Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)
Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики

Согласовано управлением организации и контроля качества образовательной деятельности
«10» 06 2020 г
Начальник управления_____
/М.А. Миненкова/

Одобрено учебно-методическим советом
Протокол «10» 06 2020 г. № 7
Председатель_____
/Г.Е. Суслина/

Рабочая программа дисциплины
Теория чисел

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование

Профиль:
Математика

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
заочная

Согласовано учебно-методической комиссией физико-математического факультета:
Протокол «21» мая 2020 г.№ 10
Председатель УМКом_____
/ Барабанова Н.Н./

Рекомендовано кафедрой высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики
Протокол «21» мая 2020 г.№ 11
Зав. кафедрой_____
/ Рассудовская М.М. /

Мытищи
2020

Автор-составитель:

Пинчук Ирина Александровна,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики

Рабочая программа дисциплины (модуля) теории чисел составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Математика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.18г. № 121.

Дисциплина входит в обязательную часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1	Планируемые результаты обучения……	4
2	Место дисциплины в структуре образовательной программы…….....	4
3	Объем и содержание дисциплины……..	4
4	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся….	6
5	Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине…….	7
6	Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины……	19
7	Методические указания по освоению дисциплины…….	19
8	Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине……...	20
9	Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	21

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория чисел» является формирование у студентов общей математической культуры, овладение ими основными математическими понятиями, методами решения задач сформулированными в рамках данной предметной области, и применять их в профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

1. Знакомство студентов с основными математическими понятиями и закономерностями;
2. Формирование у студентов представлений об основных понятиях теории чисел;
3. Освоение основных вычислительных схем и приемов.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ОПК – 8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Теория чисел» относится к обязательной части блока1 Для освоения дисциплины «Теория чисел» студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплины «Линейная алгебра», «Алгебра», «Дискретная математика».

Изучение дисциплины «Теория чисел» является базой для дальнейшего освоения студентами дисциплин «Математическая логика», «Теория алгоритмов», «Технологии и методики обучения математике»

Компетенции, знания, навыки и умения, полученные в ходе изучения дисциплины, должны всесторонне использоваться и развиваться студентами:

- на всех этапах обучения в вузе при изучении дисциплин различных циклов, проведении научных исследований, выполнении контрольных домашних заданий, подготовке курсовых и выпускных квалификационных работ;
- в ходе дальнейшего обучения в магистратуре и аспирантуре;
- в процессе последующей профессиональной деятельности.

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	**Форма обучения**
	заочная
Объем дисциплины в зачетных единицах	3
Объем дисциплины в часах	108
Контактная работа:	14,5
Лекции	4
Практические занятия	8
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2,5
Контрольная работа	0,2
Экзамен	0,3
Предэкзаменационная консультация	2
Самостоятельная работа	80
Контроль	13,5

Формой промежуточной аттестации являются: экзамен в 5 семестре, контрольная работа в 5 семестре

з

3.2.Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) Дисциплины с кратким содержанием	**Кол-во часов**	
	Лекции	**Практические занятия**
1	2	3
Тема 1. . Делимость целых чисел, НОД, НОК и их свойства Делимость целых чисел, свойства делимости. Частное и остаток. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида. Свойства НОД и взаимно простых чисел. Наименьшее общее кратное и его свойства.	1	1
Тема 2. Простые числа Простые числа. Основная теорема арифметики. Свойства простых чисел. Бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена. Неравенства Чебышева. Каноническое разложение натурального числа.		1
Тема 3. Теоретико-числовые функции Целая и дробная части действительного числа. Число делителей и сумма делителей натурального числа.	1	1
Тема 4. Теория сравнений в кольце целых чисел Сравнения. Свойства сравнений. Кольцо и поле классов вычетов. Полная система вычетов. Признак полной системы вычетов. Приведенная система вычетов. Признак приведенной системы вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения по степени простого числа. Сравнения первой степени с одним неизвестным.		1
Тема 5. Решение сравнений Решение в целых числах уравнения ax + by = c. Сравнение по простому модулю. Число решений сравнения по простому модулю. Теорема Вильсона. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю.	1	1
Тема 6. . Первообразные корни и индексы Показатель числа по модулю, свойства показателя. Число классов с заданным показателем. Первообразные корни. Существование первообразных корней по простому модулю. Индексы и их свойства. Двучленные сравнения по простому модулю.	1	1
Тема 7. Приложения теории сравнений Системы счисления, арифметические операции над числами в заданной системе счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Признаки делимости. Признак Паскаля. Десятичные дроби. Конечные, чистые периодические и смешанные периодические десятичные дроби. Цепные дроби. Существование и единственность значения цепной дроби. Представление действительных чисел подходящими дробями. Теорема Дирихле и ее		2

