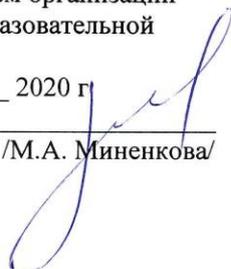


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Наумова Наталия Александровна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 24.10.2024 14:11:41  
Уникальный программный идентификатор:  
6b5279da4e034bfff679171

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ**  
**Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области**  
**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**(МГОУ)**

**Физико-математический факультет**  
**Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики**

Согласовано управлением организации и контроля качества образовательной деятельности  
« 10 » 10 2020 г.  
Начальник управления  
  
/М.А. Миненкова/

Одобрено учебно-методическим советом  
Протокол « 10 » 10 2020 г. № 7  
Председатель  
  
/Д.В. Суслин/

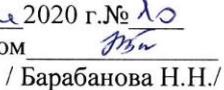
**Рабочая программа дисциплины**  
**Дискретная математика**

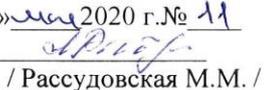
**Направление подготовки**  
44.03.01 Педагогическое образование

**Профиль:**  
Информатика

**Квалификация**  
Бакалавр

**Форма обучения**  
Очная

Согласовано учебно-методической комиссией физико-математического факультета:  
Протокол « 10 » 10 2020 г. № 10  
Председатель УМКом  
  
/ Барabanова Н.Н. /

Рекомендовано кафедрой высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики  
Протокол « 10 » 10 2020 г. № 11  
Зав. кафедрой  
  
/ Рассудовская М.М. /

Мытищи  
2020

Автор-составитель:

Пинчук Ирина Александровна,  
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры, элементарной математики  
и методики преподавания математики

Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Информатика» утвержденная приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.18 № 121

Дисциплина входит в обязательную часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ .....	4
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	4
3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	5
5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....	9
7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	18
8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....	19
9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	19

# 1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

## 1.1. Цель и задачи дисциплины

### Цель дисциплины:

Целями освоения дисциплины «Дискретная математика» является формирование у студентов общей математической культуры и овладение основными математическими понятиями, так необходимыми учителю математики.

### Задачи дисциплины:

1. формирование у студентов основных математических понятий и закономерностей теории множеств, математической логики, теории графов;
2. формирование у студентов умения оперировать с абстрактными объектами и быть корректными в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений;
3. формирование математического аппарата и освоение основных вычислительных схем и приемов.

## 1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ОПК-8 – Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний

# 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Дискретная математика» относится к обязательной части профессионального цикла.

Для освоения дисциплины «Дискретная математика» студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплин «Элементарная математика», «Алгебра», «Математический анализ».

Изучение дисциплины «Дискретная математика» является базой для дальнейшего освоения студентами дисциплин «Теория графов», «Математическая логика», «Теория алгоритмов», «Теория и методика преподавания математики», курсов по выбору профессионального цикла, прохождения практики.

Компетенции, знания, навыки и умения, полученные в ходе изучения дисциплины, должны всесторонне использоваться и развиваться студентами:

- на всех этапах обучения в вузе при изучении дисциплин различных циклов, проведении научных исследований, выполнении контрольных домашних заданий, подготовке курсовых и выпускных квалификационных работ;
- в ходе дальнейшего обучения в магистратуре и аспирантуре;
- в процессе последующей профессиональной деятельности.

### 3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Форма обучения
	Заочная
Объем дисциплины в зачетных единицах	3
Объем дисциплины в часах	108
Контактная работа:	42,3
Лекции	20
Практические занятия	20
Контактные часы на промежуточную аттестацию	2,3
Предэкзаменационная консультация	2
Экзамен	0,3
Самостоятельная работа	56
Контроль	9,7

Формой промежуточной аттестации являются: экзамен во 2 семестре.

