работы                           | Методическое обеспечение                                                                                                                                                                     | Формы отчетности                          |
|----|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
|    | комплексных чисел.                                           | комплексными числами в тригонометрической форме.                                                                                                                                                                                                                                         |              | по рекомендованной литературе                          | [ 4 ],                                                                                                                                                                                       | самостоятельной работе                    |
| 7  | ТЕМА 7. Теория многочленов от одной переменной               | 1. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.<br>2. Свойства НОД.<br>3. Свойства НОК.                                                                                                                                                                                        | 40           | Самостоятельное изучение по рекомендованной литературе | Учебные пособия: [3], [ 7 ], [ 4 ],                                                                                                                                                          | Конспект, отчет по самостоятельной работе |
| 8  | ТЕМА 8. Расширение полей.                                    | 1. Строение простого расширения поля.<br>2. Существование корня многочлена.                                                                                                                                                                                                              | 30           | Самостоятельное изучение по рекомендованной литературе | Учебные пособия: [ 3 ], [ 2 ], [ 8 ], ,                                                                                                                                                      | Конспект, отчет по самостоятельной работе |
| 9  | ТЕМА 9. Векторное пространство, его линейные преобразования. | Характеристическое уравнение линейного оператора.                                                                                                                                                                                                                                        | 36           | Самостоятельное изучение по рекомендованной литературе | Учебные пособия: [ 3 ], [ 2 ], [ 8 ],                                                                                                                                                        | Конспект, отчет по самостоятельной работе |
| 10 | ТЕМА 10. Теория многочленов от нескольких переменных.        | 1. Высший член произведения двух многочленов.<br>2. Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее.                                                                                                                                                                    | 46           | Самостоятельное изучение по рекомендованной литературе | Учебные пособия:<br>1. [ 3 ], [ 7 ], [ 2 ], [ 8 ]<br>2. [ 3 ], [ 7 ], [ 2 ], [ 8 ]                                                                                                           | Конспект, отчет по самостоятельной работе |
| 11 | ТЕМА 11. Многочлены над числовыми полями.                    | 1. Исследование уравнений третьей и степени над полем комплексных чисел.<br>2. Производная многочлена. Кратные неприводимые множители многочленов, их отделение.<br>3. Критерий неприводимости Эйзенштейна.<br>4. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах. | 68           | Самостоятельное изучение по рекомендованной литературе | Учебные пособия:<br>1. [ 3 ], [ 7 ], [ 2 ], [ ],<br>2. [ 3 ], [ 10 ], [ 7 ], [ 2 ],<br>3. [ 3 ], [ 10 ], [ 7 ], [ 8 ],<br>4. [ 3 ], [ 10 ], [ 7 ], [ 2 ],<br>5. [ 3 ], [ 10 ], [ 7 ], [ 8 ], | Конспект, отчет по самостоятельной работе |
|    | Итого                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 484          |                                                        |                                                                                                                                                                                              |                                           |

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И

## ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Изучение дисциплины «Алгебра» позволяет сформировать у бакалавров следующие компетенции.

| Код и наименование компетенции                                                                     | Этапы формирования                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| ОПК – 8: «Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний». | 1. Работа на учебных занятиях.<br>2. Самостоятельная работа. |

### 5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

| Оцениваемые компетенции                                                                            | Уровень сформированности | Этап формирования                                            | Описание показателей                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Критерии оценивания                                                                                                                                       | Шкала оценивания |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| ОПК – 8: «Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний». | Пороговый                | 1. Работа на учебных занятиях.<br>2. Самостоятельная работа. | Знает:<br>- характеристики некоторых личностных, метапредметных и предметных результатов образовательной деятельности в контексте в предметной области.<br>Умеет:<br>- оказывать некоторую адресную педагогическую помощь и поддержку обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей и потребностей в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов.<br>Владеет:<br>- некоторой способностью и небольшим опытом применения в предметной области различных способов оказания адресной педагогической помощи и поддержки обучающимся в зависимости от их способностей, образовательных возможностей | Посещение занятий<br>Наличие конспектов<br>Практические работы (решение задач)<br>Домашнее задание<br>Контрольная работа, отчет по сам работе<br>Экзамен. | 1 - 60           |
|                                                                                                    | Продвинутый              | 1. Работа на учебных занятиях.<br>2. Самостоятельная работа. |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Посещение занятий<br>Наличие конспектов                                                                                                                   | 61 - 100         |

|  |  |  |  |                                                                                                                  |  |
|--|--|--|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|  |  |  |  | Практические работы (решение задач)<br>Домашнее задание<br>Контрольная работа<br>отчет по сам работе<br>Экзамен. |  |
|--|--|--|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

### 5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### Примеры аудиторных и домашних заданий для текущего контроля.

1 курс, 1 семестр.

ТЕМЫ 1-3.

Задания:

1. Найти возможную сумму матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти возможные произведения матриц

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Перемножить матрицы , , если это возможно.

4. Показать, что  $(A \bullet B)^T = B^T \bullet A^T$  для  $A =$  и  $B =$ .

5. Решить уравнение  $A \bullet X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -0,4 & 0,3 \\ 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$ .

Сделать проверку.

6. Вычислить определители:

б) в)

а)

7. Решите уравнение. Выберите верный ответ.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1).  $\{-4; 2\}$ . 2).  $\{-5; 3\}$ . 3).  $\{-2; 0\}$ .

8. Найти коэффициент при  $x$  в разложении определителей

$$\begin{array}{ccccc}
 & 2 & 3 & -1 & x & 3 \\
 & 3 & 2 & -3 & 4 & 1 \\
 \text{а) } & \text{б) } & |1 & 1 & 3 & x & 2|. \\
 & & 4 & -1 & 5 & x & 2 \\
 & & 3 & 3 & 1 & 2 & 1
 \end{array}$$

9. При помощи алгебраических дополнений найдите обратную матрицу для матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ .

Выберите верный ответ. ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1). \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}. 2). \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}. 3). \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

10. Для данных матриц найти обратные матрицы. Сделать проверку.

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & -5 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{б) } .$$

11. Решить систему линейных уравнений

$$\begin{array}{l}
 x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\
 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\
 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1,
 \end{array}$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5.$$

Если  $x_1 = c_1, x_2 = c_2, x_3 = c_3, x_4 = c_4$  – решение системы, то сумма  $c_1 + c_2 + c_3 + c_4$  равна:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0; 2) 1; 3) -2; 4) -1.