применение к представлению простого числа в виде суммы двух квадратов. Алгебраические и трансцендентные числа.		
Итого	4	8

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Целью самостоятельной работы является углубление понимания и улучшение усвоения курса лекций и практических занятий, подготовка к сдаче зачета с оценкой. А так же формирование способностей к самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их критическому анализу, поиску новых и неординарных решений, аргументированному отстаиванию своих предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссий. Самостоятельная работа требует для своего решения от студента умения устанавливать не только отдельные функциональные связи в ранее усвоенных знаниях и методах их применения, но и умения определять их структуру в целом. Выполнение этих работ стимулирует студента применять усвоенные ранее знания, что делает их более глубокими.

Самостоятельную работу на практических занятиях можно организовать за счет самостоятельного решения поставленных задач, выполнения предлагаемых заданий. На лекциях - дискуссия, обсуждение мнений студентов. На зачете с оценкой – проверка умения решать поставленные задачи и обосновывать выбранный путь и метод решения.

Формы и методы самостоятельной работы студентов и её оформление:

- подготовка расчетных работ по результатам проведенного ознакомления с материалами лекций, а также дополнительными источниками, согласно списка литературы.

С целью оптимизации учебного процесса рекомендуется на первом занятии сообщить студентам общую тематику занятий, цели и задачи курса, темы самостоятельной работы и примерный перечень вопросов по дисциплине, а также обозначить особенности проведения зачета с оценкой и промежуточного контроля. Самостоятельной работой студент обязан заниматься перед каждым практическим занятием в форме выполнения домашней работы.

Темы для самостоятельного изучения	**Изучаемые вопросы**	**Количество часов**	**Формы самостоятельной работы**	**Методические обеспечения**	**Формы отчетности**
Алгоритм Евклида	Описание алгоритма, его приложения в криптологии, решении диофантовых уравнений, методе Штурма	11	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Устный опрос решение задач
Теоретико-числовые функции	Определение, целая часть и дробная часть числа, мультипликативные функции	12	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Решение задач, устный опрос
Кольцо классов вычетов	Построение кольца классов вычетов, поле вычетов, характеристика	12	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература. Ресурсы	Устный опрос реферат

	поля. Решение уравнений в поле.			Интернет.	
Непрерывные дроби	Определение, подходящие дроби, свойства непрерывных дробей, применение непрерывных дробей	12	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Устный опрос Обсуждение на практических занятиях
Системы счисления	Определение, перевод из одной системы в другую, выполнение арифметических действий в различных системах счисления	12	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Устный опрос, решение задач
Китайская теорема об остатках	Формулировка теоремы, эквивалентные утверждения, применение	10	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Устный опрос, решение задач
итого		80			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Ниже представлен материал, отражающий показатели и критерии оценивания сформированности компетенций на различных этапах изучения дисциплины. Задания для студентов представлены на двух уровнях: пороговом и продвинутом. Для оценки сформированности компетенций на данных уровнях применена 100 - балльная шкала.

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК-8	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2.Самостоятельная работа.	Знать: концептуальные содержательные идеи дискретной математики, теории множеств,	Посещение, контрольная работа, доклад, устный опрос, конспект, экзамен	41-60

			математической логики, основные методы решения задач Уметь: пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения		
	Продвинутый	1.Работа на учебных занятиях. 2.Самостоятельная работа.	Знать: Понятийно-категориальный аппарат, концептуальные содержательные идеи дискретной математики, идейные и логические связи понятий и фактов теории множеств и логики, методы решения задач Уметь: пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения, адаптировать результаты изучения понятий и фактов дискретной математики к школьному	Посещение, контрольная работа, доклад, устный опрос, конспект, экзамен	61-100

			образовательному процессу Владеть: научным стилем изложения содержания, навыками поиска, сбора, систематизации и использования информации, методами и приемами устного и письменного изложения предметного материала		