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) Дисциплины с кратким содержанием	Кол-во часов	
	Лекции	Практические занятия
<i>Тема 1. Введение и основные понятия теории множеств</i> Основные понятия теории множеств. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность). Универсальное множество. Дополнение множества. Диаграммы Эйлера-Венна. Основные тождества теории множеств. Декартово (прямое произведение) произведение множеств и его свойства.	4	4
<i>Тема 2. Бинарные отношения на множествах</i> Определение отношения на паре множеств и примеры таких отношений. Бинарное отношение на множестве, свойство бинарных отношений (рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность), примеры отношений, обладающих некоторыми из перечисленных свойств.		
<i>Тема 3. Отношение эквивалентности и отношение порядка</i> Отношение эквивалентности и отношение порядка, примеры. Разбиение множества и отношение эквивалентности. Фактормножество.	4	6

<p><i>Тема 4. Отображения и подстановки</i></p> <p>Отображение на паре множеств, виды отображений (инъективные, сюръективные, биективные). Композиция отображений и ее свойства. Подстановки как биективные отображения конечного множества на себя.</p>		
<p><i>Тема 5. Основные понятия алгебры высказываний</i></p> <p>Высказывание, основные логические связки (операции) логики высказываний, логическая формула. Основные схемы логически правильных рассуждений. Алгебра логики, логические функции. Булева алгебра, примеры. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Эквивалентные преобразования.</p>	6	4
<p><i>Тема 6. Логика предикатов</i></p> <p>Понятие предиката, логика предикатов, формулы логики предикатов. Кванторы, области действия кванторов. Связанные и свободные переменные.</p>		
<p><i>Тема 7. Виды графов</i></p> <p>Определение графа, вершины и ребра. Степень вершины. Лемма о рукопожатиях. Исторические задачи теории графов. Ориентированные и неориентированные графы. Полные графы, двудольные графы, плоские и планарные графы.</p>		
<p><i>Тема 8. Графы и бинарные отношения</i></p> <p>Способы задания графов, матрицы смежности и инцидентности. Графы и бинарные отношения.</p>	6	6
<p><i>Тема 9. Эйлеровы и гамильтоновы графы</i></p> <p>Маршруты, пути, цепи и циклы в графе. Связные графы. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Критерий эйлера графа, достаточные условия гамильтонова графа.</p>		
<b>Итого</b>	20	20

#### 4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Количество часов	Формы самостоятельной работы	Методические обеспечения	Формы отчетности
Эквивалентность множеств, свойство транзитивности, теорема Бернштейна	Определение взаимно однозначного соответствия, примеры. Определение эквивалентных (равномощных) множеств и	4	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература . Ресурсы Интернет.	Обсуждение на практических занятиях, решение задач

	свойство транзитивности. Теорема Бернштейна.				
Булева алгебра, алгебра множеств и алгебра высказываний	Определение булевой алгебры. Алгебра множеств и алгебра высказываний как примеры булевой алгебры.	4	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература . Ресурсы Интернет.	Решение задач, тест
Группа подстановок $S_n$ .	Определение группы. Свойства умножения подстановок, подгруппа. Разложение подстановок в произведение независимых циклов. Четные и нечетные подстановки, их число.	6	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература . Ресурсы Интернет.	Устный опрос, обсуждение на практических занятиях
Доказательства в математике	Определение теоремы, виды теорем, необходимые и достаточные условия. Доказательство от противного.	6	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература . Ресурсы Интернет.	Устный опрос, решение задач
Операции над графами	Определения удаления вершин и ребер графа, дополнения графа, объединения графов, сложения	6	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература . Ресурсы Интернет.	Обсуждение на практических занятиях, решение задач

	графов, произведения графов. Примеры.				
Исторические задачи теории графов	Задача о Кёнигсбергских мостах, Эйлеровы и Гамильтоновы графы, их использование при решении олимпиадных задач.	8	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература . Ресурсы Интернет.	Устный опрос, семестровое задание, доклад
Цикломатическое число, деревья, каркасы и леса	Определение цикломатического числа. Дерево как граф без циклов, лес. Перечисление деревьев, остовное дерево (каркас), применение деревьев.	6	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература . Ресурсы Интернет.	Устный опрос, решение задач
Плоские и планарные графы	Определение, примеры планарных и непланарных графов. Критерий планарности.	8	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература . Ресурсы Интернет.	Устный опрос, семестровое задание, доклад
Проблема четырех красок и правильные раскраски графов	История вопроса, определение правильной раскраски, примеры раскрасок, хроматический многочлен и хроматическое число.	8	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература . Ресурсы Интернет.	Устный опрос, семестровое задание, доклад
Итого		56			

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ОПК-8: Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

### 5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Ниже представлен материал, отражающий показатели и критерии оценивания сформированности компетенций на различных этапах изучения дисциплины. Задания для студентов представлены на двух уровнях: пороговом и продвинутом. Для оценки сформированности компетенций на данных уровнях применена 100 - балльная шкала. Достижения обучающихся по отдельным видам компетенций оцениваются от 41 до 100 баллов. При этом максимальное число баллов за выполненную работу на пороговом уровне принимается от 41 до 60 баллов, на продвинутом – от 61 до 100 баллов.