12. Решить систему линейных уравнений  $\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 2x + 5y = -3. \end{cases}$  методом Крамера:

Если  $x_1 = c_1, x_2 = c_2$ , – решение системы, то сумма  $c_1 + c_2$  равна:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) 2.

13. Решить системы линейных уравнений при помощи обратных матрица (матричный способ решения уравнений):

$$3x_1 - x_2 + 7x_3 = 10,$$

$$-2x_1 - 5x_3 = -7,$$

$$x_1 + x_3 + 2x_4 = -1. \text{ Сделать проверку.}$$

14. Решить матричное уравнение  $X \cdot A = B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$ .

Сделать проверку.

15. Решить матричное уравнение  $A \cdot X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$ .

Сделать проверку.

**1 курс, 2 семестр.**

## ТЕМЫ 4-6.

### Задания:

1. Является ли следующее правило алгебраической операцией? ( $\forall a, b \in \mathbb{Z}$ )  $a * b = ab$ . Если да, то какими из свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов) эта операция обладает?

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) ассоциативность; 2) коммутативность; 3) наличие нейтрального элемента; 4) наличие симметрических элементов; 5) операция не является алгебраической.

2. Выбрать группы среди предложенных алгебр:

A)  $\langle T, * \rangle$ , где  $T = \{f(x) = a_1 x^2 + a_2 x + a_3 \mid a_i \in \mathbb{Z}, 1 \leq i \leq 3\}$ , операция  $*$  – обычное сложение многочленов;

B)  $\langle M, \oplus \rangle$ , где  $M = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{N}\}$ , а операция  $\oplus$  определена так:

$(\forall (a_1, b_1), (a_2, b_2) \in M) \quad (a_1, b_1) \oplus (a_2, b_2) = (a_1 a_2, b_1 b_2)$ ;

C)  $\langle \mathbb{Z}, \# \rangle$ , где  $(\forall a, b \in \mathbb{Z}) \quad a \# b = ab$ ;

D)  $\langle S, \clubsuit \rangle$ , где  $S = \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{N}\}$ , а операция  $\clubsuit$  определена так:

$(\forall \alpha, \beta \in S) \quad \alpha \clubsuit \beta$  – обычное умножение.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) B; 2) C; 3) A; 4) D.

3. Найдите наибольший общий делитель  $d$  целых чисел  $a = 1224, b = 1610$ .

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) 3; 2) 2; 3) 1; 4) 12.

4. Указать действительную часть комплексного числа  $\frac{(1+2i)^3 - (3-2i)^2}{2-i} + \frac{1}{(5-i)^2}$ .

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1)  $\frac{-38}{5}$  ; 2)  $\frac{38}{5}$  ; 3)  $\frac{7}{5}$  ; 4)  $\frac{13}{5}$  .

5. Аргумент комплексного числа  $\left( \frac{3-\sqrt{27}i}{-5i} \right)^{55}$  равен

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1)  $\frac{-5\pi}{6}$  ; 2)  $\frac{7\pi}{6}$  ; 3)  $\frac{\pi}{6}$  ; 4)  $\frac{5\pi}{6}$  .

6. Вычислить:  $\frac{(1+i)}{(3-i)} + \frac{(3+i)}{(5-i)}$ .

7. Решить квадратное уравнение  $2z^2 - z + 5 = 0$  в поле  $R$ , в поле  $C$ . Сделать проверку.

8. Является ли следующее правило алгебраической операцией? Если да, то какими из свойств ( ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов ) эта операция обладает? (  $\forall m, n \in N$  )  $m \circ n = m^2 n^2$ . Является ли группой данное множество с данной операцией?

**2курс, 3 семестр.**

**ТЕМЫ 7-10.**

**Задания:**

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера ( если возможно)  $f(x) = x^5 + x^4 + x^3 - 2x^2 + 2x + 3$ ,  $g(x) = x - 2$ . Сделать проверку.

2. При каких  $a$  и  $b$  многочлен  $f(x) = x^6 - 4x^5 + 3x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx - 4$  имеет число 2 корнем не ниже второй кратности?

3. При помощи алгоритма Евклида найти НОД многочленов  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 3x - 12$ ,  $g(x) = x^3 - 4x^2 + 2x - 8$  и выразить его линейно через эти многочлены. Сделать проверку.

4. Выразить НОД многочленов  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 3x - 12$ ,  $g(x) = x^3 - 4x^2 + 2x - 8$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.

5. Найти НОК многочленов  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x - 8$ ,  $g(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 3x - 12$  зная их НОД (задание 1). .. Сделать проверку.

6. Представить многочлены  $f(x) = (x^2+x)(x^2-2x-3)(x+1)$ ,  $g(x) = (x^3-27)(x^2-4x+3)$  над  $R$ . в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .

7. Показать, что  $\left\langle \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & b \end{pmatrix} \mid a, b \in Z, c \in 2Z \right\rangle, +, \bullet$  - кольцо. Имеются ли в нем делители 0?

8. Является ли подкольцом кольца многочленов  $n$ -й степени с действительными коэффициентами множество многочленов  $n$ -й степени с целыми коэффициентами?

9. Является ли полем кольцо  $\langle \{(a, b) | a, b \in \mathbb{R}\}, +, \bullet \rangle$ , где операции определены следующим образом:  
 $(\forall a, b, c, d) \quad (a, b) + (c, d) = (a + c, b + d), \quad (a, b) \bullet (c, d) = (ac, bd)$  ?

10. Пусть  $\langle \mathbb{Z}, +, \bullet \rangle$  - кольцо целых чисел,  $\langle M, +, \bullet \rangle$  - кольцо матриц вида  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$  где  $a, b$  - целые числа. Является ли гомоморфизмом отображение  $\varphi: M \rightarrow \mathbb{Z}$  по правилу:  $(\forall A \in M) \quad \varphi(A) = a - b$  ?

11. Показать, что следующие векторные пространства изоморфны:

а) векторное пространство квадратных матриц 2-го порядка вида  $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_3 \end{pmatrix}$  над полем  $\mathbb{R}$  и арифметическое векторное пространство размерности 3;

12. Доказать, что любое числовое поле будет являться векторным пространством над самим собой.