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Список вопросов для подготовки к теоретической части экзамена:

1. Отношение делимости в кольце целых чисел. Основные свойства.
2. Теорема о делении с остатком.
3. Определение наибольшего делителя и теорема о его нахождении.
4. Линейное представление наибольшего общего делителя данных чисел.
5. Основная теорема арифметики.
6. Наименьшее общее кратное. Теорема о его нахождении.
7. Взаимно простые числа. Основные свойства.
8. Простые числа. Составные числа. Теорема о делимости произведения натуральных чисел на простое число.
9. Числовые функции. Число делителей данного натурального числа.
10. Числовые функции. Сумма делителей данного натурального числа.
11. Числовая функция Эйлера.
12. Функция $E(x)$ и ее применение в теории чисел.
13. Числовые сравнения. Необходимое и достаточное условие сравнимости двух целых чисел.
14. Свойства числовых сравнений.
15. Классы вычетов по модулю t. Полная и приведенная система вычетов.
16. Теорема о свойстве приведенной системы вычетов. Кольцо классов вычетов по модулю t.
17. Малая теорема Ферма, ее обобщение.
18. Теорема Эйлера. Применение этой теоремы.
19. Целые систематические числа. Переход от одной системы счисления к другой. Арифметические действия над целыми систематическими числами.
20. Систематические дроби конечные, бесконечные. Преобразование рационального числа в систематическую дробь. Три вида бесконечных систематических дробей.
21. Теорема Паскаля. Признаки делимости в системе счисления с основанием *t*.
22. Сравнения с одним неизвестным по данному модулю. Теорема о замене коэффициентов числами, сравнимыми с ними по данному модулю.
23. Основные теоремы для решения сравнений.
24. Сравнения второй степени, символ Лежандра.
25. Линейные сравнения с одним неизвестным. Теорема о существовании решения и их числе.
26. Системы линейных сравнений с одним неизвестным. Техника их решения.
27. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби.

28. Решение линейных сравнений с одним неизвестным с помощью цепных дробей.
29. Решение неопределенных уравнений вида $ax + by = c$ с помощью конечных цепных дробей.
30. Первообразные корни и индексы.

Типы задач для подготовки к практической части экзамена:

Типы задач для подготовки к практической части экзамена.
1. Решить задачу, применяя определения НОД и НОК целых чисел.
2. Решить задачу, применяя определения простого и составного числа.
3. Решить задачу, применяя свойства сравнений.
4. Решить задачу, применяя функцию Эйлера.
5. Решить задачу, применяя определение полной и приведенной систем вычетов.
6. Решить задачу, применяя теорему Эйлера.
7. Решите сравнение первой степени с одним неизвестным.
8. Решить задачу, применяя признаки делимости.
9. Выделите все этапы решения указанной алгоритмической задачи.
10. Оцените правильность и рациональность предложенного решения задачи.
11. Составьте несколько задач по указанным данным и опишите способы их решения.
12. Решить задачу, применяя функцию $E(x)$.

Вопросы для работы на учебных занятиях

1. Перечислите основные свойства делимости целых чисел.
2. Дайте определения НОД и НОК.
3. Опишите алгоритм Евклида.
4. Какова связь между НОД и НОК двух чисел?
5. Дайте определение простых и составных чисел.
6. Сформулируйте основную теорему арифметики.
7. Что называется каноническим разложением натурального числа.
8. Какие числовые функции вы знаете?
9. Какова их роль в теории чисел?
10. Какие функции называются мультипликативными?
11. Дайте определение вычетов по модулю.
12. Как строится кольцо классов вычетов по модулю?
13. В каких случаях мы получаем поле?
14. Что такое характеристика поля?
15. Сформулируйте первую теорему о вычетах линейной формы.
16. Дайте определение функции Эйлера.
17. Что называется приведенной системой вычетов?
18. Сформулируйте вторую теорему о вычетах линейной формы.
19. Дайте определение числового сравнение по натуральному модулю.
20. Перечислите основные свойства числовых сравнений.
21. Дайте определение линейного сравнения с одним неизвестным.
22. Перечислите методы решения сравнения с одним неизвестным.
23. Как решаются сравнения по простому модулю p?
24. Как решаются сравнения по произвольному составному модулю.
25. Сформулируйте китайскую теорему об остатках.
26. Приведите примеры ее использования.
27. Опишите методы решения сравнений второй степени.
28. Определите символ Лежандра.
29. Опишите перевод числа из одной системы счисления в другую.
30. Сформулируйте теорему Эйлера.