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК-8: Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знать: приемы решения типовых задач алгебры. Уметь: пользоваться языком алгебры, логически строить решение задачи, строить математические модели типовых задач, использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения.	Текущий контроль Промежуточный контроль	1-60
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная	Знать: сущность и значение математики в	Текущий контроль Промежу	1-100

		работа.	<p>развитии современного информационного общества;</p> <p>содержательные идеи алгебры, идейные и логические связи понятий высшей алгебры; методы и приемы решения задач высшей алгебры.</p> <p>Уметь:</p> <p>логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, строить и исследовать математические модели профессиональных задач, интерпретировать полученные результаты, обеспечивать качество учебно-воспитательного процесса средствами математики.</p> <p>Владеть:</p> <p>терминологическим аппаратом алгебры; разносторонними навыками и приемами выполнения практических профессиональных задач.</p>	точный контроль	
--	--	---------	---	-----------------	--

**5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Список вопросов к зачету:**

1. Множества, основные операции теории множеств и их свойства с доказательствами.
2. Универсальное множество и дополнение множества.
3. Графические иллюстрации в теории множеств.
4. Декартово произведение множеств и его свойства с доказательствами.
5. Бинарное отношение и его свойства с доказательствами.
6. Отношение эквивалентности, примеры.
7. Разбиение множества и отношение эквивалентности на нем.
8. Теорема о связи отношения эквивалентности, заданного на множестве, и разбиения

этого множества

9. Фактор-множество, примеры.
10. Отношение порядка, примеры.
11. Отображения, виды отображений, примеры.
12. Композиция отображений, свойства композиции с доказательствами.
13. Подстановки. Разложение подстановок в произведение независимых циклов.
14. Умножение подстановок и его свойства
15. Декремент и четность подстановок.
16. Высказывания и операции над ними.
17. Основные схемы логически правильных рассуждений.
18. Алгебра логики, логические функции.
19. Булева алгебра, примеры.
20. Предикат и формулы логики предикатов.
21. Кванторы, области действия кванторов.
22. Доказательства в математике.
23. Основные определения теории графов.
24. Степень вершины. Лемма о рукопожатиях с доказательством.
25. Теорема о сумме степеней вершин графа с доказательством и ее следствие.
26. Графы и бинарные отношения.
27. Виды графов, примеры.
28. Способы задания графов, примеры.
29. Операции над графами, примеры.
30. Определения маршрутов, цепей, циклов. Примеры.
31. Алгоритмы нахождения кратчайших цепей.
32. Пути во взвешенных ориентированных графах.
33. Алгоритм нахождения максимального пути.
34. Цикломатическое число. Деревья, каркасы.
35. Нахождение фундаментальных циклов.
36. Эйлеровы графы, критерий эйлера графа.
37. Гамильтоновы графы, достаточные условия.
38. Задачи, связанные с поиском гамильтоновых графов.
39. Плоские и планарные графы.
40. Теорема Эйлера и ее следствия.
41. Раскраски графов.

### **Вопросы для работы на учебных занятиях**

1. Перечислите основные операции над множествами.
2. Сформулируйте основные свойства операций над множествами?
3. Опишите диаграммы Эйлера-Венна и их использование.
4. Какими свойствами могут обладать бинарные отношения на множестве?
5. Что такое разбиение множества и какова его роль?
6. Дайте определение отношения эквивалентности.
7. Какие виды отношений порядка существуют? Приведите примеры.