13. Является ли векторным пространством над полем рациональных чисел:

- а). множество чисел вида  $a + b\sqrt{3}$ , где  $a, b$  - целые числа;
- б). множество чисел вида  $a + b\sqrt{2}$ , где  $a, b$  - рациональные числа;
- в). множество чисел вида  $a + b\sqrt{5}$ , где  $a, b$  - действительные числа;
- г). множество чисел вида  $a + b\sqrt{7}$ , где  $a, b$  - комплексные числа?

14. Является ли подпространством линейного пространства квадратных матриц 2-го порядка с действительными элементами:

- а). множество квадратных матриц 2-го порядка с целыми элементами;
- б). множество квадратных матриц 2-го порядка с рациональными элементами;
- в). множество квадратных матриц 2-го порядка с действительными элементами?

15. Найти размерность и какой-нибудь базис следующих подпространств  $U$  векторного пространства  $V$  квадратных матриц 2-го порядка с действительными элементами над полем  $\mathbb{R}$ :

- а) матриц вида  $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_3 \end{pmatrix}$ ,  $a_i \in \mathbb{R}$ ; б) матриц вида  $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ;
- в) матриц вида  $\begin{pmatrix} 0 & a_1 \\ a_2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $a_i \in \mathbb{R}$ ; г) матриц вида  $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $a_i \in \mathbb{R}$ ;
- д) матриц вида  $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ; е) матриц вида  $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ -a_2 & a_1 \end{pmatrix}$ ,  $a_i \in \mathbb{R}$ .

16. Даны два базиса. Записать матрицу перехода от первого базиса ко второму:

а) базис  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$  и базис  $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_1$  в пространстве  $\mathbf{R}^4$ ;

б) базис  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5$  и базис  $\varepsilon_5, \varepsilon_4, \varepsilon_3, \varepsilon_2, \varepsilon_1$  в пространстве  $\mathbf{R}^5$ .

17. Даны два базиса. Записать матрицу перехода от первого базиса ко второму и матричную формулу, связывающую оба базиса:

а) базис  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$  и базис  $\alpha_1 = 2\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2 - 3\varepsilon_3 + 6\varepsilon_4$ ,

$$\alpha_2 = -\varepsilon_1 + 3\varepsilon_2 - 3\varepsilon_3 + 3\varepsilon_4,$$

$$\alpha_3 = 7\varepsilon_1 + 5\varepsilon_2 + 2\varepsilon_3 - \varepsilon_4,$$

$$\alpha_4 = 2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \quad + \varepsilon_4;$$

б) базис  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$  и базис  $\beta_1 = -\varepsilon_1 - 12\varepsilon_2 - 3\varepsilon_3 + 6\varepsilon_4$ ,

$$\beta_2 = 3\varepsilon_1 - 9\varepsilon_2 - 3\varepsilon_3 + 3\varepsilon_4,$$

$$\beta_3 = 4\varepsilon_1 + 5\varepsilon_2 + 2\varepsilon_3 - 2\varepsilon_4,$$

$$\beta_4 = -2\varepsilon_1 + 10\varepsilon_2 - 3\varepsilon_3 + \varepsilon_4;$$

18. В единичном базисе даны векторы  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  и  $\gamma$ . Доказать, что система векторов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  образует базис пространства. Найти координаты вектора  $\gamma$  в новом базисе:

а)  $\alpha_1 = (2, 1, -1); \alpha_2 = (-3, 2, -1); \alpha_3 = (1, 1, 1); \gamma = (3, 5, 4).$  в)  $\alpha_1 = (2, 2, 2); \alpha_2 = (2, 0, 2); \alpha_3 = (-3, 2, 2); \gamma = (6, -2, 3).$

б)  $\alpha_1 = (3, 2, 1); \alpha_2 = (1, 2, 1); \alpha_3 = (-1, 1, -1); \gamma = (3, 5, -7);$  г)  $\alpha_1 = (1, 0, -7); \alpha_2 = (2, 1, -3); \alpha_3 = (4, 2, -1); \gamma = (3, 1, -5).$

19. Для следующих систем найти ранг  $R$ , общее решение, размерность и базис пространства  $L$  решений (фундаментальную систему решений), а также само пространство  $L$  решений:  $7x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 0$ ,

$$5x_1 + 8x_2 + 7x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0,$$

$$3x_1 - 8x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0,$$

$$7x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 - 5x_5 = 0;$$

20. Найти матрицу линейного оператора, переводящего единичный базис  $\varepsilon_1 = (1, 0, 0), \varepsilon_2 = (0, 1, 0), \varepsilon_3 = (0, 0, 1)$  в систему векторов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , заданных в единичном базисе:

а)  $\alpha_1 = (2, -3, 1),$

б)  $\alpha_1 = (5, -4, 3),$

в)  $\alpha_1 = (3, 1, 13),$

$\alpha_2 = (-1, 7, -3),$

$\alpha_2 = (-2, -7, 3),$

$\alpha_2 = (1, 8, -3),$

$\alpha_3 = (2, -1, 8);$

$\alpha_3 = (2, 10, 8);$

$\alpha_3 = (3, 11, -8).$

21. Найти ранг  $r$  и дефект  $d$  линейного оператора  $f$  векторного пространства  $\mathbf{R}^3$ , заданного для любого вектора  $\beta = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3$  следующим образом:

а)  $f(\beta) = (x_1 - x_2, x_2 - x_3, x_3 - x_1);$

б)  $f(\beta) = (x_3 - x_2, x_1, x_1 + x_2);$

в)  $f(\beta) = (x_2 + x_3, 2x_1 + x_3, 3x_1 - x_2 + x_3);$

г)  $f(\beta) = (2x_1 + 2x_2, x_2, x_3 - x_1);$

22. Оператор  $\varphi$  в базисе  $a_1, a_2$  имеет матрицу  $A$ . Оператор  $\psi$  в базисе  $b_1, b_2$  имеет матрицу  $B$ . Найти матрицу  $C$  оператора  $f$  в базисе  $a_1, a_2$ : а)  $a_1 = (2, -3), a_2 = (1, -2); b_1 = (2, -1), b_2 = (1, -1);$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad f = \varphi + 2\psi;$$

$$\text{б) } a_1 = (1, 1), a_2 = (2, 1); \quad b_1 = (1, 2), b_2 = (3, 5);$$

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -14 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad f = \varphi + 3\psi;$$

$$\text{в) } a_1 = (1, 1), a_2 = (1, 2); \quad b_1 = (-1, 0), b_2 = (2, -1);$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad f = 100\varphi + \psi;$$

$$\text{г) } a_1 = (-1, 0), a_2 = (1, 1); \quad b_1 = (3, 1), b_2 = (2, 1);$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}, \quad f = -2\varphi + \psi.$$