31. Сформулируйте малую теорему Ферма.
32. Дайте определение непрерывной дроби, приведите примеры.
33. Дайте определение подходящих дробей.
34. Сформулируйте свойства подходящих дробей.
35. Приведите пример решения сравнений первой степени с помощью непрерывных дробей.
36. Как представляются рациональные числа с помощью непрерывных дробей.
37. Как представляются иррациональные числа с помощью непрерывных дробей.
38. Оценка погрешности с помощью непрерывных дробей.
39. Сформулируйте закон взаимности нечетных простых чисел.
40. Перечислите нерешенные проблемы простых чисел.

Контрольная работа
Основные алгоритмы теории чисел

1. Вычислить $\varphi(a)$.

2. Найти линейное представление НОД чисел *a* и *b*.

3. Представить a в виде систематической дроби в системе с основанием *b*.

4. Решить систему сравнений $\begin{cases}(a+b)x \equiv a(\bmod c)\\(\tilde{n}+10)x \equiv -(\tilde{n}-2)(\bmod(\tilde{n}-3))\\(a-3)x \equiv (a+c)(\bmod(b-6))\end{cases}$.

5. Найти две последние цифры в десятичном представлении числа a^b.

6. Вывести и сформулировать признак делимости на *a* в системе счисления с основанием *b*.

7. Представить a в виде цепной дроби, найти подходящие дроби.

8. Найдите остаток от деления a^b на *c*.

9. Решить уравнение в целых числах $ax - by = c$.

10. Найдите сумму и число всех натуральных делителей числа *a*.

Варианты заданий для контрольной работы

задание / вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
параметр	***a***	***a, b***	***a, b***	***a, b, c***	***a, b***	***a, b***	***a***	***a, b, c***	***a, b, c***	***a***
1	720	–38, 20	$\frac{1}{15}$, 6	15, 14, 11	243, 402	3, 5	$\frac{212}{613}$	4, 115, 25	71, 47, 23	375
2	840	64, –50	$\frac{1}{18}$, 6	18, 16, 13	635, 182	4, 5	$\frac{112}{523}$	3, 215, 24	71, 38, 31	275

3	630	–46, 18	$\frac{1}{15}_{7}$,	13, 12, 11	962, 271	3, 6	$\frac{207}{536}$	5, 178, 23	61, 47, 34	325
4	810	–93, 18	$\frac{1}{18}_{7}$,	9, 8, 7	298, 943	5, 6	$\frac{117}{211}$	6, 123, 26	41, 45, 31	350
5	710	–28, 49	$\frac{1}{15}_{9}$,	10, 9, 8	523, 187	4, 7	$\frac{187}{537}$	7, 99, 27	21, 58, 73	400
6	630	36, –72	$\frac{1}{18}_{9}$,	13, 10, 8	392, 451	6, 7	$\frac{261}{401}$	4, 153, 28	89, 42, 53	425
7	465	54, –45	$\frac{1}{15}_{11}$,	15, 14, 5	182, 371	2, 9	$\frac{193}{491}$	5, 211, 22	61, 24, 75	475
8	760	84, –24	$\frac{1}{18}_{11}$,	19, 10, 12	328, 251	4, 9	$\frac{301}{509}$	7, 173, 29	53, 86, 24	250
9	820	–60, 27	$\frac{1}{15}_{12}$,	11, 12, 13	521, 371	6, 9	$\frac{267}{567}$	9, 203, 21	74, 98, 31	335
10	790	63, –39	$\frac{1}{18}_{12}$,	12, 14, 15	394, 296	8, 9	$\frac{191}{431}$	6, 132, 19	69, 24, 64	285