8. Какие отношения на паре множеств называются отображениями?
9. Дайте определение биективного отображения.
10. Дайте определение подстановки.
11. Как определяется умножение подстановок?
12. Какими свойствами обладает умножение подстановок?
13. Что такое транспозиция?
14. Докажите, что любую подстановку можно представить в виде произведения транспозиций.
15. Дайте определение высказываниям и логическим операциям с ними.
16. Что такое логическая формула?
17. Какие формулы называются тождественно истинными, тождественно ложными и выполнимыми?
18. Как проверить, какая формула дана?
19. Что такое логическая функция?
20. Дайте определение кванторов и опишите их использование.
21. Что такое доказательство в математике?
22. Сформулируйте правила вывода.
23. Обоснуйте метод доказательства от противного.
24. Перечислите существующие виды теорем.
25. Дайте определение необходимым и достаточным условиям.
26. Дайте определение графа.
27. Каково графическое представление графа?
28. Какие виды графа существуют?
29. Какими способами можно задать граф?
30. Что такое псевдограф, мультиграф, подграф?
31. Что такое степень вершины?
32. Какими свойствами обладает граф отношения эквивалентности?
33. Дайте определение связного графа. Назовите компоненты связности графа, их число.
34. Назовите число различных графов с  $n$  вершинами.
35. Что такое изоморфные графы?
36. Что такое путь, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл в графе?
37. Какие графы называются эйлеровыми? Сформулируйте критерий эйлерового графа.
38. Какие графы называются гамильтоновыми?
39. Дайте определение дерева.
40. Дайте определение правильной раскраски графа?
41. Что такое раскраска вершин и ребер графа?
42. Какой граф называется двудольным?
43. Какие графы называются плоскими и планарными?
44. Какие графы не являются планарными?
45. Опишите исторические задачи теории графов.

**Тест. Элементы теории множеств и математической логики**

1. Заданы множества  $A=\{1,2,3\}$  и  $B=\{1,2,3,4,5\}$ . Верным для них будет утверждение:

- a) множества  $A$  и  $B$  состоят из одинаковых элементов;
- b) множества  $A$  и  $B$  равны;
- c) множество  $A$  включает в себя множество  $B$ ;
- d) множество  $A$  - подмножество множества  $B$ .

2. На факультете учатся студенты, имеющие домашний персональный компьютер и студенты, не имеющие домашнего персонального компьютера. Пусть  $A$  - множество всех студентов факультета;  $B$  - множество студентов факультета, имеющих домашний персональный компьютер. Тогда разностью  $A \setminus B$  этих множеств будет ...

- a) множество студентов факультета, не имеющих домашнего персонального компьютера;
- b) множество всех студентов факультета;
- c) множество студентов факультета, имеющих домашний персональный компьютер;
- d) пустое множество.

3. Выберите такие множества  $A$  и  $B$ , где  $A$  является подмножеством  $B$ .

- a)  $A=\{1,2,5\}$   $B=\{1,2,3,4\}$ ;
- b)  $A=\{1,2,3,4\}$   $B=\{1,2,3\}$ ;
- c)  $A=\{1,2,4\}$   $B=\{1,2,4,5\}$ .

4. Дано множество  $A=\{34,68,136,272\}$ . Чему равна мощность этого множества?

5. Если отношение задано неравенством:  $4x-2y>0$ , то данному отношению принадлежит следующая пара чисел:

- a)  $(-1,0)$ ;
- b)  $(1,1)$ ;
- c)  $(0,1)$ ;
- d)  $(0,-1)$ .

6. Какие из следующих предложений не являются высказываниями?

- a) В созвездии Кассиопеи есть жизнь;
- b) 2 – четное число;
- c) город Париж находится в Азии;
- d)  $3>5$ .

7. Выберите правильный вариант:

- a)  $\forall x B = \forall x(A \vee B)$ ;
- b)  $(\forall x A \vee \forall x B) = (A \vee B)$ ;
- c)  $(\forall x A \vee \forall x B) = \forall x(A \vee B)$ ;
- d)  $(\forall x A \vee \forall x B) = B$ .

8. Выражение  $A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \mid = B \Rightarrow (A \Rightarrow C)$  это правило:

- a) отрицания;
- b) перестановки посылок;
- c) силлогизма;
- d) соединения посылок.

9. Примером выполнимой формулы является:

- a)  $\forall x A(x, y, b1)$ ;
- b)  $A \rightarrow B$ ;
- c)  $A \equiv B$ ;
- d)  $\vdash A$ .