23. Выяснить, можно ли данную матрицу линейного оператора привести к диагональному виду путем перехода к новому базису. Если можно, то найти этот базис и диагональную матрицу. Сделать проверку.

$$\text{а) } \begin{pmatrix} -3 & 4 & -3 \\ -3 & 4 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 0 & 4 & -5 \\ 0 & 4 & 7 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 \\ 0 & 4 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix};$$

**2 курс, 4 семестр.**

## ТЕМЫ 11-12.

### Задания:

1. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнения:

$$x^3 - 15x^2 + 72x - 108 = 0. \quad x^3 - 6x^2 - 3x + 148 = 0.$$

2. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнения

$$x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 20x + 25 = 0.$$

$$x^4 - 8x^3 + 21x^2 - 20x + 5 = 0.$$

3. Найти рациональные корни многочленов  $f(x) = 12x^4 + 32x^3 + 23x^2 + 15x + 18$ ,

$$f(x) = x^5 - 7x^3 - 12x^2 + 6x + 36.$$

4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочленов

$$f(x) = x^5 - 8x^4 + 14x^3 - 28x^2 - 2x - 26, \quad f(x) = x^5 - 7x^3 - 12x^2 + 6x + 36 \quad \text{над полем рациональных чисел } \mathbb{Q}.$$

5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа: 1, -2, 1, 1-2i, 3i.

6.. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа:  $-1$ ,  $-2+3i$ ,  $1+i$ .

7. Разложить многочлен  $f(x) = 20x^5 + 22x^4 - 102x^3 + 41x^2 + 13x - 6$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbf{Z}$  и над полями  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{C}$ .

8. Разложить многочлен  $f(x) = 3x^5 + 5x^4 - 17x^3 - 31x^2 + 4$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbf{Z}$  и над полями  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{C}$ .

9. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $(x_1 + x_2)^2 (x_2 + x_3)^2 (x_3 + x_1)^2 = \sigma_1^2 \sigma_2^2 - 2\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3^2$ .

10.. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $x_1^3 x_2^2 + x_1^3 x_3^2 + x_1^2 x_2^3 + x_1^2 x_3^3 + x_2^3 x_3^2 + x_2^2 x_3^3 = \sigma_1 \sigma_2^2 - 2\sigma_1^2 \sigma_3 - \sigma_2 \sigma_3$ .

### Примеры заданий для текущего контроля (контрольные работы).

**1 курс, 1 семестр.**

#### ТЕМЫ 1-3.

##### Задания:

1. Вычислить  $(A \cdot C + 3B)^T$  для  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

2. Найти коэффициент при  $x$  в разложении определителей

$$\begin{vmatrix} 7 & 3 & -1 & x & 3 \\ 6 & 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 5 & x & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

3. Решить методом Гаусса системы линейных уравнений:

$$x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 5,$$

$$3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5,$$

$$x_1 + x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 15,$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6. \text{ Сделать проверку.}$$

4. Решить систему линейных уравнений двумя способами (метод Крамера и матричный способ решения уравнений):

$$-3x_1 - x + 7x_3 = 1,$$

$$x_1 - 5x_3 = -7,$$

$$x_1 + x_3 + 2x_3 = -1. \text{ Сделать проверку.}$$

**1 курс, 2 семестр.**

## ТЕМЫ 4-6.

### Задания:

1. При помощи Алгоритма Евклида найдите наибольший общий делитель  $d$  целых чисел  $a = 783$ ,  $b = 1015$  и его линейное выражение через эти числа.
2. Найдите каноническое представление целых чисел  $a = 783$  и  $b = 1015$  и их наибольший общий делитель  $d$  и наименьшее общее кратное  $m$ .
3. Является ли следующее правило алгебраической операцией на множестве  $N$ ? Если да, то какими из свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов) эта операция обладает?  $(\forall \alpha, \beta \in N) \quad \alpha \oplus \beta = \alpha$ . Является ли группой данное множество с данной операцией?

4. Вычислить: 
$$\frac{(1+2i)^3 - (3-2i)^2}{2-i} + \frac{1}{(5-i)^2} \cdot \frac{(5+i)}{(3-i)} + \frac{(3+3i)}{(5-i)^2}.$$

5. Решить квадратное уравнение  $z^2 - z + 5 = 0$  в поле  $R$ , в поле  $C$ . Сделать проверку.

6. Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексных чисел:

$$\left( \frac{3 - \sqrt{27}i}{-5i} \right)^{55}.$$
 Ответ дать в алгебраической форме.

6. Уравнение  $x^4 = -81$  решить в поле комплексных чисел. Сделать проверку (для двух значений).

## 2 курс, 3 семестр.

## ТЕМЫ 7-10.

### Задания:

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно).  
 $f(x) = x^5 + x^4 + x^3 - 2x^2 + 2x + 3$ ,  $g(x) = x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 8x + 3$ . Сделать проверку.
2. Определить показатель кратности корня  $x_0 = 2$  многочлена  $f(x) = x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 22x^3 + 21x^2 - 12x + 4$ .
3. При помощи алгоритма Евклида найти НОД многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ ,  $g(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$ . Сделать проверку.
4. Выразить НОД многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ ,  $g(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.
5. Найти НОК многочленов  $f(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$ ,  $g(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ , зная их НОД (задание 1). Сделать проверку.

6. Представить многочлены  $f(x) = (x^2+4)(x^2-4)(x^2-3x+2)(x+1)$ ,  $g(x) = (x^3-4x)(x^2+2x+1)(x-2)$  над  $\mathbb{R}$  в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .

7. Является ли подгруппой аддитивной группы действительных матриц 2-го порядка множество

матриц вида  $\begin{pmatrix} x & 0 \\ y & 0 \end{pmatrix}$  с целыми элементами?

8. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби  $\frac{\sqrt[3]{2}+1}{-\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}+3}$ , применив метод, использованный при доказательстве соответствующей теоремы.

9. Докажите изоморфизм колец  $K_1 = \langle \{a+b\sqrt[3]{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}, +, \bullet \rangle$  и  $K_2 = \langle \begin{pmatrix} a & -3b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \rangle, +, \bullet \rangle$ .

## 2 курс, 4 семестр.

### ТЕМЫ 11-12.

#### Задания:

1. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 + x^3 - 5x^2 + 2 = 0$ .

2. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнение  $2x^3 + 3x^2 - 3x - 9 = 0$ .

3. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 24x^4 - 42x^3 - 77x^2 + 56x + 60$ .

4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = 6x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 25x^2 + 75x + 35$  над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ .

5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа: 2, -7,  $1+i$ ,  $i$ .

6. Разложить многочлен  $f(x) = 4x^6 - 20x^5 + 9x^4 + 75x^3 - 94x^2 + 20x - 24$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbb{Z}$  и над полями  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ .

7. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $(x_1 + x_2 - x_3)(x_2 + x_3 - x_1)(x_3 + x_1 - x_2) = -\sigma_1^3 + 4\sigma_1\sigma_2 - 8\sigma_3$ .

### Вопросы к экзаменам (контроль по дисциплине за семестр).

#### 1 курс, 1 семестр.

#### Вопросы:

1. Матрицы над полем. Операция сложения матриц. Свойства операции сложения.
2. Умножение матриц на действительное число. Свойства этой операции.

3. Умножение матриц. Свойства этой операции (ассоциативность, некоммутативность, нейтральный элемент). Обратные матрицы.
4. Транспонирование матриц, транспонирование произведения матриц.
5. Квадратные матрицы. Единичная матрица. Обратные и обратимые матрицы.
6. Определитель квадратной матрицы. Определитель 2,3 порядков. Определитель  $n$ -го порядка.
7. Алгебраические дополнения и миноры элемента определителя.
8. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).
9. Свойства определителя. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Определитель треугольного вида.
10. Вычисление обратной матрицы при помощи алгебраических дополнений.
11. Простейшие матричные уравнения, их решение.
12. Системы линейных уравнений (СЛУ). Решения СЛУ. Равносильные СЛУ.
13. Однородные и неоднородные СЛУ, свойства их решений.
14. Элементарные преобразования СЛУ. Равносильность СЛУ при элементарных преобразованиях.
15. Элементарные преобразования матриц.
16. Ступенчатые системы линейных уравнений. Приведение СЛУ к ступенчатому виду.
17. Матрицы, соответствующие СЛУ. Элементарные преобразования матриц. Ступенчатые матрицы. Ранг матрицы. Ранг СЛУ.
18. Теорема о числе решений систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Общие и частные решения систем линейных уравнений.
19. Запись и решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными в матричной форме.
20. Правило Крамера решения системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.

### **1 курс, 2 семестр.**

#### **Вопросы:**

1. Алгебраическая операция на множестве, примеры. Свойства бинарной алгебраической операции.
2. Группа. Примеры групп. Простейшие свойства группы.
3. Кольцо. Примеры колец. Простейшие свойства кольца.
4. Поле. Примеры полей. Его простейшие свойства.
5. Подгруппа. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество группы являлось ее подгруппой.
6. Подкольцо. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество кольца являлось его подкольцом.
7. Подполе. Необходимое и достаточное условие того, чтобы некоторое подмножество поля являлось его подполем.
8. Кольцо целых чисел. Делимость в кольце целых чисел.
9. Деление с остатком в кольце целых чисел.
10. Наибольший общий делитель целых чисел. Алгоритм Евклида.
11. Линейное выражение НОД,
12. Наименьшее общее кратное целых чисел.
13. Простые и составные числа.
14. Разложение целого числа в произведение простых чисел.
15. Поле комплексных чисел как расширение поля действительных чисел.

16. Алгебраическая форма комплексных чисел, операции с ними.
17. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними.
18. Тригонометрическая форма комплексного числа.
19. Корни из комплексных чисел.
20. Корни  $n$ -й степени из единицы.
21. Решение двучленных уравнений.

## 2курс, 3 семестр.

Вопросы:

1. Построение кольца многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
2. Теория делимости в кольце многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
3. Теорема о делении с остатком.
4. Деление многочлена на двучлен  $x-a$  и корни многочлена.
5. Теорема Безу. Кратные корни. Наибольшее возможное число корней многочлена.
6. Наибольший общий делитель многочленов над полем. Алгоритм Евклида.
7. Наименьшее общее кратное многочленов.
8. Неприводимые и приводимые над полем действительных чисел многочлены, их свойства.
9. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность.
10. Каноническая форма записи многочлена. Нахождение НОД и НОК многочленов.

---

11. Группы. Изоморфизм групп, его свойства.
12. Теорема о том, что группа, изоморфная группе, сама является группой.
13. Гомоморфизм групп, его свойства. Ядро гомоморфизма групп.
14. Кольца. Изоморфизм колец, его свойства.
15. Теорема о том, что алгебра, изоморфная кольцу, сама является кольцом.
16. Гомоморфизм колец, его свойства. Ядро гомоморфизма колец.
17. Числовые сравнения. Необходимое и достаточное условие сравнимости двух целых чисел. Свойства числовых сравнений.
18. Классы вычетов по модулю  $m$ . Полная и приведенная система вычетов. Кольцо классов вычетов по модулю  $m$ .
19. Кольца классов вычетов в кольце целых чисел.
20. Поля. Изоморфизм полей, его свойства.
21. Теорема о том, что алгебра, изоморфная полю, сама является полем.
22. Гомоморфизм полей, его свойства.
23. Простое и составное расширение поля.
24. Алгебраические и трансцендентные элементы над полем.
25. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента.
26. Строение простого алгебраического расширения поля. Избавление от иррациональности.
27. Арифметическое векторное пространство.
28. Конечномерное векторное пространство над произвольным полем, его простейшие свойства, примеры.
29. Базис и размерность конечномерного векторного пространства.
30. Матрица перехода от базиса к базису.
31. Связь между координатными строками вектора в различных базисах.
32. Линейное отображение векторных пространств, его свойства.
33. Преобразование координат.
34. Матрица перехода от одного базиса векторного пространства к другому.