Семестровое задание для самостоятельной работы

1. При каких натуральных значениях n число $\frac{4n+3}{5n+2}$ является целым?
2. Указать наибольшее целое число k, при котором дробь $\frac{12k^2+5k+6}{4k+3}$ является целым числом.
3. Доказать, что $2010^{2010}-1$ делится на 2009.
4. Доказать, что число $222^{333}+333^{222}$ является составным.
5. Пусть p - простое число, большее 3. Доказать, что p^2-1 делится нацело на 24.
6. Найдите все натуральные числа n, при которых n^2+3n+5 делится без остатка на 121.
7. Найдется ли десятизначное число, делящееся на 11, в записи которого использованы все цифры от 0 до 9?
8. Произведение двух натуральных чисел равно 10800, а их наибольший общий делитель равен 60. Найти наименьшее общее кратное этих чисел.
9. Найти все пары натуральных чисел, наибольший общий делитель которых равен 5, а наименьшее общее кратное равно 105.
10. Найти два натуральных числа, сумма которых равна 85, а наименьшее общее кратное равно 102.
11. Доказать, что при любом натуральном n числа $21n+1$ и $14n+3$ - взаимно простые.

12. Найти все целые числа x и y, удовлетворяющие равенству $8x = 14y - 7$.
13. Найдите все пары целых чисел (x, y), удовлетворяющие системе неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 < 18x - 20y - 166 \\ 32x - y^2 > x^2 + 12y + 271 \end{cases}$.
14. Найдите все пары целых чисел (x, y), удовлетворяющие системе неравенств $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 + 24x - 28y + 167 < 0 \\ x + 2y < \dfrac{15}{2} \end{cases}$.
15. Натуральные числа m и n таковы, что и $m^3 + n$, и $m + m^3$ делятся на $m^2 + n^2$. Найти m и n.
16. Решите в натуральных числах уравнение
$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{25},$$
где $m > n$.
17. Решите в натуральных числах уравнение $n! + 5n + 13 = k^2$.
18. Найдите все пары натуральных чисел m и n, являющиеся решениями уравнения $2^m - 3^n = 1$.
19. Произведение нескольких различных простых чисел делится на каждое из этих чисел, уменьшенное на 1. Чему может быть равно это произведение?
20. Найдите все такие пары взаимно простых натуральных чисел a и b, что если к десятичной записи числа a приписать справа через запятую десятичную запись числа b, то получится десятичная запись числа, равного $\dfrac{b}{a}$.
21. Найдите все такие пары натуральных чисел a и b, что если к десятичной записи числа a приписать справа десятичную запись числа b, то получится число, большее произведения чисел a и b на 42.
22. При каком наименьшем натуральном n число 2010! не делится на n^n?
23. У натурального числа n ровно 6 натуральных делителей. Сумма этих делителей равна 3500. Найдите n.
24. Перед каждым из чисел 2,3,…,6 и 11,12,…,19 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего к каждому из образовавшихся чисел первого набора прибавляют каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 45 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Темы докладов

1. Кольцо классов вычетов по простому модулю.
2. Вариации на тему малой теоремы Ферма.
3. Квадратичные вычеты. Символ Лежандра.
4. Порядки вычетов и их свойства.
5. Первообразные корни и вычеты.
6. Символ Якоби.
7. Кольцо делимых чисел Гаусса.
8. Занимательные дроби.
9. Решение уравнений в целых числах.
10. Сложность вычислений в кольце вычетов.
11. Представление чисел квадратичными формами.

12. Сравнения второй степени.
13. Криптосистема RSA.
14. Теорема Эйлера.
15. Сложность арифметических операций с целыми числами.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Оценивание степени освоения обучающимися дисциплины осуществляется на основе «Положение о балльно - рейтинговой системе оценки успеваемости студентов МГОУ».

Сопоставимость рейтинговых показателей студента по разным дисциплинам и балльно - рейтинговой системы оценки успеваемости студентов обеспечивается принятием единого механизма оценки знаний студентов, выраженного в баллах, согласно которому 100 баллов — это полное усвоение знаний по учебной дисциплине, соответствующее требованиям учебной программы.

Основными формами текущего и итогового контроля являются устные опросы группы во время практических занятий, тестирование, контрольные работы, семестровое задание для самостоятельной работы и экзамен.

Проверка выполнения домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на занятиях. Также на занятиях проводятся текущие устные опросы студентов, тестирование, обсуждение хода выполнения семестрового задания.

Итоговая оценка знаний студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов, которые конвертируется в оценку по пятибалльной шкале (итоговая форма контроля – экзамен) по следующей схеме:

Оценка по пятибалльной системе		Оценка по 100-балльной системе
5	отлично	81-100
4	хорошо	61-80
3	удовлетворительно	41-60
2	неудовлетворительно	0-40

Общая оценка (100 баллов) складывается из оценки за текущую успеваемость (80 баллов), и оценки за экзамен (20 баллов)

1) Посещение занятий – 1 балл.