### Контрольная работа 1. Основы теории множеств

1. Составить таблицу истинности для высказывания:  $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\bar{B} \Rightarrow \bar{A})$ .
2. Проверьте равносильность:  $A \& \bar{B} \Rightarrow \bar{C} = \bar{A} \vee B \vee \bar{C}$ .
3. Установите, находятся ли в отношении логического следования предложения А и В, если: а) А – «Число х – четное», В – «число х кратно 7»; б) А – «В четырехугольнике ABCD диагонали равны», В – «Четырехугольник ABCD – прямоугольник».
4. Даны множества  $A = \{x | -2 < x \leq 3, 1; x \in R\}$  и  $B = \{x | 1 < x \leq 6, 4; x \in R\}$ . Найти и изобразить на числовой прямой множества  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ . Рисунки сопроводить соответствующими записями. На координатной плоскости изобразить  $A \times B$ .
5. Расположите следующие множества так, чтобы каждое из них было подмножеством следующего  $(K \cap F) \cup M$ ,  $M \cap K$ ,  $M \cap (K \setminus F)$ ,  $M \cap (F \cup K)$ .
6. В группе 9 человек – 4 девушки и 5 юношей. Нужно сформировать команду из 4-ех человек так, чтобы в ее составе было не менее 2-х девушек. Сколько существует различных вариантов формирования команды?
7. Из 100 человек английский язык изучают 28, немецкий – 30, французский – 42, английский и немецкий 8, английский и французский – 10, немецкий и французский – 5. Все три языка изучают три студента. Сколько студентов изучает только один язык? Сколько студентов не изучает ни одного языка?

### Контрольная работа 2. Элементы теории графов

1. Изобразить все попарно неизоморфные 4-вершинные графы без петель и кратных ребер.
2. Существует ли 6-вершинный граф без петель и кратных ребер, имеющий такой набор степеней вершин: (2, 2, 2, 4, 5, 5)?
3. Доказать, что для всякого  $n \geq 3$  существует  $n$ -вершинный связный граф без петель и кратных ребер, содержащий  $n-1$  вершин с неравными друг другу степенями.
4. В государстве 100 городов, и из каждого из них выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?
5. Дан кусок проволоки длиной 120 см. Можно ли, не ломая проволоки, изготовить каркас куба с ребром 10 см?
6. Какое наименьшее число раз придется ломать проволоку, чтобы всё же изготовить требуемый каркас?
7. Грани некоторого многогранника раскрашены в два цвета так, что соседние грани имеют разные цвета. Известно, что все грани, кроме одной, имеют число рёбер, кратное 3. Доказать, что и эта одна грань имеет кратное 3 число рёбер.

**Задание для самостоятельной работы**  
**(Задачи к экзаменационным билетам)**

1. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9?
2. В государстве 100 городов, и из каждого из них выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?
3. Докажите, что в дереве есть вершина, из которой выходит ровно одно ребро (такая вершина называется висячей).
4. В классе 30 человек. Может ли быть так, что 9 из них имеют по 3 друга (в этом классе), 11 – по 4 друга, а 10 – по 5 друзей?
5. Докажите, что при удалении любого ребра из дерева оно превращается в несвязный граф.
6. а) Дан кусок проволоки длиной 120 см. Можно ли, не ломая проволоки, изготовить каркас куба с ребром 10 см?  
б) Какое наименьшее число раз придется ломать проволоку, чтобы всё же изготовить требуемый каркас?
7. Грани некоторого многогранника раскрашены в два цвета так, что соседние грани имеют разные цвета. Известно, что все грани, кроме одной, имеют число рёбер, кратное 3. Доказать, что и эта одна грань имеет кратное 3 число рёбер.
8. В компании у каждых двух людей ровно пять общих знакомых. Докажите, что количество пар знакомых делится на 3.  
Подсказка: Выразите количество троек попарно знакомых людей через количество пар знакомых.
9. 12 шахматистов сыграли турнир в один круг. Потом каждый из них написал 12 списков. В первом только он, в  $(k+1)$ -м – те, кто были в  $k$ -м и те, у кого они выиграли. Оказалось, что у каждого шахматиста 12-й список отличается от 11-го. Сколько было ничьих?
10. Дано несколько белых и несколько чёрных точек. Из каждой белой точки идет стрелка в каждую чёрную, на каждой стрелке написано натуральное число. Известно, что если пройти по любому замкнутому маршруту, то произведение чисел на стрелках, идущих по направлению движения, равно произведению чисел на стрелках, идущих против направления движения. Обязательно ли тогда можно поставить в каждой точке натуральное число так, чтобы число на каждой стрелке равнялось произведению чисел на ее концах?
11. В стране Мера расположено несколько замков. Из каждого замка ведут три дороги. Из какого-то замка выехал рыцарь. Странствуя по дорогам, он из каждого замка, стоящего на его пути, поворачивает либо направо, либо налево по отношению к дороге, по которой приехал. Рыцарь никогда не сворачивает в ту сторону, в которую он свернул перед этим. Доказать, что когда-нибудь он вернётся в исходный замок.
12. Между зажимами А и В включено несколько сопротивлений. Каждое сопротивление имеет входной и выходной зажимы. Какое наименьшее число сопротивлений необходимо иметь и какова может быть схема их соединения, чтобы при порче любых девяти сопротивлений цепь оставалась соединяющей зажимы А и В,