35. Линейный оператор в векторном пространстве и его матрица, изменение ее при переходе к другому базису.
36. Операции над линейными операторами.
37. Линейная алгебра над полем.
38. Образ и ядро, ранг и дефект линейного оператора.
39. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
40. Характеристическое уравнение линейного оператора.
41. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

## **2 курс, 4 семестр.**

### **Вопросы:**

1. Кольцо многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
2. Делимость в кольце многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
3. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов от одной переменной над полем действительных чисел.
4. Деление многочлена на двучлен  $x-a$  и корни многочлена.
5. Теорема Безу. Кратные корни. Наибольшее возможное число корней многочлена.
6. Наибольший общий делитель многочленов над полем. Алгоритм Евклида.
7. Линейное выражение наибольшего общего делителя многочленов над полем
8. Наименьшее общее кратное многочленов. Связь НОД и НОК.
9. Неприводимые и приводимые над полем действительных чисел многочлены, их свойства.
10. Разложение многочлена в произведение многочленов, неприводимых над данным полем
11. Каноническая форма записи многочленов. НОД и НОК в канонической форме.
12. Расширения полей. Строение простого расширения поля. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента.
13. Строение простого алгебраического расширения поля.
14. Многочлены от  $n$  переменных и действия над ними. Степень многочлена от  $n$  переменных.
15. Кольцо многочленов от  $n$  переменных над областью целостности. Лексикографическое упорядочение членов многочлена от  $n$  переменных. Высший член произведения двух многочленов.
16. Симметрические многочлены. Свойства высшего члена симметрического многочлена
17. Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее.
18. Многочлены от одной переменной над полем комплексных чисел. Основная теорема алгебры.
19. Алгебраическая замкнутость полей. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
20. Разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей
21. Решение уравнений третьей степени над полем комплексных чисел .
22. Решение уравнений четвертой степени над полем комплексных чисел
23. Корни многочлена над полем действительных чисел. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
24. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей.
25. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
26. Необходимый признак рационального корня многочлена с целыми коэффициентами.

27. Критерий неприводимости многочленов над полем рациональных чисел (Эйзенштейна).  
 28. Понятие разрешимости уравнения в радикалах. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах.  
 29. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.

### Примеры практических заданий для контроля знаний на семестровом экзамене.

1 курс, 1 семестр.

#### ТЕМЫ 1-3.

#### Задания:

- Вычислить сумму  $(A+B)C$ , где  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- Вычислить произведение матриц  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , и наоборот.
- Перемножить матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ , и наоборот.
- Вычислить произведение матрицы  $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  на транспонированную ей, и наоборот.
- Показать, что  $(A \bullet B)^T = B^T \bullet A^T$ , если  $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .
- Для матрицы  $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & - \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  найти обратную матрицу. Сделать проверку.
- Решить уравнение  $X \cdot A = B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Сделать проверку.
- Решить матричное уравнение  $A \cdot X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Сделать проверку.
- Найти двумя разными способами коэффициент при  $x$  в разложении определителя  $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ .10.
- Решить методом Гаусса систему линейных уравнений. Сделать проверку.  

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 1, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 &= 2, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 3x_5 &= 3, \\ x_1 + 15x_2 + 6x_3 - 19x_4 + 9x_5 &= 9. \end{aligned}$$

1 курс, 2 семестр. .

#### ТЕМЫ 4-6.

##### Задания:

1 При помощи Алгоритма Евклида найдите наибольший общий делитель  $d$  целых чисел  $a = 1015$ ,  $b = 638$  и его линейное выражение через эти числа.

2. Найдите каноническое представление целых чисел  $a = 1015$  и  $b = 638$  и их наибольший общий делитель  $d$  и наименьшее общее кратное  $m$ .

3. Является ли следующее правило алгебраической операцией? Если да, то какими из свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов) эта операция обладает?  $(\forall a, b \in \mathbb{Z}) \quad a * b = a^b$ . Является ли группой данное множество с данной операцией?

4. Вычислить: 
$$\frac{(1+2i) - (3-2i)^2}{2-i} + \frac{1}{(5-i)}.$$

5. Решить квадратное уравнение  $z^2 - z + 5 = 0$  в поле  $\mathbb{R}$ , в поле  $\mathbb{C}$ . Сделать проверку.

6. Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексных чисел. Ответ дать в алгебраической форме.

7. Уравнение  $x^4 = -81$  решить в поле комплексных чисел. Сделать проверку (для двух значений).

8. Является ли следующее правило алгебраической операцией?  $(\forall a, b \in \mathbb{Z}) \quad a * b = a^b$ . Если да, то какими из свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтральных, симметрических элементов) эта операция обладает?

##### ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) ассоциативность; 2) коммутативность; 3) наличие нейтрального элемента; 4) наличие симметрических элементов; 5) операция не является алгебраической.

9. Решить квадратное уравнение  $2z^2 - z + 5 = 0$  в поле  $\mathbb{R}$ , в поле  $\mathbb{C}$ . Сделать проверку.

10. Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексных чисел:

$$\left( \frac{-\sqrt{3}+i}{-2-2i} \right)^{12}.$$
 Ответ дать в алгебраической форме.

11. Уравнение  $x^4 = 225$  решить в поле комплексных чисел. Сделать проверку (для двух значений).

21 При помощи Алгоритма Евклида найдите наибольший общий делитель  $d$  целых чисел  $a = 1015$ ,  $b = 638$  и его линейное выражение через эти числа.

13. Найдите каноническое представление целых чисел  $a = 1015$  и  $b = 638$  и их наибольший общий делитель  $d$  и наименьшее общее кратное  $m$ .

## 2 курс, 3 семестр.

### ТЕМЫ 7-10.

#### Задания:

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  разными способами: 1) «уголком», 2) методом неопределённых коэффициентов, 3) по схеме Горнера (если возможно)

$f(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1$ ,  $g(x) = x^2 - x - 1$ . Сделать проверку.