Всего –16 баллов по числу занятий (лекционные и практические занятия).

2) Выполнение заданий контрольной работы – 30 баллов. Контрольная работа содержит 10 заданий, каждое из которых максимально оценивается 3 баллами.

3) Доклад – 4 балла

4) Устный опрос -2 балла

Всего – 8 баллов по числу практических занятий

6)Конспект- 2 балла

Всего 20 баллов по числу требуемых конспектов

7) Экзамен -22 балла.

Критерии оценивания устного опроса

Если студент излагает материал последовательно и грамотно, делает необходимые обобщения и выводы, то ему выставляется 2 балла.

Если студент излагает материал неполно, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии,

исправленные после замечаний преподавателя, при этом студент делает необходимые обобщения и выводы, то ему выставляется 1 балл.

Если студент не раскрывает основного содержания учебного материала, демонстрирует незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допускает ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые им не исправляются после нескольких замечаний преподавателя, то ему выставляется 0 баллов.

Критерии оценивания контрольной работы

Каждое задание контрольной работы оценивается максимально 3баллами.

Если студент правильно решил задание и обосновал полученные результаты, то ему выставляется 3 балла.

Если студент правильно решил задание, но не смог обосновать полученные результаты, или студент, правильно рассуждая, допустил в вычислении арифметическую ошибку, то ему выставляется 1-2 балла.

Если студент не правильно решил задание, то ему выставляется 0 баллов.

Критерии оценивания конспекта

Оценка	Критерии
2	Текст работы логически выстроен и математически грамотно изложен, ясен весь ход рассуждения. Имеются ответы на все поставленные вопросы, и они изложены научным языком, с применением терминологии, принятой в изучаемой дисциплине. Представлены доказательства необходимых теорем и следствий из них
1	Текст работы логически выстроен, математически грамотно изложен. Имеются ответы не на все поставленные вопросы, они изложены с применением терминологии, принятой в изучаемой дисциплине. Представлены доказательства не всех необходимых теорем и следствий из них.
0	Текст работы не соответствует теме или отсутствуют адекватность передачи первоисточника и доказательность материала

Критерии оценивания докладов

	Критерии
4 балла	доклад по теме составлен самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы, презентация адекватно отражает содержание доклада
3 балла	доклад по теме составлен самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы, но нет презентации
2 балла	доклад по теме удовлетворяет требованиям на оценку в 3 баллов, но при этом допущены один–два недочета при освещении основного содержания темы, исправленные по замечанию преподавателя, или допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя, или в докладе может быть недостаточно полно развернута аргументация
1 балл	неполно, непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, или студент не может применить теорию в новой ситуации

0 баллов	не раскрыто основное содержание учебного материала, обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких замечаний преподавателя

Критерии оценивания ответов студентов на экзамене

Баллы	Критерии оценивания
19-22	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки определений, теорем и свойств, грамотно проводит доказательства теорем и свойств, правильно, аргументировано ответил на все дополнительные к билету экзамена вопросы, привел примеры, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников, без ошибок выполнил практическое задание
15-18	Если студент хорошо ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, грамотно проводит доказательства теорем и свойств, правильно ответил на дополнительные к билету экзамена вопросы, привел некоторые примеры, без ошибок выполнил практическое задание
12-14	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки некоторых определений, теорем и свойств, проводит доказательства теорем и свойств, ошибается при ответе на дополнительные к билету экзамена вопросы, привел некоторые примеры, без ошибок выполнил практическое задание
8-11	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, ошибается при доказательствах теорем и свойств (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов), без ошибок выполнил практическое задание.
4-7	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, допускает ошибки в формулировках основных определений, теорем и свойств, ошибается при доказательствах теорем и свойств (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов), допустил арифметическую ошибку в практическом задании.
1-3	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, приводит теоремы и свойства без доказательств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов)
0	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач, не выполнил практическое задание.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. **основная литература**:

1. **Виноградов, И.М.** Основы теории чисел [Текст] : учеб.пособие / И. М. Виноградов. - 13-е изд.,стереотип. - СПб. : Лань, 2019. - 176с. – Текст: непосредственный.
2. Виноградов, И. М. Основы теории чисел / И. М. Виноградов. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 102 с. — (Антология мысли). — ISBN 978-5-534-

09553-1. — URL: https://biblio-online.ru/bcode/441837 (дата обращения: 22.07.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Юрайт. — Текст : электронный.
3. Смолин Ю.Н. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю.Н. Смолин - М. : ФЛИНТА, 2017. - 464 с. - ISBN 978-5-9765-0050-1 - Режим доступа: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976500501.html - (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для автоиз. Пользователей ЭБС Консультант студента. – Текст: электронный.

4. Бухштаб, А.А. Теория чисел : учебное пособие / А.А. Бухштаб. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 384 с. — ISBN 978-5-8114-0847-4. — URL: https://e.lanbook.com/book/65053 (дата обращения: 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Лань». — Текст : электронный

6.2**. дополнительная литература:**

1. Александров, В.А. Задачник-практикум по теории чисел / В.А. Александров, С.М. Горшенин ; Главное управление высших и средних педагогических учебных заведений Министерства просвещения РСФСР, Московский государственный заочный педагогический институт. - 3-е изд. перераб. - Москва : Издательство «Просвещение», 1972. - 80 с. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454825 (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Текст: электронный.
2. Сизый, С.В. Лекции по теории чисел : учебное пособие / С.В. Сизый. - 2-е изд., испр. - Москва : Физматлит, 2008. - 191 с. - ISBN 978-5-9221-0741-9. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68386и (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Текст: электронный.
1. Манин, Ю.И. Введение в современную теорию чисел / Ю.И. Манин, А.А. Панчишкин. - Москва : МЦНМО, 2009. - 552 с. - ISBN 978-5-94057-511-5. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62989 (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Текст: электронный.
2. Вейль, А. Основы теории чисел / А. Вейль. - Москва : Мир, 1972. - 411 с. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454858 (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Текст: электронный.
3. Оре О. Приглашение в теорию чисел / О. Оре. - 2-е изд. - М. : УРСС, 2003. – 128.
4. Рибенбойм П. Последняя теорема Ферма для любителей [Текст] / П. Рибенбойм. - М. : Мир, 2003. – 429.

6.3. **программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

1. http://www.alleng.ru
2. *http://www.twirpx.com*
3. Научная электронная библиотека.
4. http://elibrary.ru
5. http://www.znanium.com
6. http://www.pedlib.ru
7. http://www.gnpbu.ru
8. http://www.rsl.ru/ru/s2/s101
9. http://lib.walla.ru
10. http://www.iqlib.ru

7. МЕТОДИЧЕКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При преподавании курса необходимо ориентироваться на современные образовательные технологии. Аудиторная и самостоятельная работы должны быть направлены на углубление и расширение полученных знаний, на закрепление приобретенных навыков и применение формируемых компетенций. Одной из целей практических занятий является формирование умений самостоятельной работы студентов по обобщению ранее изученного материала. В соответствии с этим основными формами этой работы являются: иллюстрация применения основных методов решения задач на конкретных исторических примерах со стороны преподавателя, сопоставление студентами методов решения задач в процессе самостоятельной работы с одновременным обменом мнениями между студентами, студентами и преподавателем. По этому при планировании работы со студентами на практических занятиях необходимо:

1. Определить и выделить основные, общие методы решения соответствующих групп задач;

2. Наметить примеры, иллюстрирующие их использование;

3. Сформировать наборы задач, предназначаемых для решения в аудитории и вне ее (домашние задания).

Следует рассмотреть примеры решения одной и той же задачи как, историческим так и современным методами, формируя обоснованный выбор конкретного метода с точки зрения его эффективности в решении конкретной задачи. Студент должен учиться подбирать задачи, на которых иллюстрируются методы их решений.

Методические указания по освоению дисциплины обучающиеся могут найти в следующих пособиях:

1. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.
2. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации об организации выполнения и защиты курсовой работы.
3. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лабораторных и практических занятий.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:
Microsoft Windows
Microsoft Office
Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:
Система ГАРАНТ
Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных:

fgosvo.ru
pravo.gov.ru
www.edu.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.
- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;
- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: комплект учебной мебели, проектор, проекционная доска, персональный компьютер с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.