но не было короткого замыкания? (Порча сопротивления: короткое замыкание или обрыв.)

13. В классе учатся 15 мальчиков и 15 девочек. В день 8 Марта некоторые мальчики позвонили некоторым девочкам и поздравили их с праздником (никакой мальчик не звонил одной и той же девочке дважды). Оказалось, что детей можно единственным образом разбить на 15 пар так, чтобы в каждой паре оказались мальчик с девочкой, которой он звонил. Какое наибольшее число звонков могло быть сделано?

14. Докажите, что среди любых шести человек есть либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых.

15. За круглым столом сидят несколько гостей. Некоторые из них знакомы между собой; знакомство взаимно. Все знакомые каждого гостя (считая его самого) сидят вокруг стола через равные промежутки. (Для другого человека эти промежутки могут быть другими.) Известно, что каждые двое имеют хотя бы одного общего знакомого. Докажите, что все гости знакомы друг с другом.

16. В классе больше 32, но меньше 40 человек. Каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка – с пятью мальчиками. Сколько человек в классе?

17. Можно ли провести в городе 10 автобусных маршрутов и установить на них остановки так, что какие бы 8 маршрутов ни были взяты, найдётся остановка, не лежащая ни на одном из них, а любые 9 маршрутов проходят через все остановки.

18. Изобразить все попарно неизоморфные 4-вершинные графы без петель и кратных ребер.

19. Построить все попарно неизоморфные несвязные 5-вершинные графы, не имеющие петель, кратных ребер и изолированных вершин.

20. Изобразить все попарно неизоморфные 6-вершинные графы без петель и кратных ребер, состоящие: из 4 компонент; 2) из 3 компонент; 3) из одной компоненты и имеющие 7 ребер и 2 висячие вершины.

21. Сколько существует попарно неизоморфных 6-вершинных графов без петель и кратных ребер со следующим набором степеней вершин: (2, 2, 3, 3, 3, 5)?

22. Сколько существует попарно неизоморфных, не имеющих петель и кратных ребер кубических графов с 6 вершинами? Есть ли среди них двудольные графы?

23. Существует ли 6-вершинный граф без петель и кратных ребер, имеющий такой набор степеней вершин: (2, 2, 2, 4, 5, 5)?

24. Выяснить, какие наборы степеней вершин могут быть у 6-вершинных связных графов без петель и кратных ребер, имеющих 7 ребер и содержащих вершину степени 2 и вершину степени 3. Для каждого допустимого набора степеней вершин построить пример соответствующего графа.

25. Показать, что в любом графе без петель и кратных ребер, содержащем не менее 2 вершин, найдутся 2 вершины с одинаковыми степенями.

26. Доказать, что для всякого  $n \geq 3$  существует  $n$ -вершинный связный граф без петель и кратных ребер, содержащий  $n-1$  вершин с неравными друг другу степенями.

#### **5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценивание степени освоения обучающимися дисциплины осуществляется на основе «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки успеваемости студентов МГОУ», утвержденного решением Ученого совета МГОУ от 20 февраля 2012 года протокол №4.

Сопоставимость рейтинговых показателей студента по разным дисциплинам и балльно-рейтинговой системы оценки успеваемости студентов обеспечивается принятием единого механизма оценки знаний студентов, выраженного в баллах, согласно которому 100 баллов — это полное усвоение знаний по учебной дисциплине, соответствующее требованиям учебной программы.

Основными формами текущего и итогового контроля являются устные опросы группы во время практических занятий, тестирование, контрольные работы, семестровое задание для самостоятельной работы и экзамен.