2. При каких условиях многочлен  $f(x) = x^6 - 2x^5 - x^4 - 2x^3 + ax^2 + bx + c$  имеет число 1 корнем третьей кратности?

3. При помощи алгоритма Евклида найти наибольший общий делитель многочленов  $f(x) = 4x^5 - 4x^4 + 5x^3 - 4x^2 - x + 1$ ,  $g(x) = 2x^3 + x^2 + x - 1$  и выразить его линейно через эти многочлены. Сделать проверку.

4. Выразить НОД многочленов  $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 8x + 12$ ,  $g(x) = 3x^4 + 5x^3 + 12x + 20$  линейно через эти многочлены. Сделать проверку.

5. Найти НОК многочленов  $f(x) = 2x^3 + x^2 + x - 1$ ,  $g(x) = 4x^5 - 4x^4 + 5x^3 - 4x^2 - x + 1$  зная их НОД (задание 1).. Сделать проверку

6. Представить многочлены  $f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x^3 - 2x)^2(x - 3)^2$ ,  $g(x) = (x^2 - 2x - 3)(x^2 + 2x + 3)(x^3 - 2\sqrt{2})$  над  $\mathbb{R}$  в канонической форме и найти их НОД  $d(x)$  и НОК  $m(x)$ .

7. Избавиться от иррациональности в знаменателе  $\frac{\sqrt[3]{5} + 2}{\sqrt[3]{25} + 3\sqrt[3]{5} - 2}$ , применив метод, использованный при доказательстве соответствующей теоремы.

## 2 курс, 4 семестр.

### ТЕМЫ 11-12.

#### Задания:

1. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнение

$$x^3 - 9x^2 + 18x - 28 = 0$$

2. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 6x + 5 = 0$ .

3. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 24x^5 + 10x^4 - x^3 - 19x^2 - 5x + 6$ .

4. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена

$$f(x) = 5x^5 - 4x^4 + 14x^3 - 28x^2 + 2x - 2 \text{ над полем рациональных чисел } \mathbb{Q}.$$

5. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа: 3,  $1 + i$ ,  $2i$ .

6. Разложить многочлен  $f(x) = 4x^5 - 3x^4 - 12x^3 + 9x^2 - 16x + 12$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbf{Z}$  и над полями  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}$ .

7. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $(x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + x_2 + x_4)(x_1 + x_3 + x_4)(x_3 + x_1 - x_2) = \sigma_1^2 \sigma_2 - \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_4$ .

8. Решить методом Кардано в поле комплексных чисел уравнение  $x^3 + 9x^2 + 18x + 28 = 0$ .

9. Решить методом Феррари в поле комплексных чисел уравнение  $x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 4x - 6 = 0$ .

10. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 9x^5 - 6x^4 + 10x^3 + 39x^2 - 21x + 1$ .

11. Докажите при помощи критерия Эйзенштейна неприводимость многочлена  $f(x) = x^5 + 7x^4 - 14x^3 - 7x^2 + 28x - 35$  над полем рациональных чисел  $\mathbf{Q}$ .

12. Найти многочлен с действительными коэффициентами, корнями которого являются числа:  $-1-3i$ ,  $3$ ,  $-3$ ,  $-1$ .

13. Разложить многочлен  $f(x) = 24x^4 + 64x^3 - 9x^2 - 71x + 22$  в произведение неприводимых множителей над кольцом  $\mathbf{Z}$  и над полями  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}$ .

14. Убедиться, что следующий многочлен – симметрический, и что он верно выражен через элементарные симметрические многочлены:  $(x_1 x_2 - x_3)(x_2 x_3 - x_1)(x_3 x_1 - x_2) = \sigma_3^2 - \sigma_1^2 \sigma_2 + 2\sigma_2 \sigma_3 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1 \sigma_3 - \sigma_3$ .

#### 5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Основными формами текущего и итогового контроля являются устные опросы группы во время практических занятий, тестирование, контрольные работы, семестровое задание для самостоятельной работы и зачет с оценкой.

Проверка выполнения домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на занятиях. Также на занятиях проводятся текущие устные опросы студентов, тестирование, обсуждение хода выполнения семестрового задания.

Итоговая оценка знаний студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов, которые конвертируется в оценку по пятибалльной шкале (итоговая форма контроля – зачет с оценкой), по следующей схеме:

Шкала соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам:

| Оценка по 5-балльной системе |         | Оценка по 100-балльной системе |
|------------------------------|---------|--------------------------------|
| 5                            | отлично | 81 – 100                       |
| 4                            | хорошо  | 61 - 80                        |

|   |                               |         |
|---|-------------------------------|---------|
| 3 | удовлетворительно             | 41 - 60 |
| 2 | неудовлетворительно           | 21 - 40 |
| 1 | необходимо повторное изучение | 0 - 20  |

Общая оценка (100 баллов) складывается из оценки за текущую успеваемость (76 баллов), и оценки за экзамен (24 баллов)

1) Посещение занятий – 0.8 балл.

Всего – 45 баллов по числу занятий (лекционные и практические занятия).

2) Написание конспекта – 15 баллов.

3) Контрольная работа – 4 баллов

Всего 16 баллов по числу работ

4) Экзамен -24 баллов.

### ***Критерии оценивания конспекта***

Если студент излагает материал последовательно и грамотно, делает необходимые обобщения и выводы, то ему выставляется 0.25 балла.

Если студент излагает материал неполно, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, при этом студент делает необходимые обобщения и выводы, то ему выставляется 0.15 балл.

Если студент не раскрывает основного содержания учебного материала, демонстрирует незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допускает ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые им не исправляются после нескольких замечаний преподавателя, то ему выставляется 0 баллов.

### ***Критерии оценивания контрольной работы***

Если студент правильно решил все задания и обосновал полученные результаты, то ему выставляется 4 баллов.

Если студент правильно решил все задания, но не смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 4 баллов.

Если студент правильно решил 60% - 80% всех заданий, но не смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 3 баллов.

Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал полученные результаты, то ему выставляется 2 баллов.

Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал не все полученные результаты, то ему выставляется 1 балл (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 1 балл.

Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и не смог обосновать

полученные результаты, то ему выставляется 0 баллов.

***Критерии оценивания ответов студентов на экзамене***

| Баллы | Критерии оценивания                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 22-24 | студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки определений, теорем и свойств, грамотно проводит доказательства теорем и свойств, правильно, аргументировано ответил на все дополнительные к билету экзамена вопросы, привел примеры, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников, без ошибок выполнил практическое задание |
| 18-21 | студент хорошо ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, грамотно проводит доказательства теорем и свойств, правильно ответил на дополнительные к билету экзамена вопросы, привел некоторые примеры, без ошибок выполнил практическое задание                                                                                |
| 15-17 | студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки некоторых определений, теорем и свойств, проводит доказательства теорем и свойств, ошибается при ответе на дополнительные к билету экзамена вопросы, привел некоторые примеры, без ошибок выполнил практическое задание                                                                      |
| 11-14 | студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, ошибается при доказательствах теорем и свойств (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов), без ошибок выполнил практическое задание.                                                                             |
| 6-10  | студент плохо ориентируется в теоретическом материале, допускает ошибки в формулировках основных определений, теорем и свойств, ошибается при доказательствах теорем и свойств (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов), допустил арифметическую ошибку в практическом задании.                                                                            |
| 3-5   | Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, приводит теоремы и свойства без доказательств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов)                                  |
| 0-2   | студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач, не выполнил практическое задание.                                                                                                                                                  |

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Основная литература

1. **Курош, А.Г.** Лекции по общей алгебре: учебник для вузов / А. Г. Курош. - 3-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2019. - 556с. – Текст: непосредственный.
2. **Курош, А.Г.** Курс высшей алгебры: учебник для вузов / А. Г. Курош. - 19-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2019. - 432с. – Текст: непосредственный.
3. **Пинчук, И.А.** Основные структуры алгебры: учеб. пособие для физ.-мат. фак. / И. А. Пинчук. - М. : МГОУ, 2016. - 64с. – Текст: непосредственный.
4. Смолин Ю.Н. Смолин Ю.Н., Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю.Н. Смолин - М. : ФЛИНТА, 2017. - 464 с. - ISBN 978-5-9765-0050-1 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976500501.html> - (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для автоиз. Пользователей ЭБС Консультант студента. – Текст: электронный.

### 6.2. Дополнительная литература

1. **Фаддеев, Д.К.** Лекции по алгебре: Учеб. пособие для вузов / Д. К. Фаддеев. - 5-е изд ; стереотип. - СПб : Лань, 2007. - 416с. – Текст: непосредственный.
2. **Кострикин А.И.** Введение в алгебру: учебник для вузов. ч.2. линейная алгебра / А. И. Кострикин. - 3-е изд. - М. : Физматлит, 2004. - 368с. – Текст: непосредственный.
3. **Кострикин А.И.** Введение в алгебру: учебник для вузов . ч.1. основы алгебры / А. И. Кострикин. - 2-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2004. - 272с. – Текст: непосредственный.
4. **Кострикин А.И.** Введение в алгебру: учебник для вузов. ч.3. основ. структуры алгебры / А. И. Кострикин. - М. : Физ.-мат. лит., 2000. - 272с. – Текст: непосредственный.
5. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140> (дата обращения 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» . — Текст : электронный.
6. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144> (дата обращения 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» . — Текст : электронный.
7. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951> (дата обращения 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» . — Текст : электронный.
8. **Шилин И.А.** Алгебра: алгебраические структуры : учеб. пособие для матем. спец. пед. вузов / И. А. Шилин. - 2-е изд., доп. - М. : Альфа, 2002. - 91с. – Текст: непосредственный.
9. Баврин, И.И. Математика: учебник для вузов / И. И. Баврин. - 10е изд., стереотип. - М. : Академия, 2013. - 624с. – Текст: непосредственный.

10. Глухов, М.М. Алгебра : учебник / М.М. Глухов, В.П. Елизаров, А.А. Нечаев. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-1961-6. — URL: <https://e.lanbook.com/book/67458> (дата обращения: 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Лань» . — Текст : электронный.
11. Ларин, С. В. Алгебра: многочлены : учебное пособие для академического бакалавриата / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 136 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-07825-1. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/441297> (дата обращения: 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Юрайт» . — Текст : электронный.
12. Варпаховский Ф.И., Солодовников А.С. Задачник-практикум по алгебре, ч.1. — М.: Просвещение, 1982. — 135 с.
13. Винберг Э.Е. Алгебра многочленов [Текст] : учеб. пособие для студентов-заочников III- IV курсов физ.- мат. факультетов педагогических институтов. — М.: Просвещение, 1980. — 176с. — Текст: непосредственный.
14. Винберг, Э.Б. Курс алгебры : учебник / Э.Б. Винберг. - Москва : МЦНМО, 2011. - 591 с. - ISBN 978-5-94057-685-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299> (дата обращения 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» . — Текст : электронный.
15. Дураков Б.К. Краткий курс высшей алгебры. — М., Физматлит, 2006. — 232с.
16. Куликов, Л.Я. Алгебра и теория чисел [Текст] : учеб. пособие для педвузов. - М. : Высшая школа, 1979. - 558с. — Текст: непосредственный.
17. Куликов Л.Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел: учеб. пособие для вузов / Л. Я. Куликов, А. И. Москаленко, А. А. Фомин. - М. : Просвещение, 1993. - 288с. — Текст: непосредственный.
18. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : учеб. пособие / И. В. Проскуряков. - 11-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2008. - 480с. — Текст: непосредственный.
19. Солодовников А. С, Родина М. А. Задачник-практикум по алгебре. Ч. IV. Учеб. пособие для студентов-заочников физ.-мат. фак. пед. ин-тов. —М.: Просвещение, 1985. — 127с. — Моск. гос. заоч. пед. ин-т.
20. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7/ - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/438021> (дата обращения 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «znanium.com» . — Текст : электронный.

## 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по освоению дисциплины обучающиеся могут найти в следующих пособиях:

1. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.
2. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации об организации выполнения и защиты курсовой работы.
3. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лабораторных и практических занятий.

## **8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **Лицензионное программное обеспечение:**

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

### **Информационные справочные системы:**

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

### **Профессиональные базы данных**

fgosvo.ru

pravo.gov.ru

www.edu.ru

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.

- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;

- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;

- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: комплект учебной мебели, проектор, проекционная доска, персональный компьютер с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.