Проверка выполнения домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на занятиях. Также на занятиях проводятся текущие устные опросы студентов, тестирование, обсуждение хода выполнения семестрового задания.

Итоговая оценка знаний студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов, которые конвертируется в оценку по пятибалльной шкале (итоговая форма контроля – экзамен), по следующей схеме:

Шкала оценок при 100-балльной системе за экзамен		Оценка по 100-балльной системе	
Оценка по 5-балльной системе			
5	Отлично	зачтено	81 — 100
4	Хорошо		61 — 80
3	Удовлетворительно		41 — 60
2	Неудовлетворительно	не зачтено	0 — 40

Учебный семестр:

Общая оценка (100 баллов) складывается из оценки за текущую успеваемость (80 баллов) и оценки за экзамен (20 баллов):

1) Посещение занятий – 1 балл.

За семестр – 27 баллов по числу занятий (лекции, практические).

2) 2 контрольные работы – 20 баллов.

3) Доклад – 4 балла.

4) Выполнение заданий теста – 5 баллов.

5) Выполнение заданий семестровой работы – 24 балла.

6) Экзамен – 20 баллов.

Итого за учебный семестр – 100 баллов.

## **6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

## 6.1. Основная литература

1. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для СПО / И. И. Баврин. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 209 с.
2. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2009. — 416.- Режим доступа [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=68128](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=68128)
3. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / Д. С. Ананичев [и др.] ; под науч. ред. А. Н. Сесекина. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 108 с.
4. Редькин Н. П. Дискретная математика. М.: Физматлит, 2009. – 263.- Режим доступа: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=75709](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=75709)

## 6.2. Дополнительная литература

1. Гашков, С. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 423 с.
2. Грехем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. - М.: Мир, 2000.
3. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / Д. С. Ананичев [и др.] ; под науч. ред. А. Н. Сесекина. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 108 с.
4. Скорубский, В. И. Математическая логика : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. И. Скорубский, В. И. Поляков, А. Г. Зыков. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 211 с.
5. Таранников, Ю. В. Дискретная математика. Задачник : учебное пособие для академического бакалавриата / Ю. В. Таранников. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 385 с.

## 6.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. <http://www.alleng.ru>
2. <http://www.twirpx.com>
3. <http://elibrary.ru>
4. <http://www.znaniium.com>
5. <http://www.pedlib.ru>
6. <http://www.gnpbu.ru>
7. <http://www.rsl.ru/ru/s2/s101>
8. <http://lib.walla.ru>
9. <http://www.iqlib.ru>

## 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При преподавании курса необходимо ориентироваться на современные образовательные технологии. Аудиторная и самостоятельная работы должны быть направлены на углубление и расширение полученных знаний, на закрепление приобретенных навыков и применение формируемых компетенций. Одной из целей практических занятий является формирование умений самостоятельной работы студентов по обобщению ранее изученного материала. В соответствии с этим основными формами этой работы являются: иллюстрация применения основных методов решения задач на конкретных исторических примерах со стороны преподавателя, сопоставление студентами методов решения задач в процессе самостоятельной работы с одновременным обменом мнениями между студентами, студентами и преподавателем. По этому при планировании работы со студентами на практических занятиях необходимо:

1. Определить и выделить основные, общие методы решения соответствующих групп задач;
2. Наметить примеры, иллюстрирующие их использование;
3. Сформировать наборы задач, предназначенных для решения в аудитории и вне ее (домашние задания).

Следует рассмотреть примеры решения одной и той же задачи как, историческим так и современным методами, формируя обоснованный выбор конкретного метода с точки зрения его эффективности в решении конкретной задачи. Студент должен учиться подбирать задачи, на которых иллюстрируются методы их решений.

1. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.

2. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации об организации выполнения и защиты курсовой работы.

3. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лабораторных и практических занятий.

## **8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **Лицензионное программное обеспечение:**

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

### **Информационные справочные системы:**

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

### **Профессиональные базы данных**

[fgosvo.ru](http://fgosvo.ru)

[pravo.gov.ru](http://pravo.gov.ru)

[www.edu.ru](http://www.edu.ru)

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.

- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением

доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;

- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;

- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: комплект учебной мебели, проектор, проекционная доска, персональный компьютер с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.